

Erzeugung und Charakterisierung von Einzelphotonen aus PDC in PPKTP für Anwendungen in der Quanteninformation

Preparation and Characterization of Single Photons from PDC in PPKTP for Applications in Quantum Information

Zur Erlangung des Grades eines Doktors der Naturwissenschaften (Dr. rer. nat.) genehmigte Dissertation von Sabine Euler aus Dieburg

Tag der Einreichung: 12.07.2017 | Tag der Prüfung: 01.11.2017 | Darmstadt 2018 – D 17

Referent: Professor Dr. Thomas Walther | Korreferent: Professor Dr. Gerhard Birkel



Erzeugung und Charakterisierung von Einzelphotonen aus PDC in PPKTP für Anwendungen in der Quanteninformation

Preparation and Characterization of Single Photons from PDC in PPKTP for Applications in Quantum Information

Genehmigte Dissertation von Sabine Euler aus Dieburg

Referent: Professor Dr. Thomas Walther

Korreferent: Professor Dr. Gerhard Birkel

Tag der Einreichung: 12.07.2017

Tag der Prüfung: 01.11.2017

Darmstadt – D 17

Bitte zitieren Sie dieses Dokument als:

URN: urn:nbn:de:tuda-tuprints-71838

URL: tuprints.ulb.tu-darmstadt.de/id/eprint/7183

Dieses Dokument wird bereitgestellt von tuprints,
E-Publishing-Service der TU Darmstadt

tuprints.ulb.tu-darmstadt.de

tuprints@ulb.tu-darmstadt.de



Die Veröffentlichung steht unter folgender Creative Commons Lizenz:

Creative Commons – Namensnennung – Keine kommerzielle Nutzung – Keine Bearbeitung 4.0 International

creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/legalcode

Institut für Angewandte Physik
Technische Universität Darmstadt



Erzeugung und Charakterisierung von
Einzelphotonen aus PDC in PPKTP für Anwendungen
in der Quanteninformation

Vom Fachbereich Physik
der Technischen Universität Darmstadt

zur Erlangung des Grades
eines Doktors der Naturwissenschaften
(Dr. rer. nat.)

genehmigte
Dissertation

von
Sabine Euler
aus Dieburg

Darmstadt 2018 – D 17

Kurzzusammenfassung

Über Jahrhunderte hinweg teilte die Frage nach der Natur des Lichts die Wissenschaftler in zwei Lager. Zum einen in Vertreter der Teilchenhypothese, zum anderen jedoch spätestens nach der Veröffentlichung der Maxwell-Gleichungen und dem Nachweis elektromagnetischer Wellen durch Heinrich Hertz in Anhänger der Wellentheorie von Licht. Erst mit der Entwicklung der Quantenmechanik zu Beginn des 20. Jahrhunderts erwiesen sich beide Theorien als gleichberechtigt. Bereits 1905 von Einstein postuliert, gelang der Nachweis einzelner Photonen, wie die Lichtteilchen mittlerweile genannt wurden, erst im Jahr 1977 durch Kimble *et al.*, Experimente zur Wellennatur von Einzelphotonen erfolgten 1986 durch Grangier *et al.*.

Seit den 1970er Jahren erfolgt die Präparation von Einzelphotonen nach immer neuen experimentellen Ansätzen, die Entwicklung der Quanteninformation in den 1980er Jahren eröffnet über die Untersuchung spannender quantenmechanischer Zusammenhänge hinaus ein praktisches Anwendungsfeld für Einzelphotonenquellen. Im Zentrum der vorliegenden Arbeit stand die Erzeugung von entarteten Einzelphotonenpaaren um 808 nm durch den nichtlinearen Prozess der parametrischen Abwärtskonversion vom Typ II in periodisch gepoltem Kaliumtitanylphosphat als nichtlinearem Medium. Die Emissionsspektren verschiedener Kristalle werden untersucht und Besonderheiten diskutiert, Details über das entartete Emissionsspektrum werden den Zweiphotoneninterferenzspektren aus Aufbauten nach Hong, Ou und Mandel bzw. Shih und Alley entnommen. Zugleich wird ein mathematisches Modell vorgestellt, das die exakte Beschreibung der Zweiphotoneninterferenzspektren ungefilterter Typ II-PDC-Photonen erlaubt. Die Emissionsspektren der einzelnen Photonen werden außerdem mit Hilfe von Autokorrelationsexperimenten untersucht, eine erfolgreiche Verletzung der Bellschen Ungleichung bestätigt die Möglichkeit der Präparation polarisationsverschränkter Zustände. Mit PDC in PPKTP steht damit eine zuverlässige und vielseitige Quelle für Einzelphotonen um 808 nm zur Verfügung.

Neben der Erzeugung von Einzelphotonenpaaren durch PDC und ihrer Charakterisierung durch verschiedene Interferenzexperimente wurden im Rahmen der vorliegenden Arbeit außerdem zwei Anwendungsansätze verfolgt: Durch Differenzfrequenzerzeugung zwischen einem Einzelphoton und einem klassischen Pumpfeld sollte eine Zweiphotonenquelle implementiert werden, deren grundsätzliche Idee hier skizziert wird. Ein zweites Anwendungsfeld stellt die oben bereits angesprochene Quanteninformationsverarbeitung dar, die beschriebene Einzelphotonenquelle wird verwendet, um ein Sende-Modul für den Quantenschlüsselaustausch nach dem BB84-Protokoll zu implementieren. Im Rahmen dieser Arbeit wurde ein Aufbau entwickelt, der auf die Verwendung aktiver optischer Elemente zur Zustandspräparation verzichtet und das Zentrum einer Schlüsselaustauschstrecke nach BB84 bildet.

Abstract

For centuries the question of the nature of light has divided scientists in two groups. The supporters of the particle theory and, latest since the announcement of Maxwell's equations and Hertz' experimental proof of the existence of electro-magnetical waves, followers of the wave theory. Only since the development of quantum mechanics at the beginning of the 20. Century both theories coexist equally.

The existence of the photon, postulated as early as 1905 by Einstein, was only proven in 1977 when Kimble *et al.* succesfully performed a single photon Hanbury Brown-Twiss experiment. The wave behavior of single photons was shown in 1986 by Grangier *et al.*.

Since the 1970s the preparation of single photons follows many new and different approaches. With the announcement of quantum key distribution protocols in the 1980s a new application of single photon sources arose besides the investigation of the principles of quantum mechanics. This thesis focuses on the generation of degenerate single photon pairs at 808 nm from the nonlinear process of type II parametric down conversion in periodically poled potassium titanyl phosphate as a nonlinear medium. Emission spectra of different KTP chips are analyzed and their characteristics discussed. Two photon interference experiments after Hong, Ou and Mandel and Shih and Alley are set up to gain knowledge about the details concerning the spectra of degenerate PDC from the interference patterns. In addition, a mathematical model is presented that allows to describe the spectra of two photon interference of unfiltered type II PDC photon pairs. We studied the autocorrelation spectra of single PDC photons and proved the ability to prepare polarization entangled single photon pairs by violating Bell's inequality. Therefore, PDC in PPKTP serves as a reliable and versatile source for single photons at 808 nm.

Besides preparing single photons from PDC and characterizing them in different interference experiments, we pursued two application approaches. Difference frequency generation between a single photon and a classical pump field should lead to a two photon source, the basic idea of this approach is presented in this thesis. A second application lies in the field of quantum key distribution as mentioned above. Our single photon source is used to set up a sender module for quantum key distribution according to BB84. Within this thesis we developed an implementation that allows the preparation of single photons in all four different states of polarization only by the use of passive optical components. This sender unit builds the center of our key distribution setup.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
I	PDC-basierte Photonenquellen	5
2	Erzeugung von Einzelphotonen	7
2.1	Grundlagen der nichtlinearen Optik	9
2.2	Grundlagen der parametrischen Abwärtskonversion	17
2.2.1	Theoretische Bandbreite der PDC-Photonen	22
2.3	Zusammenfassung	24
3	Parametrische Abwärtskonversion in PPKTP	25
3.1	Detektion von Einzelphotonen um 808 nm	27
3.2	Pumplicht	28
3.3	Aufbau zur Kristallcharakterisierung	30
3.4	Experimentelle Ergebnisse	37
3.4.1	Emissionsspektren der parametrischen Abwärtskonversion in PPKTP	38
3.4.2	Einfluss des Pumpspektrums auf das Emissionsspektrum der PDC	43
3.4.3	Einfluss der Pumpmode auf das Emissionsspektrum der PDC	44
3.4.4	Optimierung der Kristallparameter mit Hilfe eines Bandpassfilters	46
3.4.5	Experimentelle Bandbreite der PDC-Photonen	49
3.5	Zusammenfassung	51
4	Interferenzexperimente	53
4.1	Das Hong-Ou-Mandel-Interferometer	54
4.2	Das Shih-Alley-Interferometer	59
4.3	Ergebnisse verschiedener Zweiphotoneninterferenzexperimente	61
4.3.1	Interferenzspektren entarteter PDC-Photonen mit schmalbandiger Filterung	64
4.3.2	Interferenzspektren nicht-entarteter PDC-Photonen	74
4.3.3	Interferenzspektren in ihrer Frequenz verschränkter Photonenpaare	77
4.3.4	Interferenzspektren entarteter PDC-Photonen ohne schmalbandige Filterung	90
4.4	Autokorrelationsexperimente mit Einzelphotonen aus Typ II-PDC	97
4.5	Test der Bellschen Ungleichung	106
4.6	Zusammenfassung	110

5	Aufbau einer Zweiphotonenquelle	113
5.1	Experimenteller Aufbau	114
5.2	Vorbereitungen und Herausforderungen	121
5.2.1	Hintergrundeffekte der Koinzidenzelektronik	123
5.2.2	Hintergrundeffekte aus PDC-Photonenpaaren	125
5.2.3	Herausforderungen bei der Detektion der DFG	132
5.3	Vermeintliche Ergebnisse durch Rückreflexe	135
5.4	Zusammenfassung	145
II	Quanteninformation	147
6	Kryptographische Protokolle	149
6.1	Klassische Kryptographie	149
6.2	Quantenschlüsselaustauschverfahren	152
6.2.1	Das BB84-Protokoll	153
6.2.2	Das Ekert-Protokoll	155
6.3	Lauschangriffe und Sicherheit des Quantenschlüsselaustauschs	156
6.3.1	Seitenkanalangriffe	164
6.4	Schlüsselnachbearbeitung	165
6.4.1	Fehlerkorrektur	165
6.4.2	Privatsphärenverstärkung	170
6.4.3	Authentifizierung	172
6.5	Zusammenfassung	174
7	Implementierung des BB84-Protokolls	175
7.1	Das Alice-Modul	176
7.2	Das Bob-Modul	179
7.3	Datenaufnahme und klassische Kommunikation	180
7.4	Schlüsselnachbearbeitung	181
7.5	QKD-Strecke	181
7.6	Zusammenfassung	182
8	Zusammenfassung und Ausblick	183
III	Anhang	187
A	Hinweise zur Justage eines PPKTP-Kristalls mit Wellenleiterstruktur	189
B	Charakterisierung verschiedener PPKTP-Kristalle	195
B.1	Kristall ITI0824-A07	196
B.1.1	Spektren	198

B.2	Kristall BCT1001-B39	198
B.2.1	Spektren	199
B.3	Kristall ITI1001-A32	200
B.3.1	Spektren	202
B.4	Kristall BCT1212-B33	203
B.4.1	Spektren	204
B.5	Kristall BCT1390-B33	206
B.5.1	Spektren	207
B.6	Kristall BCT1016-A47	208
B.6.1	Spektren	210
C	Bandbreite der PDC-Photonen	211
D	Einfluss der Lineartischbewegung	213
E	Untersuchungen zur Polarisationserhaltung	217
F	Abschätzung verschiedener Transmissions- und Kopplungseffizienzen	225
G	Auffälligkeiten der Halbwellenplatte im Zweiphotonenaufbau	227
H	Begründung von Gleichung (6.24)	229
	Literaturverzeichnis	233
	Veröffentlichungen und Tagungsbeiträge	243
	Betreute Bachelor- und Masterarbeiten	245
	Lebenslauf	247
	Danksagung	249

1 Einleitung

Die Spionageaffäre um die nationale Sicherheitsbehörde NSA [1], Manipulationsvorwürfe im US-Wahlkampf [2], Hackerangriffe auf Router der Telekom und Computer der Deutschen Bahn [3, 4], aber auch vernetzte oder gar selbstfahrende Autos [5], die elektronische Gesundheitskarte [6] und allgemein die fortschreitende Digitalisierung des Alltags lassen Fragen der IT-Sicherheit nahezu allgegenwärtig erscheinen, die Kryptographie hat sich zu einer Wissenschaft mit gesellschaftlicher Relevanz entwickelt [7]. Während der Schwerpunkt aktueller Maßnahmen und Richtlinien auf der fehlerfreien Anwendung bestehender klassischer Verschlüsselungstechniken liegt, geht die Forschung der Frage nach sogenannter Post-Quanten-Kryptographie nach, also der Entwicklung von Verschlüsselungsmethoden, die auch einem Angriff mit einem Quantencomputer stand halten könnten [8]. Peter Shor konnte bereits im Jahr 1994 die Effizienz der Primfaktorzerlegung auf einem Quantencomputer zeigen, die die Sicherheit der bisher verwendeten asymmetrischen Verschlüsselungsmethode nach Rivest, Shamir und Adleman (RSA) angreift [9, 10].

Eine Möglichkeit der Post-Quanten-Kryptographie ist der sogenannte Quantenschlüsselaustausch, der Austausch von sicheren symmetrischen Schlüsseln zwischen zwei Kommunikationspartnern, die ihre Nachricht schließlich nach dem *One-Time-Pad* absolut sicher verschlüsseln können. Für den Austausch sicherer Schlüssel zwischen Kommunikationspartnern werden einzelne Photonen als sogenannte *flying qubits* eingesetzt, die Sicherheit der verschiedenen Protokolle basiert bei fehlerfreier Implementierung auf dem *No-Cloning*-Theorem für Einzelphotonen [11].

Die vorliegende Arbeit entstand im Rahmen des durch die Landes-Offensive zur Entwicklung Wissenschaftlich-ökonomischer Exzellenz (LOEWE) des Landes Hessen¹ geförderten *Center for Advanced Security Research Darmstadt* (CASED) und hatte den Aufbau einer Einheit zum Quantenschlüsselaustausch zum Inhalt. Basierend auf der verwendeten Photonenquelle wurde in diesem Rahmen eine Implementierung der Sende-Einheit für den Quantenschlüsselaustausch entwickelt, die anders als alle bestehenden Ansätze vollständig auf die Verwendung aktiver optischer Komponenten verzichtet. In Kooperation sowohl mit der Arbeitsgruppe von Gernot Alber aus der theoretischen Physik als auch Marc Fischlin aus dem Fachbereich Informatik entstanden außerdem Protokolle zur Fehlerkorrektur und Privatsphärenverstärkung, die zur Nachbereitung eines ersten Schlüssels, dem *sifted key*, eingesetzt werden. Ein Überblick über die Methoden des Quantenschlüsselaustauschs sowie die aufgebaute Schlüsselaustauschstrecke wird in Teil II dieser Arbeit gegeben. Erste Tests ergaben Schlüsselaustauschraten um 1 800 bits/s bei Fehlerraten um 12 %.

¹wissenschaft.hessen.de/loewe

Vor der Diskussion dieser praktischen Anwendung befasst sich der erste Teil der Arbeit zunächst mit den Eigenschaften der Photonenquelle. Einzelphotonen können seit den 1970er Jahren für physikalische Experimente genutzt werden und ermöglichen neben der beschriebenen Anwendung in der Quanteninformation eine Vielzahl von Experimenten [12]. In Interferenzexperimenten mit Einzelphotonen in Hanbury Brown-Twiss- und Mach-Zehnder-Aufbauten kann beispielsweise mit dem Welle-Teilchen-Dualismus von Licht eine grundlegende Eigenschaft der Quantenmechanik sichtbar gemacht werden [13], und auch eine schlupflochfreie Verletzung der Bellschen Ungleichung gelang 2015 mit verschränkten Photonenpaaren [14, 15].

In Interferenzexperimenten mit mehr als einem Einzelphoton können im Hong-Ou-Mandel-Interferometer Photonenpaare auf ihre Ununterscheidbarkeit hin untersucht werden, Interferenzexperimente mit sogenannten NOON-Zuständen mit 2 oder mehr Photonen bieten einen experimentellen Zugang zur sogenannten ‚photonischen de Broglie-Wellenlänge‘ [16]. Die Einzelphotonen für die verschiedenen Experimente resultieren dabei unter anderem aus Kaskadenübergängen in Atomen, Drei- oder Vierwellen-Mischprozessen, Fehlstellen in Diamantgittern oder auch Quantenpunkten. Für Anwendungen in der Quanteninformation, wie sie oben bereits beschrieben wurden, kommen auch abgeschwächte Laserpulse zum Einsatz [12].

Im Zentrum der vorliegenden Arbeit steht die Erzeugung und Charakterisierung von Einzelphotonenpaaren aus parametrischer Abwärtskonversion (PDC) in periodisch gepoltem Kaliumtitanylphosphat mit Wellenleiterstruktur (PPKTP) um 808 nm, also einem nichtlinearen Dreiwellen-Mischprozess. Bei der Erzeugung von Einzelphotonen aus PDC in PPKTP im angestrebten Wellenlängenbereich stellte sich eine große Sensitivität des nichtlinearen Prozesses insbesondere auf die im Kristall angeregte Pumpmode heraus, sodass durch sorgfältige Justage ein Betrieb der Photonenquelle bei der richtigen Wellenlänge sicher gestellt werden musste. Für die Feinabstimmung der PDC-Wellenlänge konnte eine Abhängigkeit sowohl von der Kristalltemperatur als auch von der Pumpwellenlänge gezeigt werden. Ein kurzer Überblick über Einzelphotonenquellen im Allgemeinen und die nichtlineare Optik im Speziellen erfolgt in Kapitel 2, bevor in Kapitel 3 die beschriebene Photonenquelle im Detail vorgestellt wird.

Kapitel 4 befasst sich anschließend mit verschiedenen Ein- und Zweiphotoneninterferenzexperimenten. Hier werden zunächst die theoretischen Grundlagen der Interferometertypen nach Hong, Ou und Mandel sowie Shih und Alley besprochen, bevor die Zählratenverläufe von Messungen aus beiden Aufbauten verwendet werden, um das Emissionsspektrum des verwendeten nichtlinearen Prozesses im Detail zu verstehen. Für entartete PDC mit schmalbandiger Filterungen konnten Sichtbarkeiten des Interferenzmusters um 95 % zuverlässig reproduziert werden, durch die systematische Präparation von Energie-Zeit-verschränkten Photonenpaaren und die Analyse ihrer Zweiphotoneninterferenzspektren gelang schließlich die präzise mathematische Beschreibung von Interferenzspektren ungefilterter Typ II-PDC-Photonenpaare. Die verschiedenen Zweiphotoneninterferenzspektren sowie ein erfolgreicher Belltest bestätigen außerdem die Vielseitigkeit der verwendeten Photonenquelle: Neben entarteten, ununterscheidbaren Photonenpaaren ist die gezielte Präparation Energie-Zeit- sowie polarisationsverschränkter Zustände möglich.

Außerdem wurden in einem Autokorrelationsaufbau Interferenzspektren der einzelnen PDC-Photonen untersucht. Dabei ergaben sich unerwartete Knoten im Interferenzspektrum, falls das Photonenpaar nicht wie gewohnt systematisch der Polarisierung entsprechend, sondern zufällig getrennt wurde und der ursprüngliche Polarisationszustand des Einzelphotons im Interferometer folglich unbekannt war. Im Interferenzspektrum zeigt sich eine Abhängigkeit vom Gitterspektrum des zu Grunde liegenden PDC-Prozesses, die beschriebenen Knoten bleiben auch für Photonenpaare mit idealem spektralem Überlapp sichtbar. Auch diese Ergebnisse werden in Kapitel 4 vorgestellt.

Kapitel 5 skizziert schließlich einen Ansatz für eine Zweiphotonenquelle aus Differenzfrequenzerzeugung (DFG) zwischen einem Einzelphoton und einem klassischen Pumpfeld. Die zu Grunde liegende Idee wird vorgestellt sowie Herausforderungen bei der experimentellen Umsetzung besprochen. Die geringe Effizienz des angestrebten Prozesses macht sehr lange Messzeiträume erforderlich, während derer ein stabiler Betrieb des experimentellen Aufbaus aufgrund dessen Sensitivität beispielsweise gegenüber Änderungen im Raumklima nur schwer zu gewährleisten ist. Ein systematischer Untergrund in der Koinzidenzzählrate erschwert außerdem zusätzlich den Nachweis eines erfolgreichen DFG-Prozesses.

Im anschließenden Teil II der Arbeit liegt der Schwerpunkt wie angesprochen im Bereich des Quantenschlüsselaustauschs. Dabei geht Kapitel 6 auf die theoretischen Grundlagen des BB84-Protokolls zum Quantenschlüsselaustausch mit einzelnen Photonen und des Ekert-Protokolls auf der Grundlage verschränkter Photonenpaare ein. Außerdem werden ein Verfahren zur Fehlerkorrektur mit Hilfe von *Low Density Parity Check-Codes* sowie zur Privatsphärenverstärkung auf der Grundlage von Toeplitz-Matrizen vorgestellt. In Kapitel 7 wird der Aufbau des Sende-Moduls mit Hilfe passiver Zustandspräparation besprochen. Dabei wird in zwei Propagationsrichtungen eines KTP-Kristalls ein entarteter PDC-Prozess betrieben, die Photonenpaare auf beiden Seiten des Kristalls bilden die Zustände zweier verschiedener Präparationsbasen nach BB84.

Zu Beginn der einzelnen Kapitel findet sich jeweils eine kurze Einleitung in die jeweilige Thematik, die Kapitel enden ebenso wie die gesamte Arbeit mit einer Zusammenfassung der angesprochenen Inhalte.

Teil I

PDC-basierte Photonenquellen

2 Erzeugung von Einzelphotonen

Zu Beginn des 19. Jahrhunderts gelang es Thomas Young in verschiedenen Interferenzexperimenten, Parallelen zwischen dem Verhalten von Licht und dem von Schall(wellen) aufzuzeigen. Damit stützte er die Hypothese von der Wellennatur des Lichts, wie sie beispielsweise Christiaan Huygens vertrat, während Isaac Newton in der ‚Korpuskeltheorie‘ den Teilchencharakter von Licht begründete [17, 18]. James Clerk Maxwells Veröffentlichung seiner Gleichungen 1865 sowie der Nachweis elektromagnetischer Wellen durch Heinrich Hertz 1888 ließen dann zunächst keinen Zweifel mehr an der Wellentheorie, die Natur des Lichts schien verstanden [19, 20].

Doch bereits um die Jahrhundertwende gab Max Planck mit der Quantisierung der Schwarzkörperstrahlung den Anstoß zu einer Revolution, die die Physik des 20. Jahrhunderts und das Verständnis von Licht als Welle maßgeblich beeinflussen sollte [21]. 1905 griff Albert Einstein Plancks Hypothese auf und weitete sie auf das gesamte elektromagnetische Spektrum aus. Die bislang anerkannte Wellentheorie eigne sich „vortrefflich“ zum Verständnis rein optischer Phänomene, Eigenschaften der „Lichterzeugung und Lichtumwandlung“ ließen sich jedoch durch ein Teilchenmodell für Licht trefflicher beschreiben [22]. Aus der Quantisierung der elektromagnetischen Welle entstand schließlich bis zum Ende der 1920er Jahre die Quantenmechanik [23].

Der Begriff ‚Photon‘ wurde 1926 von Gilbert Lewis für ein ‚neuartiges Atom‘ vorgeschlagen, das für den Energieaustausch zwischen zwei Atomen verantwortlich sein sollte. Entgegen seiner ursprünglichen Bedeutung konnte er sich seither als Bezeichnung für Einsteins Lichtquanten durchsetzen [24].

1926 beschrieb Gregor Wentzel den photoelektrischen Effekt mit Hilfe eines semi-klassischen Modells. Während der Zustand des Atoms hier quantenmechanisch beschrieben wird, behält das Licht seinen Wellencharakter bei [25]. Obwohl er der Auslöser für Einsteins Postulierung der Quantenhypothese war, konnte der photoelektrische Effekt damit nicht zum Nachweis der Quantennatur des Lichts herangezogen werden. Erst 1977 gelang dieser Nachweis durch Kimble *et al.* in einem Hanbury Brown-Twiss-Aufbau [26].

Seit seiner Beschreibung durch Einstein hat sich das Photon als wichtiger Bestandteil der Quantenmechanik etabliert. Neben Experimenten zur Kohärenz erster und zweiter Ordnung mit Einzelphotonen [13, 26, 27] können Paare aus Einzelphotonen beispielsweise verwendet werden, um das quantenmechanische Phänomen der Verschränkung zu zeigen [28]. Als ‚*flying qubit*‘ kommt dem Photon außerdem eine zentrale Bedeutung in der Quanteninformation zu [29].

Erste Einzelphotonen wurden in den 1970er und 1980er Jahren aus der spontanen Emission angeregter Atome bzw. Ionen gewonnen. Seither wurden viele weitere Möglichkeiten der kontrollierten Einzelphotonen- bzw. Photonenpaarerzeugung gefunden und experimentell umgesetzt [12, 30, 31]. Im Jahr 2000 gelang Michler *et al.* die Erzeugung einzelner Photonen mit Hilfe eines Quantenpunktes [32]. Dabei wird bei der Rekombination eines Elektron-Loch-Paares in einem Halbleitermaterial ein einzelnes Photon emittiert. Einen Überblick gibt Referenz [33]. Ebenfalls 2000 implementierten Kurtsiefer *et al.* und Brouri *et al.* Einzelphotonenquellen basierend auf Stickstoff-Fehlstellen-Zentren (*Nitrogen-Vacancy center* oder *NV-center*) in Diamant [34, 35]. Im Kristallgitter des Diamants ersetzt hier ein Stickstoff-Atom ein Kohlenstoff-Atom, zusätzlich fehlt ein benachbartes Kohlenstoff-Atom. Dieses ‚Stickstoff-Fehlstellen-Zentrum‘ verändert die Energieniveaus des Wirtsmaterials derart, dass im Falle der *NV-center* in Diamant nach der optischen Anregung Photonen im sichtbaren Spektralbereich emittiert werden. Neben Stickstoff können noch weitere Substituenten verwendet werden, um Farbzentren in sonst transparenten Kristallen zu erzeugen. Details können beispielweise Referenz [36] entnommen werden.

Auch Atome und Ionen werden weiterhin zur Erzeugung einzelner Photonen verwendet. Um die Qualität der Quellen im Hinblick beispielsweise auf die Detektionseffizienz zu verbessern, werden diese jedoch heute meist an eine Kavität gekoppelt. Referenz [12] gibt in Abschnitt 4 einen Überblick über die historische Entwicklung der *Cavity-Quantum-Electrodynamics (CQED)*.

Neben der Erzeugung ‚echter‘ Einzelphotonen können außerdem Photonenpaare erzeugt werden. Unterscheiden sich beide Photonen beispielsweise in ihrer Frequenz oder ihrer Polarisation, kann das Photonenpaar systematisch getrennt und die Existenz eines Photons durch den Nachweis des Partnerphotons bestätigt werden. Solche Einzelphotonenquellen werden auch als *heralded* bezeichnet (engl. *to herald* – etwas ankündigen, oder auch ‚der Herald‘ im Deutschen). Im Falle einer Erzeugung verschränkter Photonenpaare können diese Quellen auch zum Test der Bellschen Ungleichung verwendet werden (vgl. Abschnitt 4.5). Erste Experimente mit verschränkten Photonenpaaren wurden in den 1970er Jahren an Kaskadenübergängen in Calcium-Atomen durchgeführt. Referenz [28] gibt einen Überblick über diese Experimente sowie den Stand der Forschung zur Verschränkung in den 1970er Jahren.

Für die Photonenpaarerzeugung werden heute auch nichtlineare Effekte eingesetzt. Ein nichtlinearer Effekt zweiter Ordnung ist das ‚Dreiwellenmischen‘. Bei der parametrischen Abwärtskonversion zerfällt ein Pumpphoton in einem nichtlinearen Medium spontan in zwei Tochterphotonen. Alle Experimente mit Einzelphotonen in der vorliegenden Arbeit verwenden als Photonenpaarquelle die parametrische Abwärtskonversion.

Das sogenannte ‚Vierwellenmischen‘ ist ein nichtlinearer Prozess dritter Ordnung. Bei der Propagation zweier Pumpfelder in einer photonischen Kristallfaser bildet sich durch eine intensitätsabhängige Brechungsindexmodulation ein Bragg-Gitter bei der Differenzfrequenz der Pumpfelder aus, es wird Licht bei zwei zusätzlichen Frequenzen abgestrahlt. Die physikalischen Grundlagen können beispielsweise in [37] und [38] nachgelesen werden, Referenz [39] gibt einen Überblick über die experimentelle Realisierung.

renz [39] beschreibt die erste Implementierung einer Photonenpaarquelle durch Vierwellenmischen.

In den nächsten beiden Abschnitten werden die Grundlagen der nichtlinearen Optik zweiter Ordnung im Allgemeinen (Abschnitt 2.1) sowie der Erzeugung einzelner Photonen durch parametrische Abwärtskonversion im Speziellen (Abschnitt 2.2) besprochen. In Kapitel 3 werden anschließend die experimentellen Grundlagen der Einzelphotonenerzeugung durch Dreiwellenmischen vorgestellt.

2.1 Grundlagen der nichtlinearen Optik

Bereits ein Jahr nach der Erfindung des Lasers durch Theodore H. Maiman konnten Franken *et al.* 1961 mit dem nichtlinearen Effekt der Frequenzverdopplung eine bedeutende Anwendung des Lasers zeigen [40, 41]. Im Gegensatz zur linearen Optik beschreibt die nichtlineare Optik die nichtlineare Antwort eines Systems auf die Einstrahlung eines externen Feldes:

$$P(t) = \underbrace{\epsilon_0 \cdot \chi^{(1)} E(t)}_{\text{lineare Optik}} + \underbrace{\epsilon_0 \cdot \chi^{(2)} E^2(t) + \epsilon_0 \cdot \chi^{(3)} E^3(t) + \dots}_{\text{nichtlineare Optik}} \quad (2.1)$$

Dabei ist P die Polarisation im Medium und E das eingestrahlte elektrische Feld, $\chi^{(n)}$ steht für die Suszeptibilität n ter Ordnung, die Wechselwirkung zwischen dem Medium und dem einfallenden Feld. Für geringe Intensitäten des elektrischen Feldes überwiegt die Suszeptibilität erster Ordnung $\chi^{(1)}$, es wird nur Licht der einfallenden Frequenz abgestrahlt. Für höhere Intensitäten, wie sie durch den Laser zur Verfügung stehen, können die Elektronen im Medium dem induzierten elektrischen Feld nicht mehr linear folgen und es kann zusätzlich zur Emission höherer Harmonischer der Eingangsschwingung kommen. Das oben angesprochene Vierwellenmischen ist ein Beispiel für einen nichtlinearen Prozess dritter Ordnung, das Medium reagiert hier mit der Proportionalitätskonstante $\chi^{(3)}$ auf die dritte Potenz des einfallenden Feldes.

Im Rahmen dieser Arbeit werden nichtlineare Prozesse zweiter Ordnung mit der Polarisation

$$P^{(2)}(t) = \epsilon_0 \cdot \chi^{(2)} E^2(t) \quad (2.2)$$

verwendet. Für zwei einfallende Wellen mit Frequenzen ω_1 und ω_2 ,

$$E(t) = E_1 \cdot e^{-i\omega_1 t} + E_2 \cdot e^{-i\omega_2 t} + c.c., \quad (2.3)$$

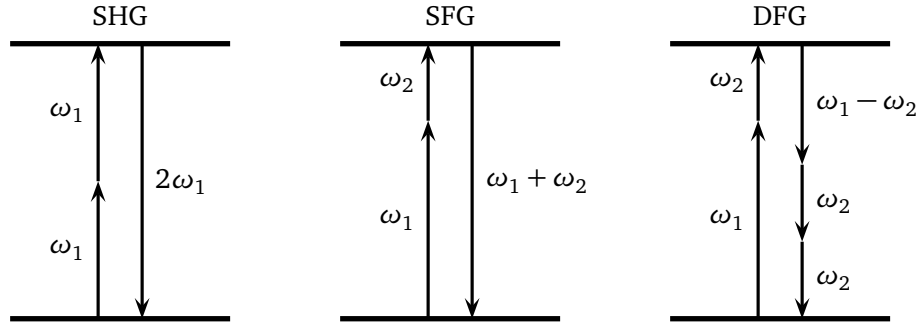


Abbildung 2.1: Darstellung der verschiedenen Frequenzkonversionsprozesse in der nichtlinearen Optik zweiter Ordnung. Bei der Frequenzverdopplung (SHG) wird Licht der doppelten Pumpfrequenz emittiert, bei der Summenfrequenzerzeugung (SFG) werden die Frequenzen zweier Ausgangswellen addiert. Die Differenzfrequenzerzeugung (DFG) kann zur Verstärkung eines Feldes mit der Frequenz ω_2 werden: Das Eingangsphoton wird erhalten, ein zusätzliches Photon mit ω_2 emittiert.

ist

$$P^{(2)}(t) = \epsilon_0 \cdot \chi^{(2)} \left[\underbrace{E_1^2 e^{-i(2\omega_1)t} + E_2^2 e^{-i(2\omega_2)t}}_{\text{SHG}} + \underbrace{2E_1 E_2 e^{-i(\omega_1 + \omega_2)t}}_{\text{SFG}} + \underbrace{2E_1 E_2^* e^{-i(\omega_1 - \omega_2)t}}_{\text{DFG}} + c.c. \right] + 2\epsilon_0 \cdot \chi^{(2)} \left[\underbrace{E_1 E_1^* + E_2 E_2^*}_{\text{OR}} \right]. \quad (2.4)$$

Die einzelnen Terme in Gleichung (2.4) stehen für:

SHG	Second Harmonic Generation	Erzeugung der zweiten Harmonischen
SFG	Sum Frequency Generation	Summenfrequenzerzeugung
DFG	Difference Frequency Generation	Differenzfrequenzerzeugung
OR	Optical Rectification	optische Gleichrichtung

Dabei werden E_1 und E_2 als konstant angenommen, die Amplitude der Pumpfelder wird durch die beschriebenen Frequenzkonversionen nicht oder nur minimal abgeschwächt. Außerdem werden die beteiligten Photonen hier zunächst idealisiert ohne spektrale Breite angenommen. Überlegungen zur Bandbreite folgen in Unterabschnitt 2.2.1.

Für alle nichtlinearen Prozesse bleibt die Energie der Ausgangsstrahlung erhalten. Bei der SHG wird Licht mit der doppelten Pumpfrequenz abgestrahlt. Zur Erzeugung der Summenfrequenz sind wie oben angenommen Pumpfelder mit zwei verschiedenen Frequenzen ω_1 und ω_2 erforderlich, es wird Licht mit der Frequenz $\omega_{\text{SFG}} = \omega_1 + \omega_2$ abgestrahlt. Analog emittiert ein DFG-Prozess Licht mit $\omega_{\text{DFG}} = \omega_1 - \omega_2$ (für $\omega_1 > \omega_2$). Aus Gründen der Energieerhaltung wird hier zusätzlich ein Photon mit der Frequenz ω_2 abgestrahlt, dieser Prozess kann also verwendet werden, um das eingestrahlte Licht mit ω_2 zu verstärken. Abbildung 2.1 veranschaulicht die Energieschemata der verschiedenen Prozesse.

Durch die optische Gleichrichtung wird im Medium ein konstantes elektrisches Feld induziert, es wird kein Licht abgestrahlt.

Sofern ein Medium für alle beteiligten Wellenlängen transparent ist, hängt seine Eignung für einen ausgesuchten nichtlinearen Prozess zunächst von den Einträgen des Suszeptibilitätstensors $\chi^{(2)}$ ab. Für eingestrahlte Frequenzen deutlich unterhalb der Resonanzfrequenz des verwendeten Mediums ist $\chi^{(2)}$ frequenzunabhängig und damit invariant gegenüber der Permutation der beteiligten Frequenzkomponenten. Diese Bedingung wird als Kleinmann-Symmetrie bezeichnet und ermöglicht eine vereinfachte Darstellung von $\chi^{(2)}$:

$$\chi^{(2)} = 2d = 2 \begin{pmatrix} d_{11} & d_{12} & d_{13} & d_{14} & d_{15} & d_{16} \\ d_{21} & d_{22} & d_{23} & d_{24} & d_{25} & d_{26} \\ d_{31} & d_{32} & d_{33} & d_{34} & d_{35} & d_{36} \end{pmatrix} \quad (2.5)$$

Dabei wird d als der nichtlineare Koeffizient des Mediums bezeichnet, die Einträge der Matrix können der Literatur entnommen werden.

Beispielsweise gilt für Lithiumniobat (LiNbO_3) und Kaliumtitanylphosphat (KTiOPO_4), zwei typische nichtlineare Kristalle für die Erzeugung von Einzelphotonen, nach Referenz [42]

$$\begin{array}{cc} \text{LiNbO}_3 & \text{KTiOPO}_4 \\ \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 4,6 & 4,6 & 25,2 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 3,7 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2,4 & 0 & 0 \\ 3,7 & 2,2 & 14,6 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \end{array}$$

mit d_{ij} in pm/V. Die konkreten Zahlenwerte stehen dabei für die Frequenzverdopplung von 1 064 nm, für abweichende Pumpwellenlängen bzw. -frequenzen können die Werte leicht abweichen.

Die Bedeutung der einzelnen Matrixeinträge kann einer vektoriellen Darstellung von Gleichung (2.2) entnommen werden. Beispielhaft wird hier die Summenfrequenzerzeugung zu Grunde gelegt, für $\omega_1 = \omega_2$ ergibt sich jedoch leicht die Gleichung für die Frequenzverdopplung. Wegen

$$\omega_3 = \omega_1 + \omega_2 \quad \Leftrightarrow \quad \omega_1 = \omega_3 - \omega_2 \quad (2.6)$$

lassen sich die folgenden Überlegungen außerdem auf Differenzfrequenzerzeugungsprozesse übertragen:

$$\begin{pmatrix} P_x(\omega_3) \\ P_y(\omega_3) \\ P_z(\omega_3) \end{pmatrix} \propto \begin{pmatrix} d_{11} & d_{12} & d_{13} & d_{14} & d_{15} & d_{16} \\ d_{21} & d_{22} & d_{23} & d_{24} & d_{25} & d_{26} \\ d_{31} & d_{32} & d_{33} & d_{34} & d_{35} & d_{36} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_x(\omega_1)E_x(\omega_2) \\ E_y(\omega_1)E_y(\omega_2) \\ E_z(\omega_1)E_z(\omega_2) \\ E_y(\omega_1)E_z(\omega_2) + E_z(\omega_1)E_y(\omega_2) \\ E_x(\omega_1)E_z(\omega_2) + E_z(\omega_1)E_x(\omega_2) \\ E_x(\omega_1)E_y(\omega_2) + E_y(\omega_1)E_x(\omega_2) \end{pmatrix}$$

Für die nichtlineare Frequenzkonversion ist also neben der Frequenz der beteiligten Wellen auch ihre Polarisationsrichtung von Bedeutung. Die Einträge des nichtlinearen Koeffizienten d als Proportionalitätskonstante zwischen E -Feld und Polarisation stehen entsprechend für die Reaktion des Mediums auf verschiedene Polarisationszustände des einfallenden Feldes. Folglich lassen sich zwei Arten der Frequenzkonversion unterscheiden: Zum einen Typ I-Prozesse, für die beide niedriger-frequenten Photonen gleich polarisiert sind und zum anderen Typ II-Prozesse mit orthogonalen Photonenpaaren. Die ersten drei Spalten in d stehen dabei für die im Medium möglichen Typ I-Prozesse, die letzten drei Spalten entsprechend für die verfügbaren Typ II-Prozesse. So kann beispielsweise Lithiumniobat lediglich für Typ I-Prozesse verwendet werden, das konvertierte Photon wird dabei immer entlang der z -Achse polarisiert sein. Für Kaliumtitanylphosphat dagegen ermöglichen die von Null verschiedenen Einträge d_{24} und d_{15} grundsätzlich auch zwei Typ II-Prozesse.

Tatsächlich bestimmt der Betrag des nichtlinearen Koeffizienten jedoch lediglich die grundsätzliche Eignung eines Mediums zur Verwendung für die nichtlineare Frequenzkonversion, die maximale Effizienz des Prozesses hängt von der Möglichkeit der sogenannten ‚Phasenanpassung‘ ab. Neben der Energie muss bei der Frequenzkonversion auch der Impuls der beteiligten Photonen erhalten bleiben:

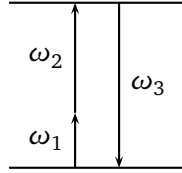
$$\begin{aligned} \text{Energieerhaltung:} \quad & \hbar\omega_1 + \hbar\omega_2 = \hbar\omega_3 \\ \text{Impulserhaltung:} \quad & \hbar\vec{k}_1 + \hbar\vec{k}_2 = \hbar\vec{k}_3 \end{aligned}$$

Dabei wird der nichtlineare Prozess als ‚kollinear‘ bezeichnet, falls $\vec{k}_1 = r \cdot \vec{k}_2$ mit $r \in \mathbb{R}$ gilt. Abbildung 2.2 veranschaulicht die Energie- und Impulserhaltungsbedingung und unterscheidet den kollinearen und den nicht-kollinearen Fall der Konversion. Wegen

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\omega \cdot n(\omega)}{c_0} \quad (2.7)$$

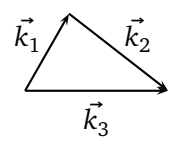
kann die Impulserhaltungsbedingung in doppelbrechenden Medien über die richtige Wahl der Brechungsindizes von fundamentaler und konvertierter Welle erfüllt werden. Für den

Energieerhaltung

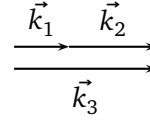


$$\hbar\omega_1 + \hbar\omega_2 = \hbar\omega_3$$

Impulserhaltung



nicht kollinear



kollinear

$$\hbar\vec{k}_1 + \hbar\vec{k}_2 = \hbar\vec{k}_3$$

Abbildung 2.2: Veranschaulichung der Energie- und Impulserhaltungsbedingung für die nichtlineare Frequenzkonversion. Stimmen die Propagationsrichtungen von fundamentaler und zweiter harmonischer Strahlung überein, wird der Prozess als ‚kollinear‘ bezeichnet.

einfachsten Fall einer kollinearen Typ I-Frequenzverdopplung mit $\omega_3 = 2\omega_1$ ergibt sich für die Impulserhaltung für fundamentale und verdoppelte Welle:

$$2k_1 = k_3 \Leftrightarrow \frac{2\omega_1 \cdot n(\omega_1)}{c_0} = \frac{\omega_3 \cdot n(\omega_3)}{c_0} \Leftrightarrow n(\omega_1) = n(\omega_3) \quad (2.8)$$

Damit der Impuls bei der Frequenzkonversion erhalten bleibt, müssen im besprochenen Fall also die Brechungsindizes beider Wellen überein stimmen. Bei der ‚kritischen Phasenanpassung‘ wird hierfür die Winkelabhängigkeit des Brechungsindex im Medium ausgenutzt, bei der ‚nichtkritischen Phasenanpassung‘ seine Abhängigkeit von der Temperatur.

Der Begriff der Phasenanpassung lässt sich aus dem Wellenbild für die beschriebene Frequenzkonversion ableiten: Ist mit $2k_1 = k_3$ der Impuls erhalten, so stimmen wegen $v_{\text{Phase}} = \omega/k$ auch die Phasengeschwindigkeiten von fundamentaler und konvertierter Welle überein. Abbildung 2.3 veranschaulicht den Einfluss der Phasengeschwindigkeiten auf das elektrische Feld der konvertierten Strahlung für den betrachteten Typ I-SHG-Prozess. Dabei steht Δk für die sogenannte ‚Phasenfehlanpassung‘

$$\Delta k = |\vec{k}_3 - \vec{k}_1 - \vec{k}_1|, \quad (2.9)$$

die gerade dann verschwindet, wenn der Gesamtimpuls aller beteiligten Teilwellen erhalten ist. Exemplarisch ist die Frequenzkonversion zu fünf verschiedenen Zeiten an fünf verschiedenen Orten im Medium gezeigt. Jeder konvertierte Wellenzug schwingt zum Zeitpunkt seiner Erzeugung mit der fundamentalen Welle in Phase. Im linken Bild der Abbildung ist nun mit $\Delta k = 0$ der Impuls erhalten, fundamentale (rot) und frequenzverdoppelte (blau) Welle propagieren entsprechend mit der gleichen Phasengeschwindigkeit durch das Medium. Alle erzeugten Teilwellen schwingen daher in Phase, sie addieren sich durch konstruktive

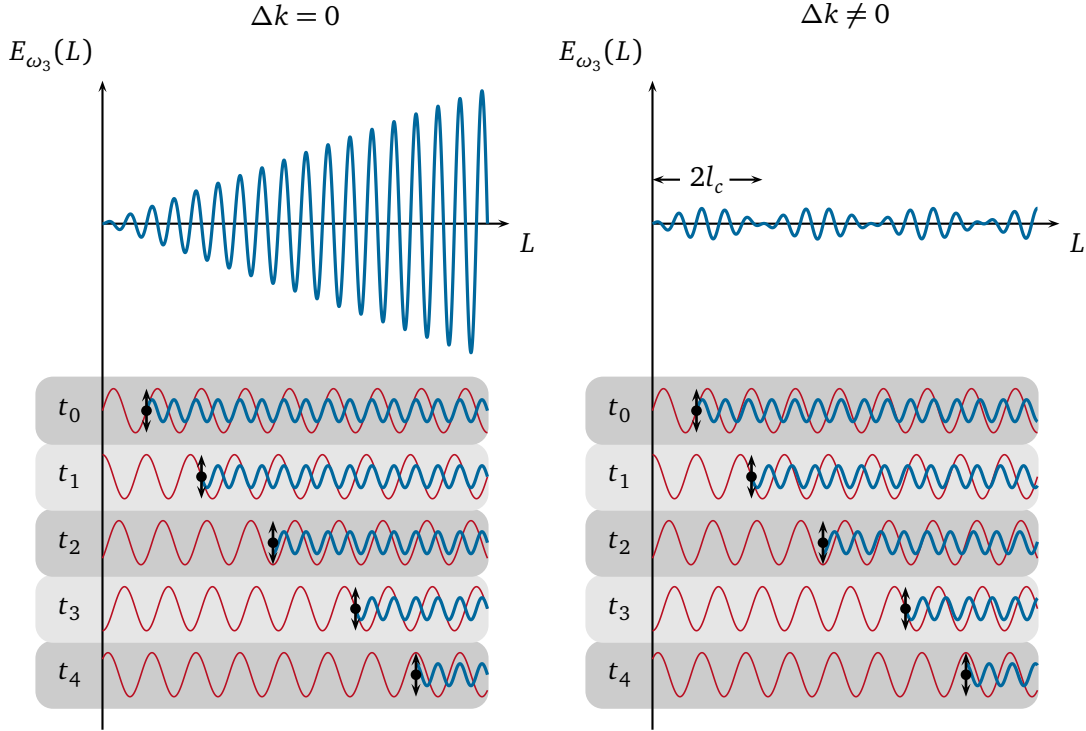


Abbildung 2.3: Visualisierung der Phasenanpassungsbedingung für einen kollinearen SHG-Prozess vom Typ I. Dargestellt ist jeweils der Verlauf des elektrischen Feldes der zweiten Harmonischen als Funktion der Länge eines nichtlinearen Mediums mit perfekter Phasenanpassung ($\Delta k = 0$, linkes Bild) und ohne Phasenanpassung ($\Delta k \neq 0$, rechtes Bild). Das Feld resultiert dabei jeweils aus der Überlagerung aller im Medium erzeugten Teilwellen. Exemplarisch wird die Frequenzkonversion zu fünf verschiedenen Zeiten an fünf verschiedenen Orten im Kristall dargestellt. Die zweite Harmonische (in Blau) wird phasengleich zur fundamentalen Welle (in Rot) erzeugt. Im Fall perfekter Phasenanpassung (links) stimmen die Phasengeschwindigkeiten der Fundamentalen und der zweiten Harmonischen überein, alle erzeugten Wellen schwingen in Phase und interferieren entsprechend konstruktiv. Für $\Delta k \neq 0$ propagieren Fundamentale und zweite Harmonische mit verschiedenen Phasengeschwindigkeiten durch das Medium. Die erzeugten Wellenzüge interferieren entsprechend je nach relativer Phase konstruktiv oder destruktiv, es ergibt sich eine Modulation in der Amplitude des erzeugten Feldes. Die halbe Periode dieser Modulation wird als die Kohärenzlänge l_c des Prozesses bezeichnet.

Interferenz zu einer makroskopischen Welle bei $2\omega_1$ auf. Ist der Impuls der Teilwellen dagegen nicht erhalten und $\Delta k \neq 0$, propagieren fundamentale und verdoppelte Welle wie im rechten Bild in Abbildung 2.3 mit verschiedenen Phasengeschwindigkeiten durch das Medium. Die Phasenbeziehung zwischen den verschiedenen Teilwellen variiert entsprechend mit dem Ort ihrer Erzeugung, durch konstruktive und destruktive Interferenz kommt es zu einer Oszillation im Betrag des elektrischen Feldes der konvertierten Strahlung. Die Periode dieser Oszillation ist $2l_c$, wobei l_c als die Kohärenzlänge des Prozesses für die entsprechenden Kristallparameter bezeichnet wird.

Für eine qualitative Aussage über die Effizienz eines nichtlinearen Prozesses mit der Phasenfehlanpassung Δk kann die Intensität I der erzeugten Strahlung bei ω_3 als Funktion der Länge L des nichtlinearen Mediums betrachtet werden. Für die Betrachtung ebener Wellen ist

$$I_{\omega_3}(L) = |E_{\omega_3}(L)|^2 \propto L^2 \cdot \text{sinc}^2\left(\frac{\Delta k \cdot L}{2}\right). \quad (2.10)$$

Für perfekte Phasenanpassung mit $\Delta k = 0$ ist die Intensität wegen $\text{sinc}(0) = 1$ maximal, es ergibt sich eine quadratische Abhängigkeit von der Kristalllänge. Im Falle nicht verschwindender Phasenfehlanpassung mit $\Delta k \neq 0$ ist

$$I_{\omega_3}(L) \propto \frac{4}{(\Delta k)^2} \cdot \sin^2\left(\frac{\Delta k \cdot L}{2}\right), \quad (2.11)$$

es ergibt sich die in Abbildung 2.3 beschriebene Modulation in der Ausgangsleistung, wobei die Periode der Schwingung gerade $2\pi/\Delta k$ beträgt.

Die halbe Periode $\pi/\Delta k$ entspricht der oben angesprochenen Kohärenzlänge l_c des Prozesses. Alle zwischen $L_0 = 0$ und $L_1 = l_c$ erzeugten Wellenzüge interferieren zunächst konstruktiv und tragen so zu einem Anstieg der Intensität der verdoppelten Welle bei. Wegen der verschiedenen Phasengeschwindigkeiten von fundamentaler und verdoppelter Welle bauen die zwischen $L_1 = l_c$ und $L_2 = 2l_c$ erzeugten Wellenzüge dieses Feld jedoch durch destruktive Interferenz sukzessive wieder ab, bis die Intensität bei $L_2 = 2l_c$ schließlich wieder bei Null liegt. Ohne geeignete Phasenanpassung kann entsprechend keine effiziente Frequenzkonversion geschehen.

Details zu den bisher angesprochenen Grundlagen der nichtlinearen Optik können dem Buch von Robert W. Boyd, Referenz [43], entnommen werden.

Bei der Auswahl eines Kristalls zur Verwendung eines nichtlinearen Effektes muss immer die Möglichkeit der Phasenanpassung berücksichtigt werden. Für die angesprochenen Methoden der Phasenanpassung über verschiedene Brechungsindizes ist eine Nutzung des größten nichtlinearen Koeffizienten im Medium nicht immer möglich. Im Falle des oben beschriebenen Lithiumniobats kann beispielsweise der deutlich größere nichtlineare Koeffizient d_{33} nicht phasengepasst werden, da hier alle drei beteiligten Photonen entlang der z -Achse polarisiert wären. Eine optimale Kombination der Brechungsindizes zur Erfüllung der Phasenanpassungsbedingung ist jedoch nur möglich, wenn alle zwei (in uniaxial

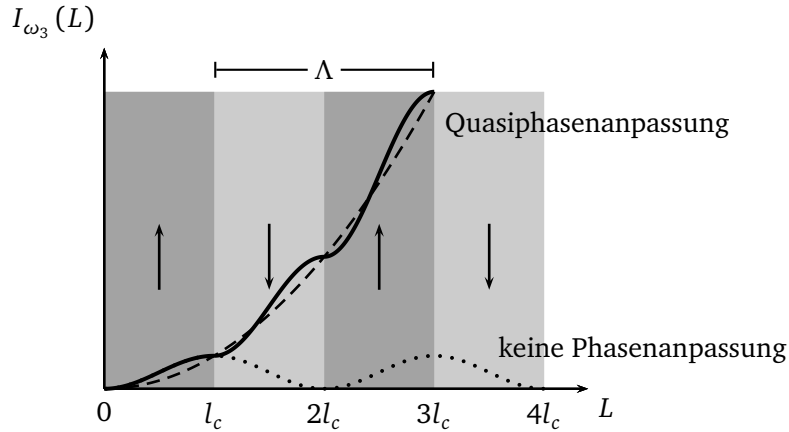


Abbildung 2.4: Intensitätsverlauf eines nichtlinearen Prozesses ohne Phasenanpassung und mit Quasiphasenanpassung. Ohne Phasenanpassung oszilliert die Intensität mit der Periode $\Lambda = 2l_c$. Die Quasiphasenanpassung kompensiert diese periodische Abnahme der Intensität wegen destruktiver Interferenz durch Invertieren des nichtlinearen Koeffizienten und einen daraus resultierenden Phasensprung der konvertierten Strahlung um π .

doppelbrechenden Kristallen) bzw. mindestens zwei von drei (in biaxial doppelbrechenden Kristallen) ausgezeichneten Richtungen verschiedener Brechungsindizes im Kristall ausgenutzt werden können [44].

1962 schlugen Armstrong *et al.* daher die sogenannte ‚Quasiphasenanpassung‘ (*Quasi Phase Matching*, QPM) vor [45]. Diese alternative Methode zur Phasenanpassung verwendet nicht die verschiedenen Brechungsindizes im Medium und unterliegt daher auch nicht den beschriebenen Einschränkungen für kritische und nichtkritische Phasenanpassung.

Bei der Quasiphasenanpassung wird die beschriebene Oszillation der Intensität der erzeugten Strahlung mit der Periode $2l_c$ ausgenutzt. Wie oben angesprochen wächst die Intensität der erzeugten Welle auf einer Kristalllänge $\Delta L = l_c$ zunächst durch konstruktive Interferenz an. Erst für Orte jenseits der Kohärenzlänge kommt es durch die verschiedenen Phasengeschwindigkeiten von fundamentaler und konvertierter Welle zu einer Phasenverschiebung $\Delta\varphi = \pi$ gegenüber einer zuvor erzeugten Welle, sodass das entstandene Feld wie beschrieben wieder abgebaut wird. Bei der Quasiphasenanpassung wird nun dieser Intensitätsabfall durch destruktive Interferenz verhindert, indem die Phase der erzeugten Wellenzüge in Abständen einer Kohärenzlänge l_c jeweils um π verschoben wird. Statt das zuvor erzeugte Feld wieder abzubauen, tragen damit auch die folgenden Wellenzüge zur Verstärkung der verdoppelten Welle bei. Abbildung 2.4 zeigt den Einfluss dieser periodischen Manipulation auf den Verlauf der Intensität der frequenzverdoppelten Welle verglichen mit dem oszillierenden Verlauf der Intensität für fehlende Phasenanpassung.

Verglichen mit der beschriebenen ‚idealen‘ Phasenanpassung über die Brechungsindizes der beteiligten Wellen wird bei der Quasiphasenanpassung der effektive nichtlineare Koeffizient

durch den Faktor $2/\pi$ verringert [46]. Da QPM jedoch die Nutzung aller nichtlinearen Koeffizienten eines Mediums, in Lithiumniobat beispielsweise d_{33} , ermöglicht, kann so häufig dennoch die größtmögliche Verstärkung eines nichtlinearen Effektes erzielt werden.

Technisch realisiert wird die Quasiphasenanpassung heute durch Domäneninversion. Durch das Anlegen einer Spannung an das nichtlineare Medium wird mit einer Periode $\Lambda = 2l_c$ das Vorzeichen des nichtlinearen Koeffizienten jeweils invertiert und so die Phase der konvertierten Strahlung um π verschoben [47]. Die Propagation von fundamentaler und konvertierter Strahlung erfolgt dabei in die gleiche Richtung, es liegt also ein kollinear Prozess zu Grunde. Im Vektorbild wird die anfängliche Phasenfehlانpassung $\Delta k \neq 0$ durch die Addition eines zusätzlichen Terms $2\pi/\Lambda$ behoben:

$$\Delta k_{\text{QPM}} = k_3 - k_1 - k_2 - \frac{2\pi}{\Lambda} = 0 \quad (2.12)$$

Die periodische Manipulation des nichtlinearen Koeffizienten eines Mediums wird auch als ‚Periodisches Polen‘ (PP) bezeichnet, die entsprechenden Kristalle als periodisch gepolt (beispielsweise PPLN für periodisch gepoltes Lithiumniobat und PPKTP für periodisch gepoltes Kaliumtitanylphosphat). Im Englischen wird die Polung und insbesondere auch die Polungsperiode als *grating* bezeichnet.

Da eine Änderung der Kristalltemperatur eine Änderung in der Polungsperiode bedingt, kann die Feinanpassung der Impulserhaltungsbedingung bei der Quasiphasenanpassung über diese Temperatur erfolgen. Zusätzlich reagieren auch die Brechungsindizes des verwendeten doppelbrechenden Materials auf die Kristalltemperatur, der Einfluss ist hier jedoch stark von den Temperaturgradienten des jeweiligen Mediums abhängig.

Durch die verschiedenen Methoden der Frequenzkonversion in der nichtlinearen Optik zweiter Ordnung kann Laserlicht in einem sehr breiten Wellenlängenbereich bereit gestellt werden, der durch herkömmliche Lasermedien nicht oder nur unzureichend abgedeckt werden kann [48]. Doch auch für die effiziente Erzeugung von Einzelphotonenpaaren zum Test der Bellschen Ungleichung oder als *heralded* Einzelphotonenquelle in der Quanteninformation werden nichtlineare Medien eingesetzt. Im nächsten Abschnitt werden die Grundlagen der ‚parametrischen Abwärtskonversion‘ (*Parametric Down Conversion*, PDC) diskutiert, die zur Einzelphotonenerzeugung durch Dreiwellenmischen verwendet wird.

2.2 Grundlagen der parametrischen Abwärtskonversion

Eine Frequenzkonversion im optischen Spektralbereich durch parametrische Abwärtskonversion wurde erstmals 1965 von Giordmaine und Miller gezeigt [49]. Die PDC kann als die Umkehrung der Summenfrequenzzeugung verstanden und für klassisches Licht wie oben gezeigt beschrieben werden. Während bei der SFG zwei Photonen mit den Frequenzen ω_1 und ω_2 zu einem höherenergetischen Photon der Frequenz $\omega_3 = \omega_1 + \omega_2$ konvertiert werden, zerfällt bei der PDC ein Pumpphoton mit ω_p spontan in zwei Tochterphotonen ω_s und ω_i mit $\omega_s + \omega_i = \omega_p$, die als *signal*- und *idler*-Photon bezeichnet werden. Dabei wird

auch hier sowohl die Energie als auch der Impuls des Pumpphotons erhalten. Stimmen die Frequenzen von *signal*- und *idler*-Photon mit $\omega_s = \omega_i = \omega_p/2$ überein, wird die PDC als ‚entartet‘ bezeichnet, sie entspricht dann der Umkehrung der Frequenzverdopplung.

Quantenmechanisch wird die Frequenzkonversion durch Drei- und auch durch Vierwellenmischen durch den Wechselwirkungs-Hamiltonoperator

$$\hat{H}_I = i\hbar\chi\hat{a}_s^\dagger\hat{a}_i^\dagger + h.c. \quad (2.13)$$

beschrieben. Dabei stehen \hat{a}_s^\dagger und \hat{a}_i^\dagger jeweils für den Erzeugungsoperator des *signal*- bzw. *idler* Photons, der Parameter χ beschreibt das Pumplicht, das hier als klassisches Feld angenommen wird, dessen Amplitude durch die Frequenzkonversion nicht nennenswert verringert wird. Damit ergibt sich für den Zustand der parametrischen Konversion

$$|\Psi(t)\rangle = \exp\left(\frac{-i\hat{H}_I t}{\hbar}\right)|\Psi(0)\rangle = \exp(\eta\hat{a}_s^\dagger\hat{a}_i^\dagger - \eta^*\hat{a}_s\hat{a}_i)|\Psi(0)\rangle \quad (2.14)$$

mit $\eta = \chi t$. $|\eta|^2$ ist die Wahrscheinlichkeit für die Konversion eines Pumpphotons. Soll der parametrische Prozess wie hier zur Erzeugung einzelner Photonenpaare verwendet werden, ist $|\eta| \ll 1$. Durch Reihenentwicklung bis zur zweiten Ordnung ergibt sich

$$|\Psi(t)\rangle \approx |0\rangle + \eta|1_s, 1_i\rangle + \eta^2|2_s, 2_i\rangle. \quad (2.15)$$

Wegen $|\eta|^2 \ll 1$ ist bereits die Wahrscheinlichkeit für die simultane Konversion zweier Pumpphotonen vernachlässigbar, höhere Ordnungen sind entsprechend unwahrscheinlicher. Hauptsächlich wird in diesem Fall also der Zweiphotonenzustand

$$|\Psi\rangle = |1_s, 1_i\rangle \quad (2.16)$$

erzeugt. Dieser Zustand ist die Voraussetzung für alle in Kapitel 4 beschriebenen Zweiphotoneninterferenzen.

Häufig ist für die spontane Konversion eines Pumpphotons nicht nur ein definierter Endzustand für das *signal*- bzw. das *idler*-Photon möglich. Abbildung 2.5 zeigt beispielhaft die Spektren beider Photonen für einen Typ II-PDC-Prozess in PPKTP. In Blau ist dabei das Spektrum des senkrecht zum Tisch (s) polarisierten Photons gezeigt, in Gelb entsprechend das Spektrum des parallel zum Tisch (p) polarisierten Partnerphotons. Neben der Hauptmode sind in beiden Spektren noch weitere Nebenmoden zu erkennen.

Die Phasenanpassung wurde nun gerade so gewählt, dass es zwischen der Hauptmode und der deutlichsten Nebenmode beider Spektren zu einem Überlapp kommt. Es reicht hier entsprechend nicht mehr aus, lediglich die Frequenzen der konvertierten Photonen zu betrachten. Ein Pumpphoton kann in zwei Tochterphotonen mit $\omega_p = \omega_1 + \omega_2$ zerfallen, wobei das Photon mit der Frequenz ω_1 entweder senkrecht oder parallel zum Tisch polarisiert ist, sofern ω_1 und ω_2 im Überlappungsbereich liegen. Das Partnerphoton mit ω_2 ist

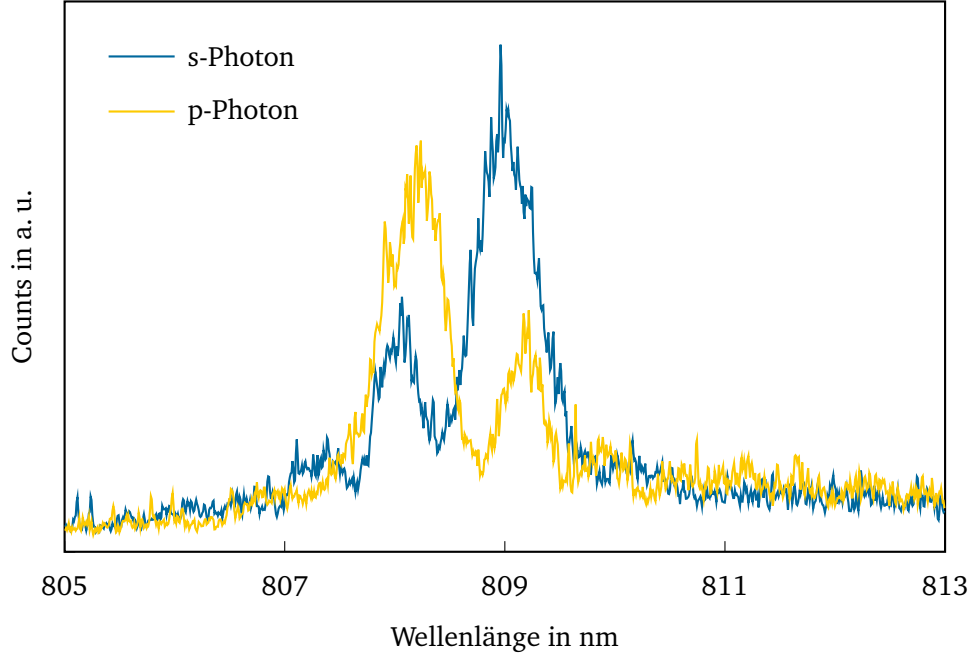


Abbildung 2.5: Beispiel eines Emissionsspektrums eines Typ II-PDC-Prozesses in PPKTP. In Blau ist das Spektrum des senkrecht zum Tisch polarisierten Photons abgebildet, in Gelb das des parallel zum Tisch polarisierten Partnerphotons. Wegen des Überlapps der beiden deutlichsten spektralen Moden der einzelnen Photonen liegt hier ein verschränkter Zustand $|\Psi\rangle = \eta_1 \cdot |\downarrow_{\omega_1}, \leftrightarrow_{\omega_2}\rangle + \eta_2 \cdot |\leftrightarrow_{\omega_1}, \downarrow_{\omega_2}\rangle$ vor.

dann entsprechend orthogonal dazu polarisiert.

Der Hamiltonoperator aus Gleichung (2.13) muss für den beschriebenen Fall mit zwei möglichen Endzuständen 1 und 2 für die beiden PDC-Photonen zu

$$\hat{H}_I = i\hbar\chi_1\hat{a}_{s,1}^\dagger\hat{a}_{i,1}^\dagger + i\hbar\chi_2\hat{a}_{s,2}^\dagger\hat{a}_{i,2}^\dagger + h.c. \quad (2.17)$$

erweitert werden, es wird ein verschränkter Zweiphotonenzustand

$$|\Psi\rangle = \eta_1 |1_{s,1}, 1_{i,1}\rangle + \eta_2 |1_{s,2}, 1_{i,2}\rangle \quad (2.18)$$

erzeugt, wie er zum Test der Bellschen Ungleichung (vgl. Abschnitt 4.5) bzw. zur Implementierung des Ekert-Protokolls (vgl. Unterabschnitt 6.2.2) verwendet wird.

Für das oben beschriebene Beispiel des spektralen Überlapps einer Typ II-Konversion ergibt sich entsprechend der verschränkte Zustand

$$|\Psi\rangle = \eta_1 \cdot |\uparrow_{\omega_1}, \leftrightarrow_{\omega_2}\rangle + \eta_2 \cdot |\leftrightarrow_{\omega_1}, \uparrow_{\omega_2}\rangle. \quad (2.19)$$

Dies ist nur ein Beispiel für die Erzeugung eines verschränkten Zustands durch parametrische Abwärtskonversion. Hier soll zunächst die Erzeugung des Zweiphotonenzustands $|\Psi\rangle = |1_s, 1_i\rangle$ durch Dreiwellenmischen besprochen werden. Details zu den Ausführungen zur quantenmechanischen Beschreibung der PDC können Referenz [16], Kapitel 2, entnommen werden.

Der Ausgangszustand bei der parametrischen Abwärtskonversion ist durch

$$|\Psi_0\rangle = |\{\alpha_p(\omega)\}\rangle \otimes |0_s, 0_i\rangle \quad (2.20)$$

gegeben. Dabei ist $\alpha_p(\omega)$ die spektrale Verteilung des Pumpfeldes um die Frequenz ω_p , es existiert kein *signal*- bzw. *idler*-Photon. Die zeitliche Entwicklung eines Zustandes durch parametrische Abwärtskonversion kann durch

$$|\Psi(t)\rangle = \exp\left[\frac{1}{i\hbar} \int_{t'}^t \hat{H}_I(\tau) d\tau\right] |\Psi(t')\rangle \quad (2.21)$$

mit dem Wechselwirkungs-Hamiltonoperator $\hat{H}_I(\tau)$ für die PDC bestimmt werden. Für die Angabe des Hamiltonoperators werden hier zwei Einschränkungen angenommen:

Mit $|\omega_s - \omega_i| \ll \omega_s, \omega_i$ wird eine in Näherung entartete Konversion beschrieben, außerdem kann die Betrachtung auf eine Dimension reduziert werden, da die Richtungen der konvertierten Strahlung durch die Energie- und Impulserhaltungsbedingung vorgegeben sind (vgl. Abbildung 2.2). Dann ist

$$\begin{aligned} \frac{1}{i\hbar} \int_{-\infty}^{+\infty} \hat{H}_I(\tau) d\tau &= \xi \int_{[\omega_p]} d\omega_3 \int_{[\omega_0]} d\omega_1 d\omega_2 \delta(\omega_1 + \omega_2 - \omega_3) \\ &\quad \times \hat{a}_p(\omega_3) \hat{a}_s^\dagger(\omega_1) \hat{a}_i^\dagger(\omega_2) h(L\Delta k) + h.c. \end{aligned} \quad (2.22)$$

das entsprechende Zeitintegral des Hamiltonoperators. Die Konstante ξ beinhaltet die vom Medium abhängige Effizienz des betrachteten nichtlinearen Prozesses, das Pumpspektrum ist um ω_p verteilt, die Spektren der PDC-Photonen um $\omega_0 = \omega_p/2$. Die \hat{a}_v stehen für die Erzeugungs- bzw. Vernichtungsoperatoren von *pump*-, *signal*- und *idler*-Photon. Durch $\delta(\omega_1 + \omega_2 - \omega_3)$ wird die Energieerhaltungsbedingung berücksichtigt.

Der Term $h(L\Delta k)$ mit der Funktion

$$h(x) = \int_{-1}^0 e^{ixz} dz = \frac{1 - e^{-ix}}{ix} = e^{-ix/2} \text{sinc}(x/2) \quad (2.23)$$

zeigt die bereits aus Gleichung 2.10 bekannte Proportionalität des erzeugten elektrischen Feldes zu $\text{sinc}(L\Delta k/2)$. L ist dabei auch hier die Länge des nichtlinearen Mediums, Δk steht für die Phasenfehlانpassung $\Delta k = |\vec{k}_3 - \vec{k}_1 - \vec{k}_2|$.

Mit

$$\exp\left[\frac{1}{i\hbar} \int_{-\infty}^{\infty} \hat{H}_I(\tau) d\tau\right] \approx 1 + \frac{1}{i\hbar} \int_{-\infty}^{\infty} \hat{H}_I(\tau) d\tau \quad (2.24)$$

ergibt sich für den Zustand des Gesamtsystems, also Pumplicht und PDC-Photonen, nach der Konversion

$$\begin{aligned} |\Psi\rangle &= \left[1 + \frac{1}{i\hbar} \int_{-\infty}^{\infty} \hat{H}_I(\tau) d\tau\right] |\Psi_0\rangle \\ &= |\{\alpha_p(\omega)\}\rangle \otimes \left[|0_s, 0_i\rangle + \xi \int_{[\omega_p]} d\omega_3 \int_{[\omega_0]} d\omega_1 d\omega_2 h(L\Delta k) \right. \\ &\quad \left. \times \delta(\omega_1 + \omega_2 - \omega_3) \alpha_p(\omega_3) |\omega_{1s}, \omega_{2i}\rangle\right] \end{aligned} \quad (2.25)$$

mit $|\omega_{1s}, \omega_{2i}\rangle = \hat{a}_s^\dagger(\omega_1) \hat{a}_i^\dagger(\omega_2) |0_s, 0_i\rangle$. Damit gilt für den Zweiphotonenzustand durch Dreiwellenmischen:

$$|\Psi\rangle_{\text{PDC}} = |0_s, 0_i\rangle + \xi \int d\omega_1 d\omega_2 \Phi(\omega_1, \omega_2) |\omega_{1s}, \omega_{2i}\rangle \quad (2.26)$$

Die Funktion

$$\Phi(\omega_1, \omega_2) = \alpha_p(\omega_1 + \omega_2) h(L\Delta k) \quad (2.27)$$

für $\omega_1 + \omega_2 = \omega_3$ wird in Kapitel 4 verwendet, um den Verlauf der Zweiphotoneninterferenz des verwendeten Typ II-Prozesses zu beschreiben. Hier soll zunächst der Einfluss der Funktion $h(L\Delta k)$ betrachtet werden.

Wie in Abschnitt 2.1 bereits angesprochen, hängt die Effizienz der Frequenzkonversion empfindlich von der Phasenfehlانpassung Δk ab. Die Intensität des konvertierten Lichts ist pro-

portional zu $\text{sinc}^2(L\Delta k/2)$ und entsprechend maximal, falls $\Delta k = 0$ gilt. Da jedoch die Länge L des verwendeten nichtlinearen Mediums im Allgemeinen mit Längen im Bereich einiger Millimeter vergleichsweise klein ist, gilt auch für $\Delta k \neq 0$

$$L \cdot \Delta k \approx 0. \quad (2.28)$$

Auch für nicht verschwindende Phasenfehlanpassung kann dann wegen $\text{sinc}^2(L\Delta k/2) \approx 1$ eine effiziente Konversion stattfinden. Für die parametrische Abwärtskonversion bestimmt die mögliche Phasenfehlanpassung die Bandbreite der generierten Photonen. Dabei ist wegen Gleichung (2.28) die zulässige Phasenfehlanpassung und damit die Bandbreite der Photonen umso größer, je kleiner L ist.

2.2.1 Theoretische Bandbreite der PDC-Photonen

In diesem Abschnitt soll die Bandbreite der PDC-Photonen für entartete Typ I- und Typ II-Prozesse bestimmt werden. Dabei werden lediglich kollineare Prozesse betrachtet, da die in dieser Arbeit ausschließlich verwendeten periodisch gepolten Kristalle eine kollineare Frequenzkonversion ermöglichen.

Als Pumpquelle wird ein Diodenlaser mit externem Resonator (vgl. Abschnitt 3.2) eingesetzt, sodass eine Betrachtung für schmalbandiges Pumplicht in diesem Rahmen ausreicht. Details, insbesondere auch für ein breiteres Pumpspektrum, können auch hier wieder Referenz [16] entnommen werden.

Die sinc-Funktion verläuft achsensymmetrisch zur y -Achse und fällt für $x = \pm 1,3916$ auf die Hälfte ihres Maximalwerts ab. Diese Reichweite bestimmt entsprechend die Halbwertsbreite der Photonen. Wegen

$$\text{sinc}^2\left(\frac{L\Delta k}{2}\right) = \frac{1}{2} \quad \Leftrightarrow \quad L|\Delta k| = 2,7832 \quad (2.29)$$

muss zur rechnerischen Bestimmung der Bandbreite Δk näher betrachtet werden.

Typ I-Prozesse Für nichtlineare Prozesse vom Typ I sind beide erzeugten Photonen gleich polarisiert. Ohne Beschränkung der Allgemeinheit soll hier von einem uniaxial doppelbrechenden Medium ausgegangen werden, die PDC-Photonen sollen ordentlich (*ordinary*), das Pumpphoton außerordentlich (*extraordinary*) polarisiert sein. Dann gilt mit der Frequenz des Pumplichts um $\omega_p = 2\omega_0$

$$\Delta k = k_e(2\omega_0) - k_o(\omega_s) - k_o(\omega_i). \quad (2.30)$$

Die spektrale Ausdehnung der PDC-Photonen wird durch $\omega_s = \omega_0 + \Omega$ und $\omega_i = \omega_0 - \Omega$ berücksichtigt. Durch Taylorreihenentwicklung bis zur zweiten Ordnung ergibt sich so für die Phasenfehlانpassung:

$$\begin{aligned} \Delta k &\approx k_e(2\omega_0) - \left[k_o(\omega_0) + \frac{dk_o}{d\omega} \Big|_{\omega_0} \Omega + \frac{1}{2} \cdot \frac{d^2k_o}{d\omega^2} \Big|_{\omega_0} \Omega^2 \right] \\ &\quad - \left[k_o(\omega_0) - \frac{dk_o}{d\omega} \Big|_{\omega_0} \Omega + \frac{1}{2} \cdot \frac{d^2k_o}{d\omega^2} \Big|_{\omega_0} \Omega^2 \right] \\ &= k_e(2\omega_0) - 2k_o(\omega_0) - \frac{d^2k_o}{d\omega^2} \Big|_{\omega_0} \Omega^2 \end{aligned} \quad (2.31)$$

Da für den spektral nicht ausgedehnten Prozess $2\omega_0 \rightarrow \omega_0 + \omega_0$ der Impuls erhalten, also die Phase angepasst ist, ist $k_e(2\omega_0) - 2k_o(\omega_0) = 0$. Damit gilt mit $L|\Delta k| = 2,7832$ für die zulässige Phasenfehlانpassung und die daraus resultierende Bandbreite der Photonen für einen Typ I-PDC Prozess

$$\Delta k \approx -k_o''\Omega^2 \quad \Leftrightarrow \quad \Delta\omega_{\text{PDC}}^{(I)} = 2 \cdot \sqrt{\frac{2,7832}{Lk_o''}}, \quad (2.32)$$

die Bandbreite der Photonen ist hier also umgekehrt proportional zur Wurzel der Länge L des nichtlinearen Mediums.

Typ II-Prozesse Die Bandbreite der emittierten Photonen aus einem Typ II-Prozess wird analog zu den Überlegungen für den Typ I-Prozess ermittelt. Es ist zunächst

$$\Delta k = k_p(2\omega_0) - k_s(\omega_s) - k_i(\omega_i). \quad (2.33)$$

Das Spektrum der PDC-Photonen wird erneut mit $\omega_s = \omega_0 + \Omega$ und $\omega_i = \omega_0 - \Omega$ berücksichtigt. Taylorreihenentwicklung bis zur zweiten Ordnung ergibt

$$\begin{aligned} \Delta k &\approx k_p(2\omega_0) - k_s(\omega_0) - k_i(\omega_0) - \left(\frac{dk_s}{d\omega} \Big|_{\omega_0} - \frac{dk_i}{d\omega} \Big|_{\omega_0} \right) \Omega \\ &\quad - \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{d^2k_s}{d\omega^2} \Big|_{\omega_0} + \frac{d^2k_i}{d\omega^2} \Big|_{\omega_0} \right) \Omega^2. \end{aligned} \quad (2.34)$$

Auch hier ist wegen der Impulserhaltung $k_p(2\omega_0) - k_s(\omega_0) - k_i(\omega_0) = 0$, sodass sich für die Phasenfehlانpassung

$$\Delta k \approx -(k_s' - k_i')\Omega - \frac{1}{2} \cdot (k_s'' + k_i'')\Omega^2 \quad (2.35)$$

ergibt. Da im Allgemeinen $k'_s \neq k'_i$ gilt, dominiert der in Ω lineare Term und für die Bandbreite der Photonen aus einer Typ II-Frequenzkonversion ergibt sich

$$\Delta k \approx -(k'_s - k'_i)\Omega \quad \Leftrightarrow \quad \Delta\omega_{\text{PDC}}^{(II)} = \frac{2 \cdot 2,7832}{L \cdot |k'_s - k'_i|}, \quad (2.36)$$

die Bandbreite verhält sich hier entsprechend umgekehrt proportional zur Länge des nichtlinearen Mediums.

Bei den in Abschnitt 2.1 beschriebenen Prozessen, die zwei Pumpphotonen in ein höherenergetisches Photon konvertieren, wird die Bandbreite des konvertierten Lichts in erster Näherung durch die Bandbreite der verwendeten Fundamentalen vorgegeben [50]. Die hier angesprochene Phasenfehlanpassung bestimmt dann die sogenannte ‚Akzeptanzbandbreite‘ des Mediums, also die Bandbreite des Pumplichts, die durch den ausgewählten Kristall konvertiert wird. Für eine Konversion mit breitbandiger Pumpe steht so unter Umständen nicht die gesamte Pumpintensität zur Verfügung, da lediglich Photonen aus dem Akzeptanzspektrum des Kristalls konvertiert werden können.

2.3 Zusammenfassung

Mit der parametrischen Abwärtskonversion bietet die nichtlineare Optik eine praktikable und effiziente Möglichkeit der Einzelphotonenerzeugung. Dabei wird durch Dreiwellenmischen immer ein Photonenpaar erzeugt. Soll die Quelle beispielsweise in der Quanteninformation als Einzelphotonenquelle eingesetzt werden, muss das Photonenpaar daher zunächst getrennt werden. Ein Photon dient dann als Nachweis für die Existenz des Partnerphotons, sodass es sich im Detail um eine *heralded* Einzelphotonenquelle handelt. Auch für die Untersuchung von Zweiphotoneninterferenzen oder des Phänomens der Verschränkung werden PDC-basierte Photonenpaarquellen eingesetzt.

Die spektrale Breite der PDC-Photonen verhält sich für Typ II-Prozesse umgekehrt proportional zur Länge des nichtlinearen Mediums, für Typ I-Prozesse umgekehrt proportional zu deren Wurzel.

3 Parametrische Abwärtskonversion in PPKTP

In der vorliegenden Arbeit wurde die Erzeugung von Einzelphotonenpaaren durch parametrische Abwärtskonversion in periodisch gepoltem Kaliumtitanylphosphat (PPKTP) untersucht. Neben verschiedenen grundlegenden Experimenten zur Einzelphotonenerzeugung und -charakterisierung wurde dabei auch eine Quelle für den Quantenschlüsselaustausch nach BB84 (Unterabschnitt 6.2.1) implementiert. Da die Übertragung der *Qubits* hier über die Luft geschehen sollte, muss die ausgewählte Wellenlänge der Einzelphotonen einerseits eine effiziente Detektion ermöglichen (vgl. Abschnitt 3.1), gleichzeitig sollte die Absorption im Transportmedium Luft gering und die Pumpwellenlänge vergleichbar leicht verfügbar sein. Die Zielwellenlänge der Einzelphotonenkonversion lag damit um 800 nm. Da für eine Zentralwellenlänge um 808 nm schmalbandige Filter mit hoher Transmission verfügbar sind², wurden alle Kristalle für eine entartete Konversion von 404 nm nach 808 nm bestellt. Die verschiedenen Kristalle sind dabei jeweils mit Wellenleiterstrukturen versehen und stammen von der Firma AdvR in Montana, USA³. In Anhang B werden alle vorhandenen Kristalle systematisch vorgestellt, hier soll das Verhalten exemplarisch an den hauptsächlich verwendeten Kristallen besprochen werden, andere werden gegebenenfalls lediglich zu Vergleichszwecken hinzugezogen.

Alle Kristalle besitzen nach Herstellerangaben eine Polungsperiode um $\Lambda = 8 \mu\text{m}$. Die Wellenleiterstruktur entsteht durch einen Austausch der Kaliumionen im *bulk*-Kristall⁴ mit den Rubidiumionen eines RbNO_3 -Bades und markiert die Oberseite des Konversionskristalls. Dabei entspricht die x -Achse des Kristalls der Propagationsrichtung des Lichts, senkrecht zum Tisch polarisiertes Licht schwingt entlang seiner z -Achse, parallel zum Tisch polarisiertes Licht entsprechend entlang der y -Achse des Kristalls. Der Konversionsprozess verwendet den nichtlinearen Koeffizienten d_{24} und erfordert parallel zum Tisch polarisiertes Pumplicht (siehe auch Abschnitt 2.1).

Der Brechungsindex der Wellenleiter liegt nach Herstellerangaben bei 1,84, die Brechungsindizes von KTP in den drei Raumrichtungen können mit Hilfe der Sellmeier-Gleichungen für die verwendete Pumpwellenlänge angegeben werden. Nach Referenz [51] ergibt sich für $\lambda = 808 \text{ nm}$ für das p-polarisierte Photon $n_y \approx 1,79$ und für das s-polarisierte Photon $n_z \approx 1,88$.

²LL01-808-12.5 von Semrock

³www.advr-inc.com, Kontakt Elizabeth Noonan

⁴Als *bulk* werden Kristalle ohne Wellenleiterstruktur bezeichnet.

Laut Herstellerangaben liegt die ideale Temperatur für alle Kristalle für den entarteten Prozess $404\text{ nm} \rightarrow 808\text{ nm} + 808\text{ nm}$ im Temperaturbereich zwischen 30°C und 40°C , es wurden jedoch einerseits Abweichungen von diesen Angaben beobachtet, gleichzeitig wurde die Konversion bei verschiedenen Pumpwellenlängen verwendet, sodass eine Anpassung der Kristallparameter ohnehin erforderlich war.

In Abschnitt 2.1 wurde bereits auf einen Zusammenhang zwischen der Polungsperiode und damit der Phasenanpassungsbedingung eines quasiphasenangepassten Mediums und der Kristalltemperatur hingewiesen. Unterabschnitt 3.4.1 zeigt diesen am Beispiel zweier verschiedener Kristalle, in Unterabschnitt 3.4.4 wird schließlich eine Methode zur Optimierung der Kristallparameter vorgestellt.

Im Umgang mit den beschriebenen Kristallen müssen die Unterschiede zwischen der Abwärtskonversion eines einzelnen Pumpphotons und der Erzeugung der zweiten Harmonischen aus zwei Pumpphotonen berücksichtigt werden. Die Bedeutung der Phasenanpassungsbedingung mit $\Delta k \approx 0$ für eine effiziente Frequenzkonversion wurde bereits deutlich. Jede Kristallkonfiguration, also das Zusammenspiel aus Medium, Polungsperiode/Auftreffwinkel und Kristalltemperatur ermöglicht entsprechend eine bestimmte Frequenzkonversion, die Wellenlängen aller beteiligten Photonen sind durch diese Kristallparameter vorgegeben. Werden wie bei der Frequenzverdopplung zwei Pumpphotonen zu einem einzelnen verdoppelten Photon konvertiert, sinkt entsprechend die Effizienz des Effektes stark ab, sobald die Wellenlänge der Pumpphotonen zu stark⁵ von der ‚idealen‘ Wellenlänge abweicht, die durch die Kristallparameter vorgegeben ist. Eine Anpassung der Kristallparameter oder der Pumpwellenlänge kann hier entsprechend über die Optimierung der Konversionseffizienz geschehen.

Bei der Abwärtskonversion zerfällt dagegen ein einzelnes Pumpphoton in zwei niedriger energetische Tochterphotonen. Der Prozess verfügt entsprechend mit der Frequenz dieser beiden Photonen gegenüber der Frequenzverdopplung über einen zusätzlichen Freiheitsgrad. Die parametrische Abwärtskonversion kann folglich immer stattfinden, die Wellenlängen der erzeugten Photonen entsprechen den durch die Kristallparameter vorgegebenen. Die Effizienz eines Abwärtskonversionsprozesses lässt sich daher nicht ausschließlich anhand der Zahl der erzeugten Photonenpaare beurteilen! Für die Kristallcharakterisierung, aber auch für die Optimierung der Justage eines bereits charakterisierten Wellenleiters ist eine spektrale Kontrolle der emittierten Photonen entsprechend unbedingt erforderlich.

Im vorliegenden Kapitel werden die experimentellen Grundlagen der Einzelphotonenerzeugung besprochen. Abschnitt 3.1 geht kurz auf die Funktionsweise von Lawinenphotodioden zum Nachweis einzelner Photonen ein, bevor in Abschnitt 3.2 der verwendete Pump-ECDL vorgestellt wird. Abschnitt 3.4 zeigt den für die Kristallcharakterisierung verwendeten experimentellen Aufbau, Abschnitt 3.4 die entsprechenden Ergebnisse.

⁵Welche Abweichungen durch das Medium toleriert werden, kann mit Hilfe der Akzeptanzbandbreite des Kristalls abgeschätzt werden. Details wurden in Unterabschnitt 2.2.1 besprochen.

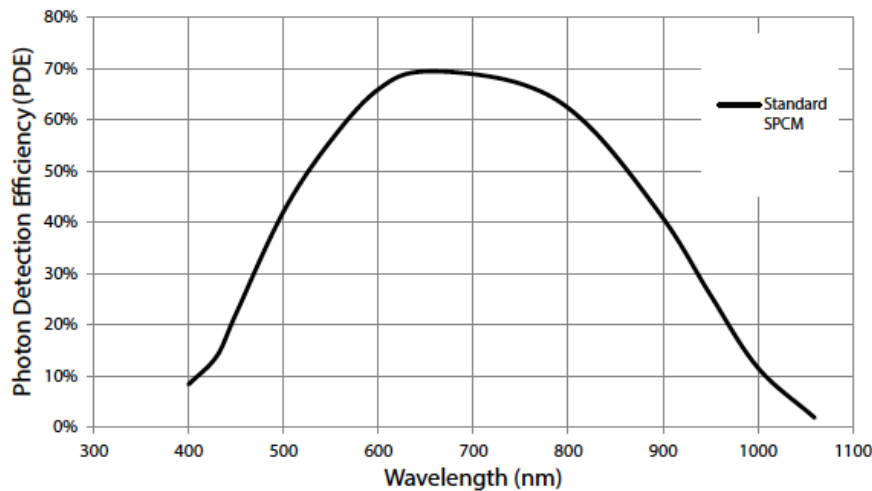


Abbildung 3.1: Spektrale Detektionseffizienz der verwendeten Einzelphotonenzählmodule. Abbildung aus [53].

3.1 Detektion von Einzelphotonen um 808 nm

Für die Detektion einzelner Photonen können ‚Einzelphotonen-Lawinenphotodioden‘ (*Single-Photon Avalanche Diode*, SPAD, im Folgenden kurz APD für *Avalanche Photo Diode*) eingesetzt werden. Dabei handelt es sich um Lawinenphotodioden, die in Sperrrichtung mit einer Spannung V_{APD} oberhalb der Durchbruchspannung V_{br} vorgespannt werden. In diesem sogenannten ‚Geigermodus‘ löst bereits ein einzelnes Photon im Absorptionsbereich eine lawinenartige Verstärkung der Ladung im Multiplikationsbereich der Diode aus. Der resultierende Diodenstrom I_{APD} liegt oberhalb des Schwellstroms I_{th} der Diode und dient als Nachweis für das auftreffende Photon. Er kommt selbständig nicht zum Erliegen, ein Nachweis weiterer Photonen ist daher nur möglich, nachdem der Diodenstrom durch ein kurzes Absenken der Diodenspannung unterhalb der Durchbruchspannung unterbrochen wurde. Die Zeit für das Auslöschen des Diodenstroms und die Rückkehr in den Geigermodus bestimmt die ‚Totzeit‘ des Detektors, also die minimale Zeit zwischen der Detektion zweier unabhängiger Ereignisse [52].

Die spektrale Empfindlichkeit der APD wird durch die Bandlücke des verwendeten Halbleiters bestimmt. Zur Detektion von Einzelphotonen um 800 nm wird Silizium eingesetzt, dessen Empfindlichkeit um 650 nm maximal ist. Abbildung 3.1 zeigt die Detektionseffizienz der hier verwendeten Modelle von Perkin Elmer⁶, die sich durch niedrige Dunkelzählraten auszeichnen. Dunkelereignisse resultieren dabei aus Elektron-Loch-Paaren im Absorptionsbereich des Detektors, die statt aus dem Auftreffen eines Photons aus thermischen Fluktuationen entstehen.

⁶Vertrieb jetzt durch Excelitas

Für drei Detektoren des Modells SPCM-AQRH-14-FC liegt die Dunkelzählrate nach Herstellerangaben unter 100 Counts/s, für ein viertes Modul SPCM-AQRH-13-FC unter 250 Counts/s. Wurden nur zwei der vier APDs benötigt, wurden stets zwei gleiche SPCM-AQRH-14-FC-Detektoren verwendet, um die Vergleichbarkeit der Zählraten zu gewährleisten. Die Totzeit aller Detektoren liegt laut Datenblatt um 20 ns [53].

3.2 Pumplicht

Als Pumplaser wird ein Diodenlaser mit externem Resonator (*External Cavity Diode Laser*, ECDL) eingesetzt. Dabei wird die erste Beugungsordnung eines Beugungsgitters in Littrow-Anordnung in die Laserdiode zurück reflektiert, Gitter und Diodenfacette bilden den externen Resonator. Als Nutzstrahlung wird die minus erste Beugungsordnung aus dem System ausgekoppelt. Durch eine Manipulation des Gitterwinkels kann so die Wellenlänge des emittierten Lichts abgestimmt werden. Neben einem sauberen und schmalen Emissionsspektrum bietet ein ECDL also die Möglichkeit, die Pumpwellenlänge zu variieren und an die jeweiligen experimentellen Anforderungen anzupassen. Details finden sich beispielsweise in Referenz [54], Kapitel 4.

Als Beugungsgitter wird ein holografisches Gitter⁷ verwendet, eine Halbwellenplatte im externen Resonator⁸ erlaubt eine Änderung des linearen Polarisationszustands der Laserstrahlung im externen Resonator. Da die Beugungseffizienz des Gitters eine Abhängigkeit von der Polarisation zeigt, kann so der Anteil der Laserstrahlung variiert werden, die in die Laserdiode zurück gekoppelt wird.

Im Verlauf der Arbeit wurden verschiedene Laserdioden im ECDL verwendet. Für alle eingesetzten Dioden zeigten sich dabei Unterschiede zu Laserdioden anderer Emissionswellenlängen. Das Verstärkungsspektrum der blauen Laserdioden ist vergleichsweise schmal, ein stabiler ECDL-Betrieb ist außerdem häufig nur unterhalb der freilaufenden Wellenlänge der Diode möglich. Auch eine Manipulation der Emissionswellenlänge über die Temperatur der Laserdiode ist kaum möglich. Gleichzeitig reagieren blaue Dioden im ECDL-Betrieb deutlich empfindlicher auf jeden äußeren Einfluss. Selbst minimale Änderungen der Betriebsstromstärke müssen sorgfältig vorgenommen werden, der Laser muss sich anschließend auf dieser Wellenlänge ‚einlaufen‘.

Hauptsächlich kamen vergleichsweise günstige Laserdioden zum Einsatz, die zunächst in der Gruppe aus Blu-ray-Brennern ausgebaut, später bei kommerziellen Anbietern erworben wurden, die Dioden aus Xboxen ausbauen und verkaufen. Schließlich wurden über Ebay⁹ 100 blaue Laserdioden bestellt und einzeln auf ihre Eignung getestet¹⁰.

Auch für solche Dioden, die zunächst zuverlässig bei der Zielwellenlänge liefen, zeigte sich oft schon nach wenigen Monaten eine Verschlechterung des Emissionsverhaltens, sodass sehr häufig neue Dioden verbaut werden mussten. Gegen Ende der Arbeit wurde daher

⁷GH13-36U von Thorlabs

⁸WPH10M-405 von Thorlabs

⁹www.laserlands.net

¹⁰Eine Übersicht findet sich in Laborbuch ⑤ ab Seite 153.

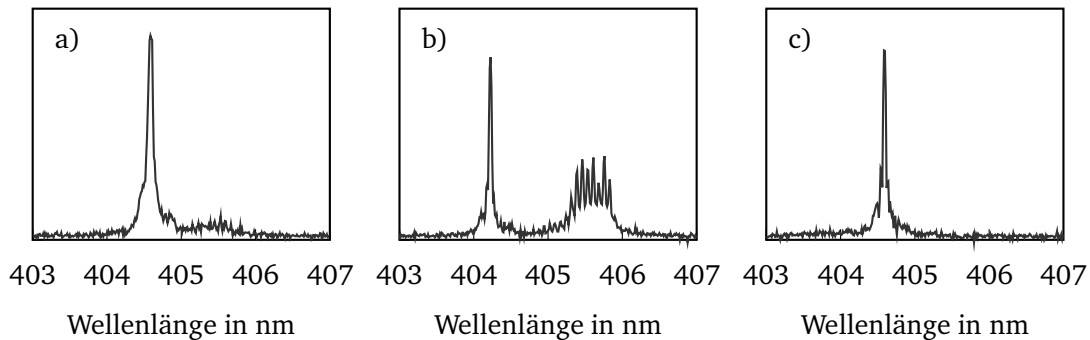


Abbildung 3.2: Emissionsspektren des Pumplasers in logarithmischer Darstellung, aufgenommen mit dem moglabs wavemeter. Die Abbildungen zeigen von links nach rechts a) ein Spektrum mit guter Nebenmodenunterdrückung und breitem Hauptpeak, b) ein Spektrum mit schmalere Hauptpeak und deutlich sichtbaren Nebenmoden und c) ein Spektrum mit Bandpassfilter im externen Resonator. Die Emission ist schmalbandig bei guter Nebenmodenunterdrückung.

eine hochwertige und spektral selektierte Laserdiode bei Nichia¹¹ gekauft, die jedoch nur knapp über der Laserschwelle bei emittierten Leistungen unter 1 mW einen stabilen ECDL-Betrieb ermöglichte. Alle Messungen wurden daher mit einer der günstigen Laserdioden durchgeführt. Typischerweise wurden diese Dioden etwa auf 28 °C geheizt und bei Strömen zwischen 60 mA und 80 mA betrieben. Die verfügbaren Leistungen lagen je nach Diode zwischen 10 mW und 20 mW. Da die meisten Experimente bei Pumpleistungen im Bereich weniger μ W durchgeführt wurden, waren diese Ausgangsleistungen ausreichend.

Gegen Ende der Arbeit wurde der bisherige Aufbau des ECDLs um einen schmalbandigen Filter im externen Resonator¹² ergänzt. Die Zentralwellenlänge des Filters liegt bei einem Auftreffwinkel von 0° bei 407 nm, kann jedoch durch eine Winkeländerung zu kürzeren Wellenlängen hin verschoben werden. Durch seine schmale Halbwertsbreite um 1,5 nm erlaubt dieser Filter eine effiziente Unterdrückung unerwünschter Nebenmoden im Emissionsspektrum des Lasers. Dadurch ermöglicht der Bandpassfilter im externen Resonator eine bessere Modenselektion im Hauptpeak, sodass die Bandbreite der ausgekoppelten Strahlung verringert und entsprechend ihre Kohärenzlänge vergrößert wird. Abbildung 3.2 zeigt beispielhaft drei Emissionsspektren des verwendeten ECDLs. Dabei ist in Abbildung 3.2a deutlich der breitere Hauptpeak zu erkennen, Abbildung 3.2c zeigt einen schmalen Hauptpeak bei deutlicher Nebenmodenunterdrückung. Abbildung 3.2b zeigt einen sehr ausgeprägten Nebenpeak um 405,5 nm.

In Unterabschnitt 3.4.2 wird detaillierter auf die Auswirkungen der verschiedenen Pumpspektren auf die Einzelphotonenerzeugung durch parametrische Abwärtskonversion eingegangen. Für ein sauberes Emissionsspektrum im Roten ist vorrangig eine gute Unterdrückung der Nebenmoden wie in Abbildung 3.2b gezeigt notwendig. Die Breite des Haupt-

¹¹NDV4316

¹²LL01-405-12.5 von Semrock

peaks hat dagegen kaum Einfluss auf die Spektren der PDC-Photonen und wurde daher nie explizit untersucht. Lediglich für die in Kapitel 5 beschriebenen Rückkopplungsexperimente wurde zwischenzeitlich ein Einfluss der Kohärenzlänge des Pumplasers auf die Effizienz des Zweiphotonenprozesses vermutet.

Da der ECDL im schmalbandigen Betrieb stark auf Rückreflexe reagiert, wurde die Diode durch einen Faraday Isolator¹³ geschützt. Die Ausgangsleistungen vor der Transportfaser zum Experiment (vgl. Abbildung 5.2) lagen so schließlich nur noch bei 1 bis 2 mW, abhängig von der Stabilität des Lasers bei der gewünschten Wellenlänge.

3.3 Aufbau zur Kristallcharakterisierung

In Abbildung 3.3 ist der allgemeine Aufbau zur Kristallcharakterisierung schematisch dargestellt. Dabei zeigt die Abbildung den letzten Stand des Gesamtaufbaus. Einige Bauteile, wie beispielsweise das *wavemeter* von moglabs, wurden erst vergleichsweise spät angeschafft. Da der Aufbau jedoch immer wieder zur Charakterisierung der verschiedenen Kristalle eingesetzt wurde, wird hier ausschließlich der Endzustand gezeigt. Im Folgenden sollen die einzelnen Komponenten beschrieben werden.

Pumplicht Als Pumplaser wird ein Diodenlaser mit externem Resonator (ECDL, vgl. Abschnitt 3.2) verwendet. Da für die in Kapitel 5 beschriebenen Experimente stabile Umgebungsparameter essentiell sind, wurde der Pumplaser auf einem *Breadboard* außerhalb des eigentlichen Labors aufgebaut. Die Pumpwellenlänge kann so variiert werden, ohne das Labor betreten und damit das Experiment stören zu müssen.

Das Pumplicht wird über zwei 5 m lange Einzelmodenfasern¹⁴ zum Experiment geleitet. Die beiden Fasern sind durch einen Faser-zu-Faser-Koppler¹⁵ verbunden und können so leicht getrennt werden, um beispielsweise den Pumplaser neu einzukoppeln, ohne dabei die Auskopplung bzw. das nachfolgende Experiment zu beeinträchtigen.

Vor der Faser wird das Pumplicht durch zwei Kombinationen aus Halbwellenplatte (*Half Wave Plate*, HWP) und polarisierendem Strahlteilerwürfel (*Polarizing BeamSplitter*, PBS) geleitet. Das an den Strahlteilern reflektierte Licht wird zu Analysezwecken in das *wavemeter* bzw. einen optischen Spektralanalysator (*Optical Spectrum Analyzer*, OSA¹⁶) eingekoppelt. Während die Stellung der ersten Halbwellenplatte so gewählt ist, dass die transmittierte Leistung maximal ist, kann die Leistung, die schließlich vor der Faser zur Verfügung steht, durch die zweite HWP computergesteuert variiert werden¹⁷. Zusammen mit einem Leistungsmessgerät L im reflektierten Ausgang eines Strahlteilers (*BeamSplitter*, BS) vor dem Konversionskristall kann so die Leistung vor dem Kristall kontrolliert und mit Hilfe

¹³IO-5-405-LP von Thorlabs

¹⁴P1-405B-FC-5 von Thorlabs

¹⁵ADAF3 von Thorlabs

¹⁶AQ5373 von Yokogawa

¹⁷PRM1Z8 von Thorlabs

eines LabVIEW-VIs¹⁸ auf einen Sollwert stabilisiert werden. Das Pumplicht wird durch einen kommerziellen Faserkoppler¹⁹ in die Transportfaser eingekoppelt. Die Faser ist nicht polarisationserhaltend und wird daher in polarisationskontrollierende Elemente eingespannt, die durch Verdrillen der Faser eine Manipulation des emittierten Polarisationszustandes ermöglichen. An dieser Stelle wurde in der Vergangenheit eine polarisationserhaltende Faser²⁰ getestet, durch das unregelmäßigere Strahlprofil dieser Faser war die Konversionseffizienz der PDC jedoch gegenüber den Ergebnissen mit der gekauften Faser verringert.

Zur Auskopplung der Transportfaser wird ein Mikroskopobjektiv mit der numerischen Apertur $NA=0,25$ und einem Arbeitsabstand von $5,5\text{ mm}$ ²¹ verwendet. Sofern nicht explizit erwähnt, wird dieser Objektivtyp in allen Experimenten für alle Ein- und Auskopplungen eingesetzt. Nach der Auskopplung kann der Pumpstrahldurchmesser durch ein optionales variables Teleskop²² verändert werden, zwei nachfolgende Umlenkspiegel ermöglichen eine präzise Ausrichtung des Pumplichts. Durch einen PBS im Strahlengang wird das Licht linear polarisiert, der nachfolgende 30:70 Strahlteiler²³ (BS) reflektiert 30 % des auftreffenden Lichts und transmittiert die verbleibenden 70 %. Die reflektierte Leistung wird durch ein Leistungsmessgerät²⁴ kontrolliert und gibt Aufschluss über die zum Kristall transmittierte Pumpleistung.

Durch die nachfolgende Halbwellenplatte kann die (lineare) Polarisation des Pumplichts beliebig gewählt werden, bevor das Licht auf einen dichroitischen Spiegel trifft, der später eine Überlagerung von Pumplicht und konvertierten Photonen ermöglicht (vgl. Kapitel 5). Früher wurde ein dichroitischer Spiegel von Semrock²⁵ eingesetzt, der jedoch einen leichten Astigmatismus zeigte. Er wurde daher durch einen Spiegel von Laser Components²⁶ ersetzt.

Im Verlauf dieser Arbeit zeigte sich eine Anfälligkeit der Konversionseffizienz der PDC für jegliche Unregelmäßigkeiten im Strahlprofil. Da der zu Grunde liegende nichtlineare Prozess lediglich Photonen konvertiert, die linear entlang der y -Achse des Kristalls polarisiert sind, wirken sich auch Unsauberkeiten in der linearen Eingangspolarisation direkt auf die Konversionseffizienz aus. Daher ist auf eine sorgfältige Auswahl der verwendeten Optiken sowie eine saubere Justage und nach Möglichkeit stabile Umgebungsparameter zu achten.

Einzelphotonenerzeugung Das parallel zum Tisch polarisierte Pumplicht wird schließlich durch jeweils ein Mikroskopobjektiv zunächst in einen Wellenleiter des Konversionskristalls ein- und dann gemeinsam mit den PDC-Photonen wieder ausgekoppelt. Anschließend

¹⁸ www.ni.com/labview

¹⁹ PAF-X-11-PC-A von Thorlabs

²⁰ PM-S405-HP von Nufern, in der Gruppe poliert und mit Steckern versehen

²¹ M-10x von Newport

²² 68477 von Edmund Optics

²³ BS019 von Thorlabs

²⁴ S120C von Thorlabs

²⁵ SEM-FF510-Di02-25x36

²⁶ HR400HT700-900, frühere Bezeichnung 15L400008

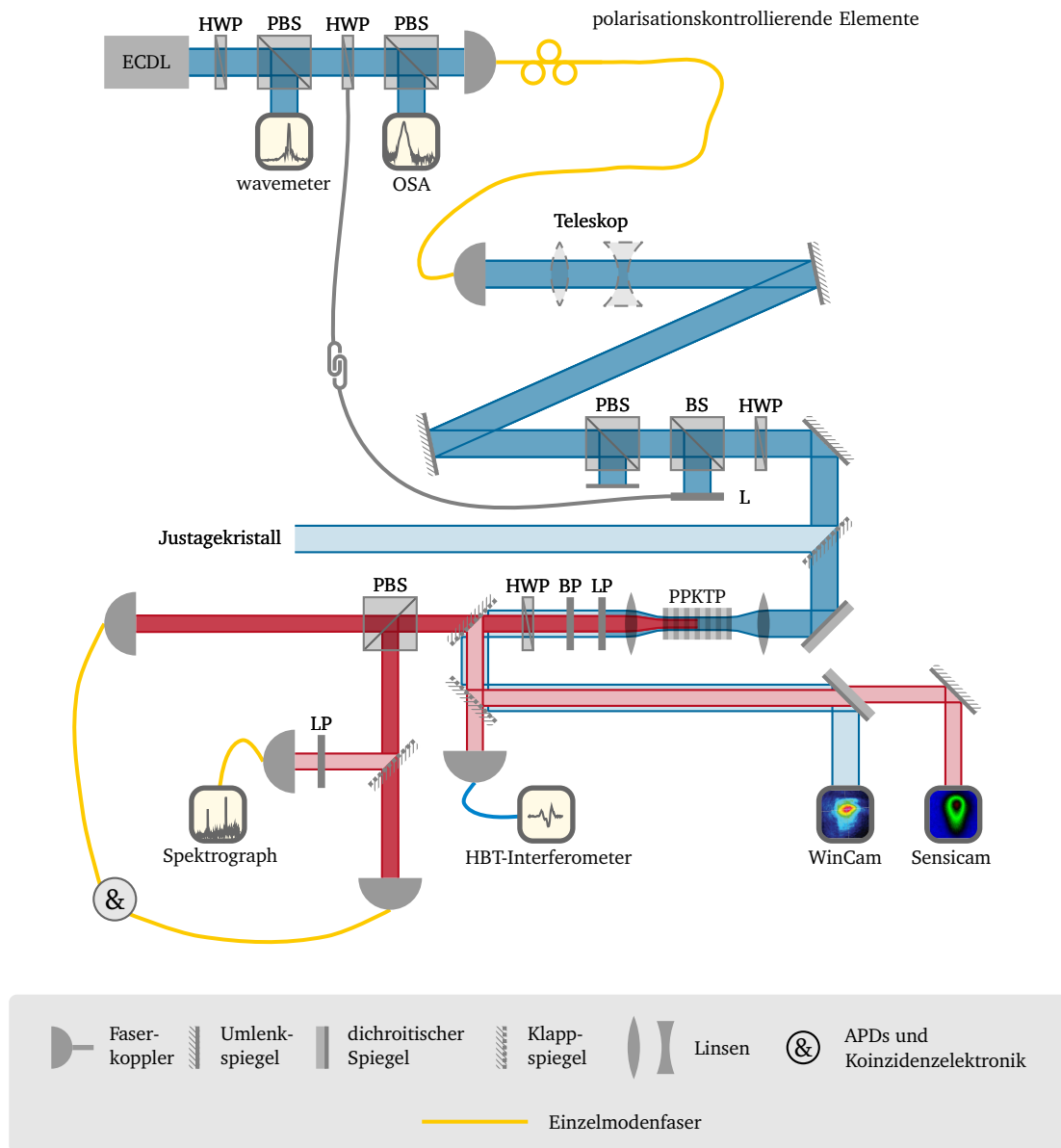


Abbildung 3.3: Experimenteller Aufbau für Koinzidenzexperimente beispielsweise zur Kristallcharakterisierung mit HWP – Halbwellenplatte, PBS – polarisierender Strahlteiler, BS – zufälliger Strahlteiler, LP – Langpassfilter, BP – Bandpassfilter, L – Leistungsmessgerät.

Die einzelnen Abschnitte der Einzelphotonenerzeugung und -charakterisierung werden im Text detailliert beschrieben.

trennt ein Langpassfilter²⁷ (LP) das Pumplicht von den PDC-Photonen, durch einen Bandpassfilter²⁸ (BP) kann das Spektrum weiter bereinigt werden. Beide Filter können dem Strahlengang reversibel entnommen werden.

Eine Schritt-für-Schritt-Anleitung für die Einkopplung in einen Wellenleiter des Konversionskristalls findet sich in Anhang A.

Typischerweise werden für die Kristallcharakterisierung Pumpleistungen um 1 μW für die längeren Kristalle um 10 mm, um 5 μW für die kürzeren Kristalle um 5 mm verwendet. Die Koinzidenzzählraten ohne Bandpassfilter bei einer Detektion mit multimodigen Fasern liegen dann um 15 000 – 20 000 Koinzidenzen/s.

Für eine optimale Vorjustage des Konversionskristalls sowie zur Charakterisierung eines neuen Wellenleiters können Pumplicht und PDC-Photonen nach dem Kristall durch einen Klappspiegel aus dem eigentlichen Strahlengang abgelenkt und mit Hilfe eines weiteren Klappspiegels zu den beiden Analysekameras geleitet werden. Ein dichroitischer Spiegel reflektiert das Pumplicht auf eine Strahlanalysekamera (WinCam²⁹), hier kann die Mode betrachtet werden, die durch das Pumplicht im Wellenleiter angeregt wird. Insbesondere für die neueren Kristalle ist dieser Schritt sehr wichtig, da neben der entarteten Mode weitere unerwünschte Moden angeregt werden können. Details können Unterabschnitt 3.4.2 entnommen werden.

Die am dichroitischen Spiegel transmittierten PDC-Photonen werden durch einen letzten Umlenkspiegel auf eine sensitive Kamera (Sensicam von pco) geleitet. Hier kann das Strahlprofil des Konversionsprozesses betrachtet werden. Für die Justage eines bekannten Wellenleiters muss zunächst auf die Anregung der richtigen Mode geachtet werden, anschließend kann auf maximale Intensität optimiert werden.

Verwertbare Sensicam-Aufnahmen sind für Pumpleistungen zwischen 100 μW und 300 μW möglich, die PDC-Photonen werden dabei mit Hilfe des Auskoppelobjektivs für den Kristall auf den Kamerachip fokussiert. Der Standort der Kamera ist daher sinnvoll zu wählen, um die Kristallauskopplung zwischen der Aufnahme von Kamerabildern und der Einkopplung in Fasern zu den APDs nicht verändern zu müssen.

Für die Frequenzkonversion wird ein Typ II-Prozess verwendet, die beiden Photonen eines Paares sind entsprechend orthogonal zueinander polarisiert und können an einem polarisierenden Strahlteiler systematisch getrennt werden. Da zusätzlich die Propagation im Kristall entlang einer der Kristallachsen geschieht und dieser entsprechend geschnitten ist, ist das erzeugte Photonenpaar auch näherungsweise senkrecht bzw. parallel zum Tisch polarisiert. Kleine Winkelabweichungen resultieren aus einer leichten Verkippung der Kristallhalterung um die Propagationsachse und werden durch eine zusätzliche Halbwellenplatte nach dem Kristall kompensiert, bevor das Photonenpaar auf den polarisierenden Strahlteiler trifft.

²⁷LC-3RD/650LP-25 von Laser Components

²⁸LL01-808-12.5 von Semrock

²⁹WinCamD-UCD12-UV von DataRay

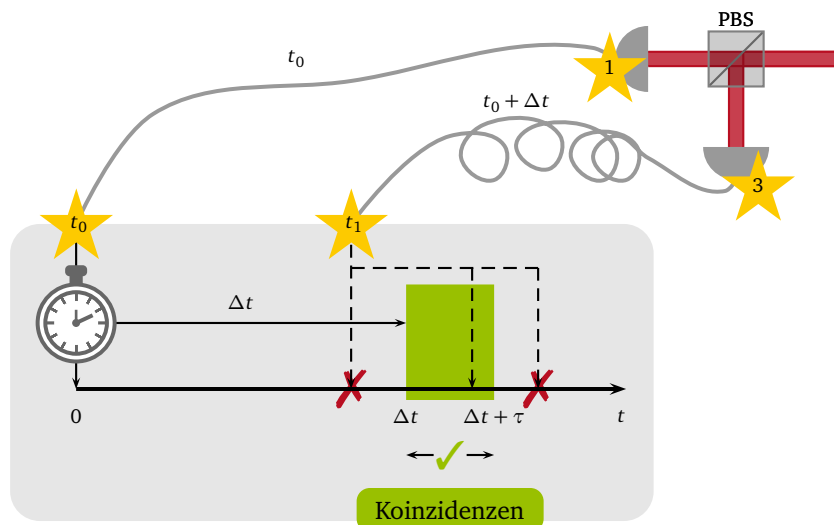


Abbildung 3.4: Schematische Darstellung der Koinzidenzmessung. Die Signale beider APDs werden an die Koinzidenzelektronik weiter geleitet. Dabei wird das Signal von APD3 gegenüber dem Signal von APD1 um Δt zeitverzögert. Signale von APD3, die nach dieser Verzögerungszeit von Δt nach einem Signal von APD1 in einem Zeitfenster der Breite τ detektiert werden, werden als Koinzidenz gezählt.

Koinzidenzmessung Die einzelnen Photonen in beiden Ausgängen des polarisierenden Strahlteilers werden in Fasern eingekoppelt und treffen auf jeweils eine Lawinenphotodiode (APD, vgl. Abschnitt 3.1)³⁰. Für die Kristallcharakterisierung wurden hier typischerweise multimodige Fasern³¹ verwendet.

Die einzelnen Zählraten an den beiden APDs geben nur bedingt Aufschluss über die Effizienz des PDC-Prozesses. Der 20 mm lange Kristall (BCT1001-B39) beispielsweise zeigt bei gewohnt hohen Einzelzählraten kaum Photonenpaarereignisse. Daher werden hier koinzidente, also zeitgleiche, Ereignisse detektiert, die die simultane Erzeugung zweier Photonen durch parametrische Abwärtskonversion nachweisen und deutlich vom Untergrund diskriminieren.

Für die Koinzidenzmessung wird das Signal einer der beiden APDs, beispielsweise APD3 für das s-polarisierte Photon, gegenüber dem Signal der anderen APD um ein *delay* Δt zeitverzögert. Das nicht verzögerte Signal, hier APD1 für die p-polarisierten Photonen, dient als Triggersignal. Die Koinzidenzelektronik registriert ein Startsignal von APD1 und öffnet nach dem *delay* Δt ein Detektionsfenster, ein *gate*, der Breite τ für das zweite Signal, hier der s-polarisierten Photonen. Jedes Ereignis innerhalb dieses Zeitfensters wird zu den Koinzidenzen gezählt. Die Breite des Zeitfensters hängt dabei von der verwendeten Elektronik

³⁰SPCM-AQRH-14-FC von Perkin Elmer, Vertrieb jetzt durch Excelitas

³¹M42L02 von Thorlabs

ab und lag für die im Verlauf dieser Arbeit verwendeten Auswertungselektroniken zwischen $\tau = 1 \text{ ns}$ und $\tau = 5 \text{ ns}$. Abbildung 3.4 veranschaulicht die Details zur Koinzidenzmessung.

Die Wahrscheinlichkeit für die zufällige Detektion zweier Einzelereignisse im Zeitfenster τ kann mit Hilfe der Poissonverteilung berechnet werden und ist mit

$$P(\text{zuf. Koinzidenz}) = 1 - P_{\mu}(0) = 1 - e^{-\mu} \quad (3.1)$$

größer als Null. Dabei ist μ der Erwartungswert für die Zahl der Einzelereignisse in einem Intervall der Länge τ und damit umso größer, je höher die Einzelzählraten liegen. Um die echten Koinzidenzen durch parametrische Abwärtskonversion von den zufälligen statistischen Ereignissen zu unterscheiden, werden daher auch Koinzidenzen in einem Zeitfenster der Breite τ nach einer von Δt verschiedenen Verzögerungszeit aufgenommen. Diese Zahl gibt Auskunft über die zufälligen Koinzidenzen und kann von dem wie oben beschrieben bestimmten Wert zeitgleicher Ereignisse subtrahiert werden, um die Zahl der PDC-Photonenpaare zu ermitteln.

Für die Koinzidenzmessung wurden zu Beginn der Arbeit zwei Zähler von **Stanford Research** (SR 400) verwendet. Der erste Zähler diente dabei lediglich zur Darstellung der Einzelzählraten, mit dem zweiten Zähler wurden wie oben beschrieben die echten und die zufälligen Koinzidenzen detektiert. Mittlerweile wird zur Koinzidenzmessung je nach Anwendung die in Abschnitt 7.3 näher beschriebene FPGA-basierte Lösung oder die kommerzielle Koinzidenzelektronik TimeHarp 260 Nano von **PicoQuant** eingesetzt.

Kristallcharakterisierung Einen ersten Hinweis auf die Qualität eines neuen Wellenleiters oder auch der Einkopplung gibt immer die wie oben beschrieben ermittelte Koinzidenzmessung. Für die Auswahl eines Wellenleiters ist jedoch neben der Effizienz der Konversion auch die angeregte Mode ausschlaggebend. In Unterabschnitt 3.4.1 wird ausführlicher auf die Emissionsspektren der verschiedenen Kristalle und Wellenleiter eingegangen, ein entarteter Betrieb der parametrischen Abwärtskonversion konnte nicht in allen Fällen erreicht werden. Seit Ende 2012 die Mitbenutzung eines Einzelphotonenspektrographen³² möglich wurde, werden die Emissionsspektren der einzelnen Wellenleiter daher im Rahmen einer Kristallcharakterisierung direkt mit aufgenommen. Hierfür befindet sich im reflektierten Ausgang des polarisierenden Strahlteilers für die PDC-Photonen ein Klappspiegel, die hier abgelenkten Photonen werden zunächst in eine 2 m lange Faser eingekoppelt. Nach der Justage der Fasereinkopplung kann diese kurze Faser mit einer 20 m langen Faser gekoppelt werden, die fest zum Standort des Spektrographen verlegt ist. Je nach Anwendung wurden für den Transport zum Spektrographen einzel- oder multimodige Fasern verwendet.

Durch die computergesteuerte Halbwellenplatte vor dem PBS kann durch den Klappspiegel im reflektierten Ausgang des Strahlteilers unkompliziert sowohl das Spektrum des s- als auch das des p-polarisierten Photons zum Spektrographen geleitet und aufgenommen wer-

³²SR-500i-A in Kombination mit DH340T-18F-03 von Andor, Vertrieb über LOT QuantumDesign

de. Ein optionaler Langpassfilter ermöglicht die Aufnahme eines Emissionsspektrums auch dann, wenn das Pumplicht nicht bereits direkt nach dem Kristall heraus gefiltert wurde. Die Emissionsspektren eines neuen Kristalls wurden typischerweise bei Pumpleistungen zwischen 500 μW und 800 μW aufgenommen.

Interferenzexperimente In Kapitel 4 wird ausführlich auf verschiedene Interferenzexperimente eingegangen, die im Verlauf der Arbeit durchgeführt wurden. Auch diese Ergebnisse können zur detaillierten Charakterisierung eines bereits ausgewählten Wellenleiters verwendet werden. Hier soll kurz der Transport der Einzelphotonen nach ihrer Erzeugung zu den Interferometern diskutiert werden.

Im HONG-OU-MANDEL-INTERFEROMETER (vgl. Abschnitt 4.1) treffen zwei einzelne Photonen eines Photonenpaares auf zwei verschiedene Eingänge eines zufälligen Strahlteilers. Die PDC-Photonen eines Paares müssen also zunächst ihrem Polarisationszustand gemäß getrennt und dann einzeln zum Interferometer transportiert werden. Hierfür wird der oben bereits für die Koinzidenzmessung beschriebene Aufbau verwendet. Jedes Photonenpaar wird am polarisierenden Strahlteiler getrennt, das einzelne Photon beider Polarisierungen wird dann in polarisationserhaltende Fasern³³ eingekoppelt. Statt die Einzelphotonen mit Hilfe jeweils einer APD zu detektieren, werden die Fasern jeweils mit einer 5 m langen Faser selben Typs gekoppelt. Die Ausgänge dieser Fasern sind fest im Interferometer verbaut, ihre Auskopplung sowie der anschließende Strahlengang wird vor der eigentlichen Interferenzmessung bereits mit Hilfe eines Justagelasers in Form eines Diodenlasers um 808 nm optimiert.

Später wurde mit dem Shih-Alley-Interferometer ein zweiter Zweiphotoneninterferometer-typ aufgebaut (vgl. Abschnitt 4.2). Beide Photonen eines orthogonalen Photonenpaares treffen hier auf den gleichen Eingang eines zufälligen Strahlteilers, das PDC-Photonenpaar darf entsprechend nicht getrennt werden. Nach der Konversion werden daher beide Photonen eines Paares durch einen Klappspiegel aus dem eigentlichen Strahlengang reflektiert. Es handelt sich hier um den gleichen Klappspiegel, der Pumplicht und PDC-Photonen zu den oben beschriebenen Kameras ablenkt, um die Strahlprofile im Blauen sowie im Roten zu kontrollieren. Der zweite Klappspiegel zur Kamerakontrolle darf hier nicht in den Strahlengang geklappt werden. Dann kann das Photonenpaar in eine polarisationserhaltende Faser eingekoppelt und zum Interferometer geleitet werden. Da die Kopplung von zwei polarisationserhaltenden Fasern, wie sie für den Transport zum Hong-Ou-Mandel Interferometer verwendet wurden, hier zu unsauberen Interferenzspektren führte, wird nur eine einzelne Faser verwendet. Da auch hier die Auskopplung dieser Faser und der folgende Strahlengang bereits vorjustiert werden müssen, wird die Einkopplung in die polarisationserhaltende Faser mit einer anderen Faser vorjustiert und dann auf die eigentliche Faser umgesteckt und optimiert.

³³P1-780PM-FC-2 von Thorlabs

Der beschriebene Aufbau zur Detektion der Shih-Alley-Interferenz wurde auch für AUTO-KORRELATIONSEXPERIMENTE ERSTER ORDNUNG verwendet (vgl. Abschnitt 4.4). Da hier die Interferenz eines einzelnen Photons mit sich selbst untersucht wird, wird das Photonenpaar nach der Erzeugung wieder systematisch am PBS getrennt und die Photonen einer Polarisierung mit Hilfe einer polarisationserhaltenden Faser zum Interferenzexperiment transportiert. Durch die HWP vor dem PBS kann wie schon bei der Aufnahme der Emissionsspektren zwischen *signal*- und *idler*-Photon gewählt werden.

Zur JUSTAGE DER INTERFEROMETER wurde schließlich der 4 mm-Kristall (ITI0824-A07) als Referenz aufgebaut. Wie sich in Kapitel 4 zeigen wird, ist dieser Kristall durch seine Kürze der einzige der vorhandenen Kristalle, dessen Emissionsspektrum so breit ist, dass der vorhandene Bandpassfilter für beide Polarisierungen zwei (nahezu) identische Spektren herausfiltern kann. Da die Sichtbarkeit der Zweiphotoneninterferenz empfindlich von der Ununterscheidbarkeit der beiden Photonen abhängt, ist nur so ein maximaler Einbruch in den Zählraten möglich. Der Aufbau wurde daher immer mit Hilfe des 4 mm-Kristalls vorjustiert, um eine Vergleichbarkeit der Ergebnisse der anderen Kristalle zu gewährleisten.

3.4 Experimentelle Ergebnisse

Im Verlauf dieser Arbeit wurden insgesamt sechs verschiedene PPKTP-Kristalle mit Wellenleiterstruktur getestet³⁴. Davon wurden vier Kristalle bewusst ausgesucht und gekauft. Der 15 mm lange BCT1390-B33 wurde von AdvR als Testkristall kostenlos zur Verfügung gestellt. Zwar verfügt er über eine vergleichsweise geringe Konversionseffizienz, ist jedoch der einzige Kristall, dessen Wellenleitergeometrie nur eine PDC-Mode zulässt. Auch der 6 mm lange BCT1016-A47 konnte kostenlos übernommen werden. Es handelt sich dabei um einen Rest aus der Produktion des ersten Kristalls ITI0824-A07 mit einer Länge von 4 mm. Diese beiden Kristalle zeigen erwartungsgemäß ein sehr ähnliches Emissionsverhalten.

Die verschiedenen Kristalle stellen zwischen 22 und 56 Wellenleiter zur Verfügung, die in mehreren Gruppen angeordnet sind³⁵. Zur besseren Orientierung wurden die Wellenleiter in Strahlrichtung links beginnend mit zwei Ziffern $x.y$ nummeriert. Dabei steht x für die jeweilige Gruppe, y für den speziellen Wellenleiter. 3.4 beispielsweise steht entsprechend für den vierten Wellenleiter in der dritten Wellenleitergruppe. Die Orientierung des Kristalls im Strahlengang wird durch eine Markierung an einer der Kristallseiten bestimmt und kann den Abbildungen in Anhang B entnommen werden.

Die Kristalle lassen sich in zwei Gruppen einteilen. Für die älteren Kristalle ITI0824-A07 und BCT1016-A47 haben alle Wellenleiter eine Breite von etwa $4\text{ }\mu\text{m}$ und unterscheiden sich in ihrer Konversionseffizienz, zeigen aber alle das gleiche spektrale Verhalten.

Kristalle neueren Datums verfügen über Wellenleiter mit drei verschiedenen Breiten von

³⁴Eine Übersicht findet sich in Anhang B.

³⁵Die jeweilige Anordnung für einen speziellen Kristall kann Anhang B oder dem Datenblatt des Kristalls entnommen werden.

2 μm , 3 μm und 4 μm . Bei gleicher Polungsperiode zeigen diese verschiedenen Wellenleiterbreiten große Unterschiede im spektralen Emissionsverhalten.

Die beiden kurzen Kristalle ITI0824-A07 und BCT1016-A47 wurden beide bereits im Alice-Modul (vgl. Abschnitt 7.1) eingesetzt. Schließlich wurde der etwas längere BCT1016-A47 für das Alice-Modul ausgewählt, während der kürzeste verfügbare Kristall ITI0824-A07 als Justagekristall für die verschiedenen Interferometer dient (vgl. Kapitel 4). Die 10 mm und 11 mm langen Kristalle ITI1001-A32 und BCT1212-B33 wurden beide für das in Kapitel 5 beschriebene Rückkopplungsexperiment eingesetzt und unterscheiden sich kaum bezüglich Konversionseffizienz und Emissionsspektren der nutzbaren Wellenleiter.

Mit dem 20 mm langen Kristall BCT1001-B39 konnten in wiederholten Tests keine annähernd zufriedenstellenden Ergebnisse erzielt werden, sodass dieser Kristall ungenutzt blieb. BCT1390-B33 eignet sich aufgrund seiner geringen Konversionseffizienz nicht für das Rückkopplungsexperiment, könnte aber als Ersatzkristall für das Alice-Modul eingesetzt werden. Bisher ist hier jedoch BCT1016-A47 vorzuziehen, da sich die Justage dieses Kristalls deutlich leichter gestaltet.

Beispielhaft sollen im folgenden Unterabschnitt 3.4.1 die Emissionsspektren des 4 mm langen Kristalls ITI0824-A07 als Repräsentant der ersten Gruppe mit gleichen Wellenleiterbreiten und des 11 mm langen Kristalls BCT1212-B33 als Repräsentant der zweiten Gruppe mit Wellenleitern verschiedener Breite besprochen werden, Charakteristika aller Kristalle können Anhang B entnommen werden.

Am Beispiel des 11 mm-Kristalls werden anschließend der Einfluss des Pumpspektrums (Unterabschnitt 3.4.2) sowie der Pumpmode (Unterabschnitt 3.4.3) auf das PDC-Spektrum besprochen.

In Unterabschnitt 3.4.4 wird eine Methode zur Optimierung der Kristallparameter vorgestellt, bevor Unterabschnitt 3.4.5 schließlich die aus den Emissionsspektren experimentell bestimmten Bandbreiten aller PDC-Photonen mit der in Unterabschnitt 2.2.1 besprochenen Theorie vergleicht.

3.4.1 Emissionsspektren der parametrischen Abwärtskonversion in PPKTP

Als erster periodisch gepolter KTP-Kristall wurde der 4 mm-Kristall gekauft und ausgiebig getestet, um Erfahrungswerte im Umgang mit dieser Art nichtlinearer Kristalle, der Verwendung von Wellenleitern sowie der Einzelphotonenerzeugung durch parametrische Abwärtskonversion zu gewinnen.

Abbildung 3.5 zeigt ein Emissionsspektrum dieses Kristalls. Beispielhaft ist der hauptsächlich eingesetzte Wellenleiter 5.5 gezeigt, die Kristallparameter wurden für eine entartete Frequenzkonversion um 809 nm optimiert.

Alle 56 Wellenleiter des kurzen Kristalls zeigen ein einheitliches Emissionsspektrum, das dem abgebildeten entspricht. Neben der erwünschten PDC-Mode um $2\lambda_p$ zeigt sich im Spektrum des s-polarisierten Photons eine Nebenmode um 760 nm. Das p-polarisierte Partnerphoton um 865 nm ist im Spektrum nicht erkennbar, da die Sensitivität des Spektrographen

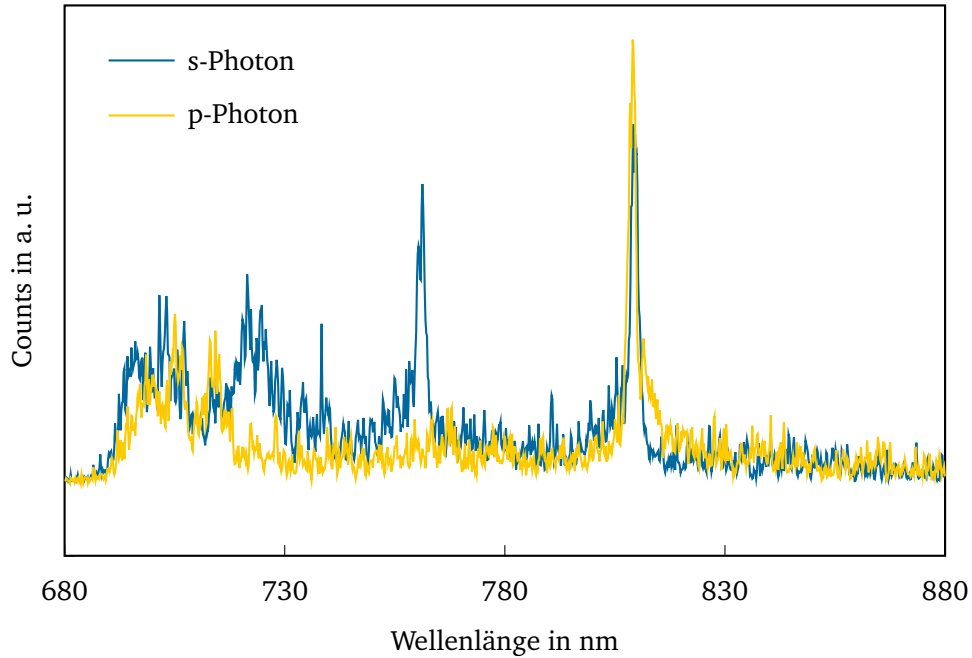


Abbildung 3.5: Typisches Emissionsspektrum des 4 mm langen Kristalls ITI0824-A07, hier für Wellenleiter 5.5. Für diesen Kristall zeigen alle Wellenleiter das gleiche spektrale Emissionsverhalten, sodass unter allen verfügbaren der Wellenleiter mit der besten Konversionseffizienz ausgewählt werden konnte.

im relevanten Wellenlängenbereich nicht mehr ausreicht. Die erwünschte PDC-Mode um $2\lambda_p$ dominiert jedoch für alle Wellenleiter des Kristalls das Emissionsspektrum, sodass für die weitere Verwendung der Wellenleiter mit der besten Konversionseffizienz ausgewählt werden konnte.

Der 11 mm lange Kristall ist bereits ein Kristall der späteren Generation verschiedener Wellenleiterbreiten. Abbildung 3.6 zeigt die typischen Emissionsspektren dieses Kristalls. Für die Abbildung wurden die Wellenleiter der Gruppe 3 ausgewählt, wobei sich auch hier Gemeinsamkeiten der Wellenleiter gleicher Breite zeigten und die ausgewählten Wellenleiter stellvertretend für alle Wellenleiter des Kristalls stehen. Die Zielwellenlänge der entarteten parametrischen Abwärtskonversion liegt zwischen etwa 807,5 nm und 809 nm und ist abhängig von der Zentralwellenlänge des verwendeten Bandpassfilters. Da die abgebildeten Spektren mit einer Pumwellenlänge um 404,5 nm aufgenommen wurden, ist die entartete Zielwellenlänge um 809 nm markiert.

Mit dem betrachteten Kristall ist eine entartete Frequenzkonversion lediglich für die Wellenleiter mit 3 μm bzw. 4 μm Breite möglich. Für 2 μm -Wellenleiter werden Koinzidenzen

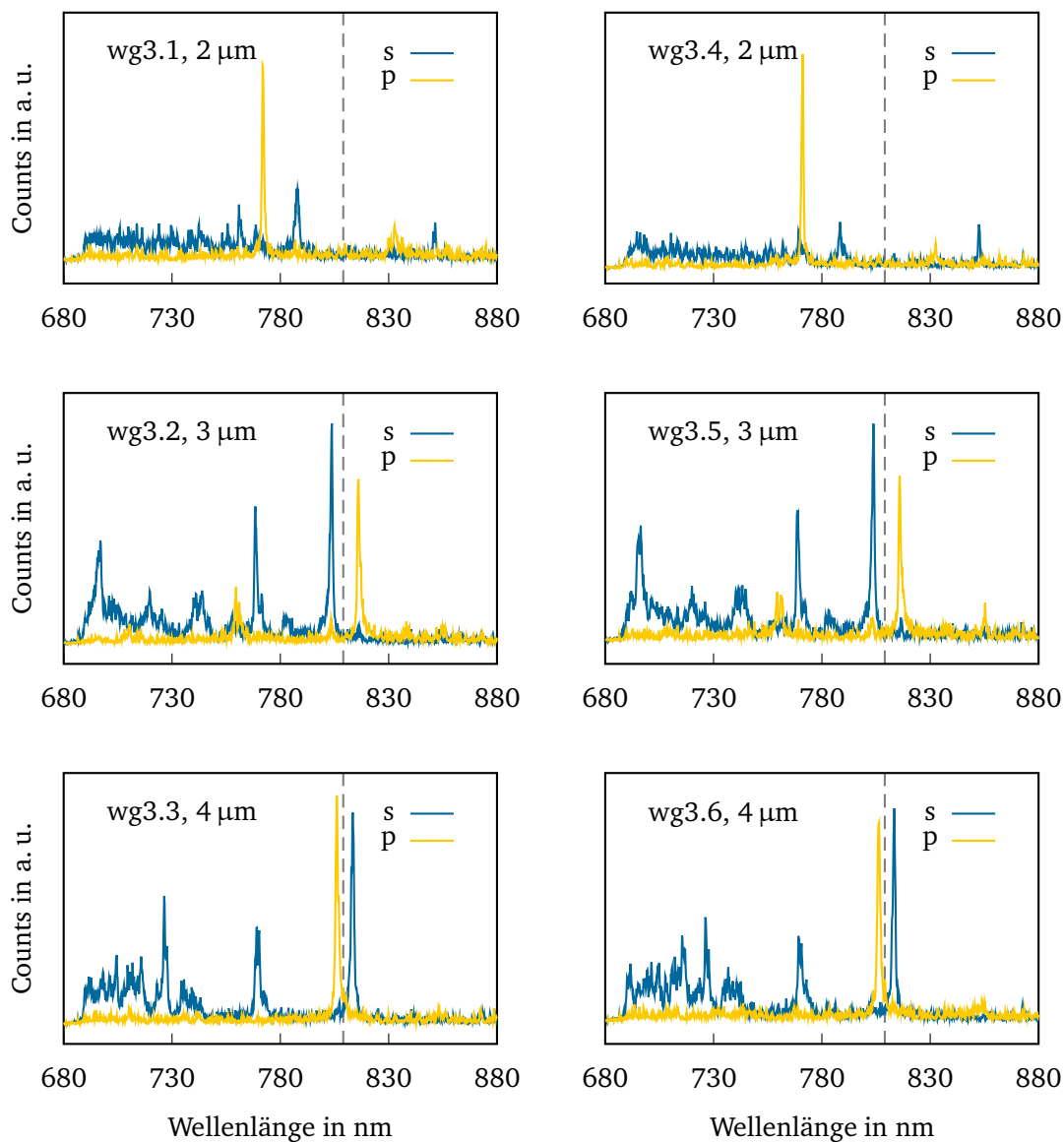


Abbildung 3.6: Emissionsspektren aller Wellenleiter der Gruppe 3 des 11 mm langen Kristalls BCT1212-B33 als Beispiel für das Verhalten des gesamten Kristalls. Die entartete Zielwellenlänge um 809 nm ist markiert.

Wellenleiter gleicher Breite zeigen ein vergleichbares spektrales Verhalten, ein näherungsweise entarteter Betrieb der parametrischen Abwärtskonversion um 809 nm ist nur mit den Wellenleitern mit 3 μm bzw. 4 μm Breite möglich.

detektiert, die PDC-Photonen werden jedoch in einer nicht-entarteten Mode erzeugt. Der deutliche Intensitätsunterschied zwischen dem p-polarisierten Photon um 770 nm und dem Partnerphoton um 850 nm kann erneut durch die verschiedenen spektralen Detektionseffizienzen des Spektrographen erklärt werden.

Wie zu Anfang des Kapitels bereits erwähnt, bestimmen die experimentellen Parameter bei der parametrischen Abwärtskonversion das Emissionsspektrum des Prozesses. Eine entartete Konversion innerhalb der 3 bzw. 4 μm -Wellenleiter aus Abbildung 3.6 kann daher durch eine Manipulation entweder der Pumpwellenlänge oder der Kristalltemperatur geschehen.

Abbildung 3.7 zeigt die Zentralwellenlängen des s- und des p-polarisierten Photons für verschiedene Kristalltemperaturen (oben) sowie für verschiedene Pumpwellenlängen (unten) für die beiden hier vorgestellten Kristalle. Für beide Temperaturverläufe wurde die Pumpwellenlänge mit Hilfe des optischen Spektralanalysators auf 404,4 nm eingestellt. Die deutlich verschiedenen Wellenlängen der entarteten PDC (808,75 nm für den 4 mm-Kristall, 808,46 nm für den 11 mm-Kristall) sind ein Hinweis auf die absolute Ungenauigkeit des OSAs, vor kritischen Messungen sollten daher die Emissionsspektren des verwendeten Prozesses stets kontrolliert werden. Auch die Gitterposition des Spektrographen sollte im Laufe einer Aufnahmeserie von Emissionsspektren nicht verändert werden.

Die Aufnahmen der PDC-Wellenlänge als Funktion der Pumpwellenlänge erfolgte für den 4 mm-Kristall bei einer Kristalltemperatur um 41,5 °C, für den 11 mm-Kristall bei einer Kristalltemperatur um 25 °C. Auch hier sind lediglich die Größenordnung der Temperaturangaben verlässlich, die exakte Temperatur muss jeweils für die gewählte Kombination aus Kristallhalterung, Temperatursensor und -steuerung ermittelt werden.

Für die Wellenlängenverläufe in Abbildung 3.7 ergeben sich durch die Anpassung eines linearen Zusammenhangs folgende Steigungen:

		4 mm-Kristall	11 mm-Kristall
Temperatur	p-Photon	0,22 nm/°C	0,21 nm/°C
	s-Photon	−0,28 nm/°C	−0,21 nm/°C
Pumpwellenlänge	p-Photon	−9,75 nm/nm _p	−9,66 nm/nm _p
	s-Photon	13,21 nm/nm _p	13,25 nm/nm _p

Mit steigender Kristalltemperatur wird das p-polarisierte Photon rot-, das s-polarisierte Photon blauverschoben. Wird die Pumpwellenlänge erhöht, verhalten sich die Wellenlängen der PDC-Photonen gerade invers. Hier nicht abgebildet ist die Verschiebung der Kristalltemperatur für entartete Frequenzkonversion bei verschiedenen Pumpwellenlängen. In den aufgebauten Experimenten kamen hauptsächlich zwei Pumpwellenlängen um 403,9 nm und 404,4 nm zum Einsatz. Für den 6 mm-Kristall lag die entartete Kristalltemperatur für eine Pumpwellenlänge um 403,9 nm um 18 °C, für 404,4 nm um 42 °C. Die entartete Kristalltem-

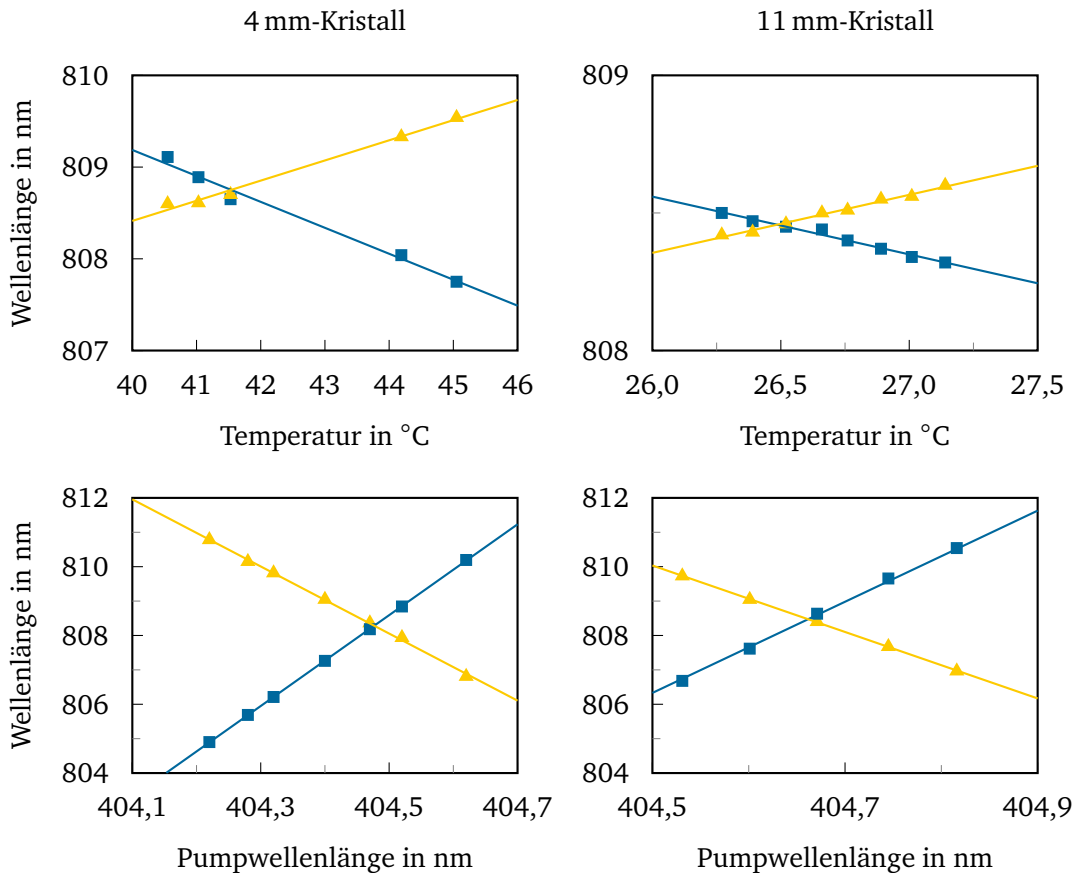


Abbildung 3.7: Abhängigkeit der Wellenlänge der PDC-Photonen von der Kristalltemperatur (oben) bzw. der Pumpwellenlänge (unten) für den 4 mm-Kristall (links) und den 11 mm-Kristall (rechts). In Blau ist jeweils der Verlauf des s-polarisierten Photons abgebildet, in Gelb der des p-polarisierten Partnerphotons.

peratur liegt also umso höher, je größer die verwendete Pumpwellenlänge ist. Insbesondere hin zu kleineren Pumpwellenlängen ist die Flexibilität in der Wahl der Pumpwellenlänge daher begrenzt, um eine Beschädigung des Kristalls durch Kondenswasserablagerungen zu vermeiden.

Da für die entartete Frequenzkonversion die Variation der Pumpwellenlänge bei gleichzeitiger Verwendung eines Bandpassfilters durch dessen Zentralwellenlänge limitiert ist, muss die Anpassung der Spektren aus Abbildung 3.6 an eine entartete Konversion um 809 nm hauptsächlich über eine Manipulation der Temperatur erfolgen. Für Wellenleiter mit 3 μm Breite müsste die Kristalltemperatur nach Abbildung 3.10 verglichen mit den Parametern während der Charakterisierung abgesenkt werden, die optimale Kristalltemperatur für eine entartete Konversion durch einen 4 μm - Wellenleiter liegt entsprechend über der Temperatur aus der Kristallcharakterisierung. Diese fand bei einer Temperatur um 47 °C statt. Höhe-

re Temperaturen sind mit der verwendeten Temperaturstabilisierung nur schwer erreichbar, zusätzlich empfiehlt der Hersteller einen Betrieb der periodisch gepolten Kristalle bei maximal 70°C , um eine Beschädigung der Wellenleiterstruktur durch Diffusion zu vermeiden. Es wurden daher Wellenleiter der Breite $3\text{ }\mu\text{m}$ ausgewählt.

3.4.2 Einfluss des Pumpspektrums auf das Emissionsspektrum der PDC

In Abschnitt 3.2 dieses Kapitels wurde bereits auf die verschiedenen Emissionsspektren des verwendeten Pumplasers eingegangen. Hier soll nun am Beispiel des 11 mm -Kristalls der Einfluss der vorgestellten Spektren auf das Emissionsspektrum der PDC besprochen werden.

Abbildung 3.8 zeigt PDC-Emissionsspektren für alle drei besprochenen Pumpspektren. Die PDC-Spektren sind auf einer linearen Skala dargestellt, das jeweilige Pumpspektrum ist dagegen logarithmisch aufgetragen. Auch in dieser Abbildung ist das spektrale Verhalten der s-polarisierten Photonen in Blau, das der p-polarisierten Partnerphotonen in Gelb gezeigt. Die beiden groben Aufnahmen des Emissionsspektrums in den oberen Graphen zeigen den angesprochenen deutlichen Einfluss einer Nebenmode im Pumpspektrum. Neben den erwünschten schmalbandigen Hauptmoden um 809 nm bilden sich hier in der linken Abbildung deutlich breitere Nebenmoden, die in der rechten Abbildung mit der Nebenmode im Pumpspektrum verschwinden. Dabei wurden beide Spektren innerhalb eines Tages unter exakt gleichen Bedingungen³⁶ aufgenommen, die Zentralwellenlänge des Hauptpeaks im Pumpspektrum lag jedoch für das linke Bild bei $404,2\text{ nm}$, für das rechte Bild dagegen bei $404,6\text{ nm}$. Die spektrale Position des (erwünschten) PDC-Photonenpaares ist daher in beiden Aufnahmen verschieden.

Da für alle Experimente im Rahmen dieser Arbeit ein sauberes entartetes PDC-Spektrum erforderlich ist, ist ein möglichst nebenmodenfreies Pumpspektrum essentiell.

Die in Abschnitt 3.2 außerdem beschriebenen verschiedenen spektralen Breiten des Pumppeaks haben dagegen einen geringen Einfluss auf das Emissionsspektrum der PDC. Die beiden unteren Abbildungen in Abbildung 3.8 zeigen Detailaufnahmen der Spektren der PDC-Photonen für eine schmalbandige (rechts) und eine etwas breitere (links) Pumpe. Das etwas schmalere PDC-Spektrum durch die Konversion eines schmaleren Pumpphotons im rechten Bild kann hauptsächlich durch die Separation der beiden Hauptmoden des s- und des p-polarisierten Photons von der Konversion eines breiteren Pumpphotons im linken Bild unterschieden werden. Der Unterschied ist jedoch sehr gering und für die durchgeführten Experimente kaum von Bedeutung. Da der Pumplaser für die verschiedenen verwendeten Laserdioden für Konfigurationen wie in Abbildung 3.8 links unten deutlich zuverlässiger lief, wurde diese Einstellung für die folgenden Messungen ausgewählt.

Der stark ansteigende Untergrund in den Emissionsspektren besonders für die schmalbandige Pumpe in der rechten Abbildung resultiert aus dem Verstärkungsspektrum der verwendeten Kamera. Der Verlauf dieses Untergrunds kann in allen Aufnahmen beobachtet werden,

³⁶gleicher Wellenleiter (5.5) bei unveränderter Justage

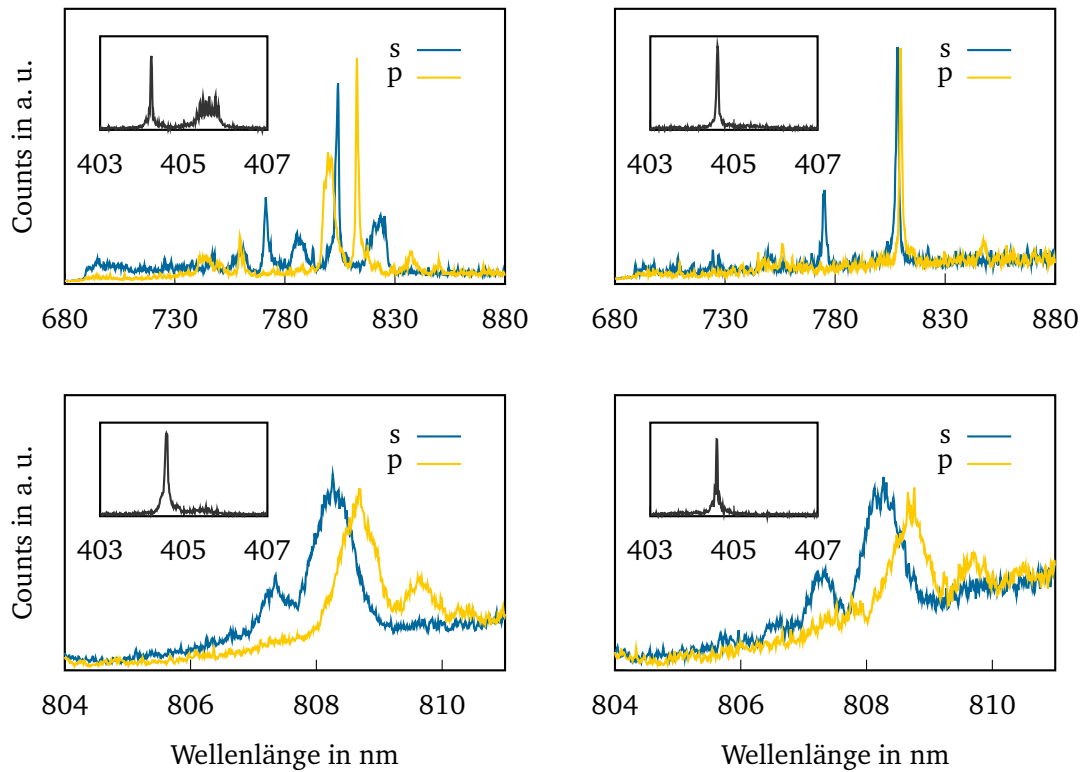


Abbildung 3.8: Einfluss verschiedener Pumpspektren auf das Emissionsspektrum der parametrischen Abwärtskonversion. Das Spektrum des s-polarisierten Photons ist in Blau dargestellt, das des p-polarisierten Photons in Gelb. Die Spektren der PDC-Photonen sind dabei in linearer, das des Pumplasers jeweils in logarithmischer Darstellung abgebildet.

Dabei wird in den beiden oberen Abbildungen der Einfluss einer Nebenmode im Pumpspektrum gezeigt, die beiden unteren Spektren stellen Detailaufnahmen der PDC-Photonen für verschiedene spektrale Breiten des Pumplasers dar.

zeigt sich jedoch insbesondere dann, wenn das PDC-Signal während der Aufnahme sehr schwach war und der Untergrund entsprechend dominiert.

3.4.3 Einfluss der Pumpmode auf das Emissionsspektrum der PDC

In Unterabschnitt 3.4.1 wird als auffälligste Eigenschaft der Kristalle der neuen Generation die Abhängigkeit des Emissionsspektrums von der Breite des verwendeten Wellenleiters genannt. Während alle Wellenleiter der älteren 4 bzw. 6 mm-Kristalle die gleiche Breite haben und ein identisches spektrales Verhalten zeigen, verfügen die neueren Kristalle über Wellenleiter mit drei verschiedenen Breiten und entsprechendem spektralem Verhalten.

Für den 11 mm-Kristall wurde Wellenleiter 5.5 aus den geeigneten $3\text{ }\mu\text{m}$ -Wellenleitern für die weitere Verwendung ausgewählt. Bei der Optimierung der Zählraten ergaben sich

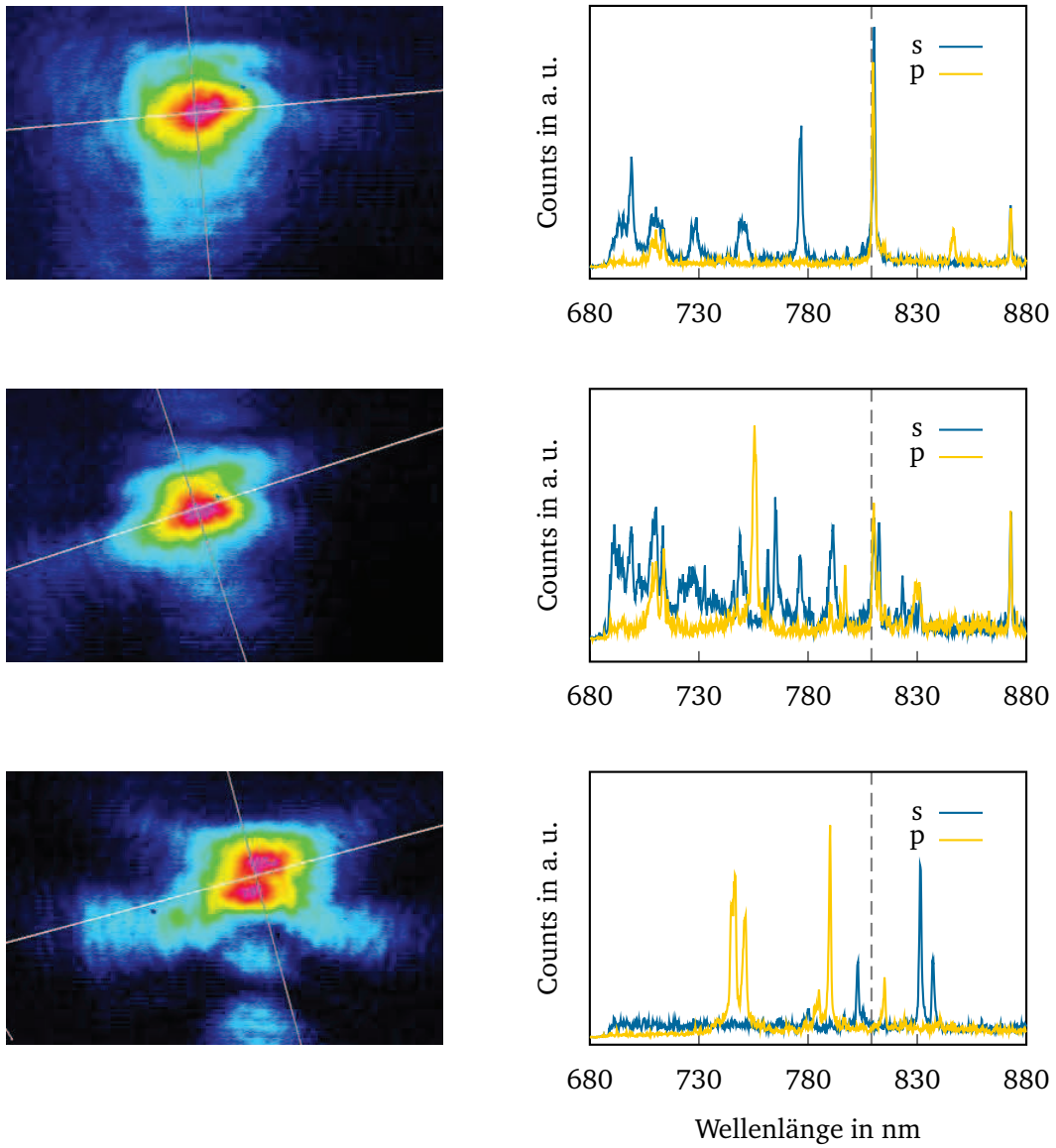


Abbildung 3.9: Einfluss der Pumpmode auf das PDC-Spektrum. Während die erste Abbildung das erwünschte Spektrum einer entarteten Frequenzkonversion zeigt, verschwindet das Photonenpaar um $2\lambda_p = 809$ nm bis zur letzten Abbildung schließlich gänzlich.

jedoch bisher unbekannte Schwierigkeiten. Nachdem zunächst eine anspruchsvollere Justage aufgrund der Länge des Wellenleiters als Ursache für die unbefriedigenden Ergebnisse angenommen wurde, stellte sich schließlich ein enormer Einfluss der Modenstruktur der Pumpphotonen im Wellenleiter auf die konvertierten PDC-Moden heraus. Während für den 4 mm-Kristall eine ungünstige Einkopplung lediglich in der Reduktion der Konversionseffizienz des entarteten Prozesses resultierte, zeigt der 11 mm lange Kristall bei gleichen oder höheren Zählraten eine Emission in eine völlig andere, unerwünschte PDC-Mode.

Abbildung 3.9 zeigt drei verschiedene Emissionsspektren für Wellenleiter 5.5 des 11 mm-Kristalls. Dabei wurden während der Aufnahmen weder das Spektrum des Pump-ECDLs noch die Kristalltemperatur verändert, die Unterschiede sind ausschließlich auf die verschiedenen im Wellenleiter angeregten Moden zurückzuführen. Links neben den Spektren ist dabei jeweils eine Aufnahme des Pumplichts nach dem Kristall mit einer Strahlanalysekamera³⁷ zu sehen. Ein Unterschied insbesondere der beiden ersten gezeigten Moden ist auf diesen Aufnahmen kaum sichtbar, während das obere Spektrum den erwünschten PDC-Prozess zeigt, dominiert im zweiten Spektrum jedoch bereits eine unerwünschte Nebenmode um 755 nm im Spektrum des p-polarisierten Photons. Auch im Spektrum des s-polarisierten Partnerphotons bilden sich Nebenmoden aus, die Effizienz der entarteten Konversion wird reduziert.

Für die Justage des 11 mm-Kristalls sind daher zwei Dinge essentiell. Zunächst muss bereits während der Vorjustage des Kristalls darauf geachtet werden, möglichst knapp unter der Kristalloberkante in den Wellenleiter einzukoppeln, alle tieferen Pumpmoden resultieren in unerwünschten PDC-Moden. Anschließend sollte die Feinjustage des Kristalls durch eine Optimierung der Koinzidenzzählraten nach einem Bandpassfilter geschehen. Die Kristallparameter sind dabei so zu wählen, dass eine Transmission der entarteten PDC durch den Filter gewährleistet ist (vgl. Unterabschnitt 3.4.4).

3.4.4 Optimierung der Kristallparameter mit Hilfe eines Bandpassfilters

Zu Beginn der Arbeit konnten die Emissionsspektren der parametrischen Abwärtskonversion noch nicht betrachtet werden, da noch kein Einzelphotonenspektrograph zur Verfügung stand. Neben verschiedenen Experimenten zur Zweiphotoneninterferenz wie sie in Kapitel 4 vorgestellt werden, die eine genauere Analyse der spektralen Verteilung der Photonenpaare ermöglichten, musste daher ein Weg für die Optimierung der Kristallparameter gefunden werden. Wie in Abschnitt 3.4 angesprochen, musste einerseits die optimale Kristalltemperatur gefunden werden, um eine entartete PDC zu gewährleisten. Zusätzlich sollte die Transmission der PDC-Photonen durch den Bandpassfilter optimiert werden. Da die Bandbreite der Photonen des 4 mm Kristalls in der Größenordnung der Halbwertsbreite des Filters liegt (vgl. Unterabschnitt 3.4.5), müssen für diesen Kristall die Zentralwellenlängen des Filters und der PDC-Photonen möglichst überein stimmen.

Für die im Folgenden beschriebene Optimierung der Kristalltemperatur sowie der Pump-

³⁷WinCam, vgl. Kapitel 3

wellenlänge für einen gegebenen Bandpassfilter wird von einer symmetrischen Transmissionscharakteristik des Filters ausgegangen. Da sich alle Bandpassfilter leicht in ihrer Zentralwellenlänge unterscheiden, können die Ergebnisse nicht übertragen werden.³⁸

Für eine feste Pumpwellenlänge um 404 nm wird zunächst die Temperatur des nichtlinearen Kristalls variiert und die Koinzidenz- und Einzelzählraten mit und ohne Bandpassfilter im Strahlengang aufgenommen. Da die Zentralwellenlänge des Bandpassfilters eine Funktion des Auftreffwinkels ist und sich das Transmissionsband für s- und p-polarisiertes Licht ungleich verschiebt, muss hier auf eine Verwendung des Filters unter 0° geachtet werden. Der Filter muss dem Aufbau außerdem reversibel, beispielsweise durch einen Klappmechanismus, entnommen werden.

Die beschriebene Messung wird anschließend für abweichende Pumpwellenlängen wiederholt. Aus den so gewonnenen Daten können verschiedene Kurven ermittelt werden. Zunächst kann aus dem Quotienten der Zählraten mit und ohne Filter das Transmissionsverhalten des Bandpassfilters für die Einzelzählraten der PDC-Photonen sowie die koinzidenten Ereignisse als Funktion der Kristalltemperatur ermittelt werden. Weiter kann das Verhältnis der Einzelzählraten von s- und p-polarisiertem Photon jeweils mit und ohne Bandpassfilter bestimmt werden.

Abbildung 3.10 zeigt zwei mögliche Szenarien für den zu Grunde liegenden PDC-Prozess sowie die beschriebenen Kurven aus einer Messung mit dem 4 mm-Kristall. Im linken Teil der Abbildung stimmen die Zentralwellenlänge des Bandpassfilters (λ_{BP}) und die Zentralwellenlänge der entarteten PDC (λ_{PDC}) nicht überein, im rechten Fall ist $\lambda_{BP} = \lambda_{PDC}$. Das Transmissionsband des Bandpassfilters ist jeweils grau hinterlegt.

Wie aus Unterabschnitt 3.4.1 bereits bekannt, verschiebt eine Variation der Kristalltemperatur die Zentralwellenlänge der PDC-Photonen annähernd symmetrisch³⁹ zu λ_{PDC} . Stimmen wie im rechten Beispiel die Zentralwellenlängen von Filter und PDC überein, werden beide PDC-Photonen symmetrisch in das Transmissionsband des Filters geschoben. Das Transmissionsmaximum beider Polarisationen (oberer Graph in der Abbildung) wird daher bei der gleichen Kristalltemperatur erreicht, das Verhältnis der Zählraten von p-polarisierten Photonen zu s-polarisierten Photonen (unterer Graph in der Abbildung) ist konstant.

Im linken Beispiel werden die Spektren der PDC-Photonen dagegen nicht symmetrisch durch das Transmissionsband des Filters geschoben, sodass sich Transmissionsmaxima der s- und p-polarisierten Photonen für verschiedene Kristalltemperaturen ergeben. Das Verhältnis von p-polarisierten Photonen zu s-polarisierten Photonen mit Bandpassfilter ist daher für verschiedene Kristalltemperaturen nicht konstant. Zur Kontrolle wurde jeweils das Verhältnis der Einzelzählraten beider Polarisierungen ohne Bandpassfilter aufgenommen.

Die beschriebene Messung ermöglicht also eine Optimierung der Kristalltemperatur für entartete PDC sowie der Pumpwellenlänge für maximale Transmission durch den Bandpassfilter. Ist die optimale Pumpwellenlänge mit $2\lambda_p = \lambda_{BP}$ gefunden, ergibt sich für das Verhältnis

³⁸Die Zentralwellenlängen der charakterisierten Bandpassfilter können der Inventarliste entnommen werden.

³⁹Für PDC-Wellenlängen in der Nähe von λ_{PDC} kann eine Symmetrie der *signal*- und *idler*-Wellenlängen zu $2\lambda_p$ angenommen werden.

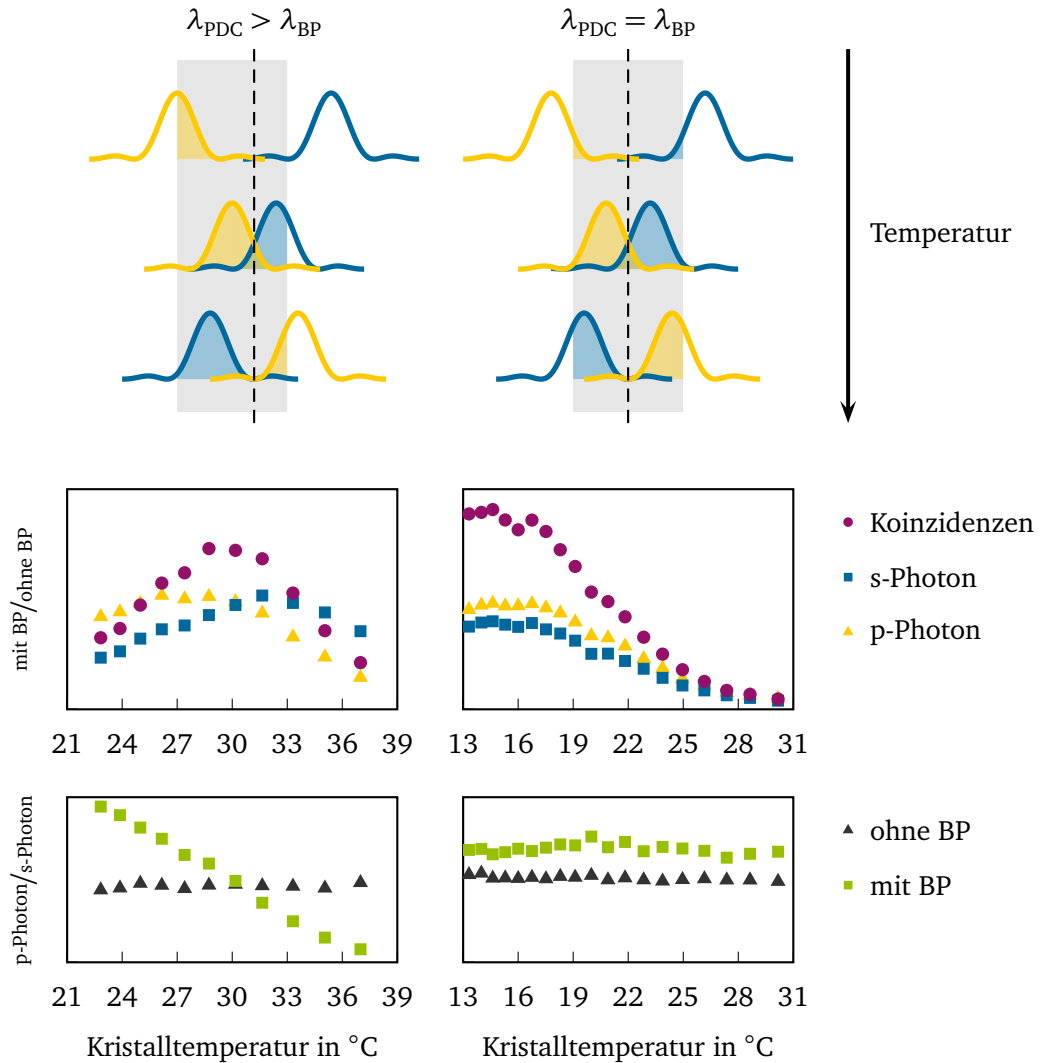


Abbildung 3.10: Einfluss von Kristalltemperatur und Pumpwellenlänge auf die Transmission der PDC-Photonen durch einen Bandpassfilter (grau). Während im linken Teil der Abbildung die optimale Pumpwellenlänge für maximale Transmission am Filter noch nicht gefunden ist, zeigt der rechte Teil der Abbildung eine Übereinstimmung von entarteter PDC-Wellenlänge und Zentralwellenlänge des Bandpassfilters. Die abgebildeten Graphen dienen einer Optimierung der Kristallparameter, Details können dem Text entnommen werden.

der beiden Einzelzählraten mit Bandpassfilter eine Konstante. Gleichzeitig liegen die Maxima der Transmissionsraten für Koinzidenz- und Einzelzählraten an der gleichen Stelle, diese Temperatur entspricht der optimalen Kristalltemperatur für entartete PDC bei $\lambda_p = \lambda_{BP}/2$. Obwohl die Spektren der PDC-Photonen für den 4 mm-Kristall nicht bekannt waren, konnten die Kristallparameter durch diese Messungen exakt bestimmt werden. Die Sichtbarkeit der Hong-Ou-Mandel-Interferenz des entarteten PDC-Photonenpaares als Maß für die Ununterscheidbarkeit zweier Photonen eines Paares (vgl. Abschnitt 4.1) lag bei 92 %, eine spätere Kontrolle mit Hilfe des Einzelphotonenspektrographen bestätigte außerdem die früheren Ergebnisse.

3.4.5 Experimentelle Bandbreite der PDC-Photonen

In Unterabschnitt 2.2.1 wurde der Einfluss der Phasenfehlanpassung Δk auf die Bandbreite der PDC-Photonen besprochen. Für parametrische Abwärtskonversionen vom Typ II ergab sich eine Proportionalität der Bandbreite zum Kehrwert der Kristalllänge:

$$\Delta\lambda_{\text{PDC}} \propto \frac{1}{L} \quad (3.2)$$

Dieser Zusammenhang konnte für die Emissionsspektren der verschiedenen untersuchten Kristalle beobachtet werden. Dabei wurde die Bandbreite der Photonen sowohl aus den Aufnahmen mit dem Spektrographen als auch aus den Interferenzspektren aus Kapitel 4 bestimmt. An die Spektren des Gitterspektrographen wurde dazu ein sinc^2 -Verlauf angepasst, die Bandbreite der PDC-Photonen wurde dann aus dem Abfall der Intensität auf die Hälfte ihres Maximalwerts (‘Halbwertsbreite’, *Full Width at Half Maximum* FWHM) bestimmt. Der Einbruch der Koinzidenzzählraten durch Hong-Ou-Mandel-Interferenz folgt annähernd einer Gaußkurve. Details zur Berechnung der Bandbreite der Photonenpaare können Kapitel 4 entnommen werden.

Abbildung 3.11 zeigt eine Übersicht über experimentell ermittelte Bandbreiten des s-polarisierten Photons aus der parametrischen Abwärtskonversion mit den verschiedenen untersuchten Kristallen. Es handelt sich dabei um Werte aus Aufnahmen mit dem Gitterspektrographen. Da sich für die Bandbreite der s- und p-polarisierten Photonen leicht verschiedene Werte ergaben, wird in Abbildung 3.11 lediglich die Breite des s-polarisierten Photons dargestellt, für die Breite der p-polarisierten Photonen ergibt sich ein vergleichbarer Verlauf.

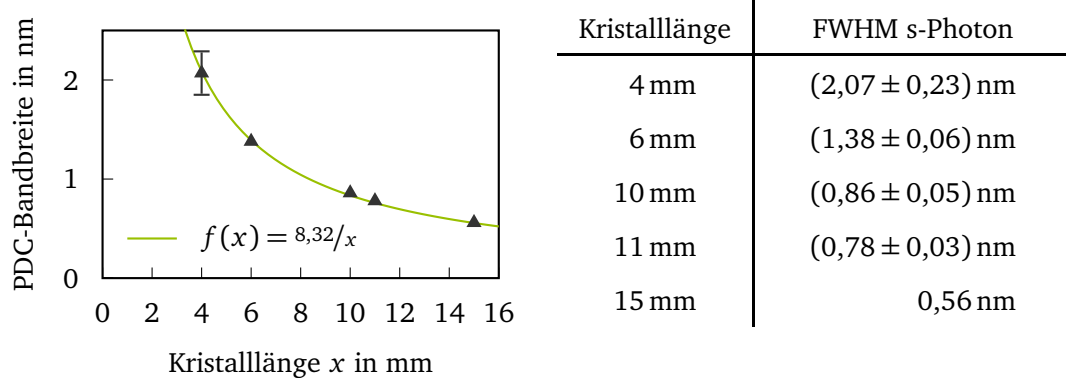


Abbildung 3.11: Bandbreite des s-polarisierten PDC-Photons für verschiedene Längen des nichtlinearen Mediums. Die theoretisch begründete $1/L$ -Abhängigkeit der Bandbreite von der Länge des nichtlinearen Mediums ist deutlich zu erkennen.

An die Datenpunkte wurde eine Funktion der Form $f(x) = a/x$ angepasst, die in Abbildung 3.11 eingezeichnet ist. Der umgekehrt proportionale Zusammenhang mit der Kristalllänge ist deutlich erkennbar.

Für den Wert des Parameters ergibt sich $a = 8,32 \pm 0,05$. Die Kristalllängen wurden dabei aus den Herstellerangaben übernommen und sind dort auf ganze Millimeter genau angegeben. Für den theoretischen Zusammenhang zwischen PDC-Bandbreite und Kristalllänge aus Gleichung (2.36) ergibt sich für eine Zentralwellenlänge der PDC-Photonen um 809 nm $a = 5,52$, die gemessenen Breiten liegen folglich um einen Faktor 1,5 über den theoretischen Werten. Eine mögliche Ursache für diese Diskrepanz ist die Breite des Pumpspektrums, weiter wurden zur Berechnung des theoretischen Werts die Brechungsindizes von reinem KTP verwendet, da keine näheren Informationen über das Verhalten der Brechungsindizes der Wellenleiter vorliegen. Da die Bandbreite der PDC-Photonen für die durchgeführten Experimente eine untergeordnete Rolle spielt, wurden die Unterschiede jedoch nicht weiter untersucht. Ähnliche Abweichungen bei vergleichbaren experimentellen Parametern wurden beispielsweise in Referenz [55] und [56] beobachtet. Eine Herleitung des theoretischen Wertes für a kann Anhang C entnommen werden.

Im Rahmen der in Abbildung 4.4 gezeigten Interferenzexperimente wurden zur Optimierung der Kristallparameter für jeden Kristall bei fester Pumpwellenlänge PDC-Spektren für verschiedene Kristallparameter aufgenommen. Da so eine Vergleichbarkeit der Pumpbandbreite sowie der sonstigen Laborparameter gewährleistet ist, wurden diese Messreihen verwendet, um die in Abbildung 3.11 angegebenen Breiten zu ermitteln. Die Fehler ergeben sich dabei aus den Ergebnissen der verschiedenen Messungen und Funktionsanpassungen. In der Abbildung ist nur für den kürzesten Kristall ein Fehlerbalken eingetragen, da alle weiteren Fehler nicht darstellbar sind. Für den 15 mm-Kristall wurde lediglich an das

rauschärmste Spektrum eine Theoriekurve angepasst, daher wurde hier kein Fehler ermittelt.

3.5 Zusammenfassung

Im vorliegenden Kapitel wurden neben dem experimentellen Aufbau zur Charakterisierung der verschiedenen PPKTP-Kristalle die typischen Emissionsspektren dieser Kristalle sowie eine Methode für die Optimierung der Kristallparameter für entartete Konversion vorgestellt.

In Kristallen neuerer Generation konnten verschiedene Emissionsspektren für verschiedene Wellenleiterbreiten beobachtet werden. Ein entarteter Betrieb der PDC ist dann nicht immer möglich.

Die beiden Kristalle der älteren Generation verfügen lediglich über Wellenleiter der festen Breite $4\text{ }\mu\text{m}$ und zeigen ausnahmslos eine Emission um den entarteten PDC-Prozess. Am Beispiel der Kristalle mit 4 bzw. 11 mm Länge wurde die Abhängigkeit der PDC-Wellenlänge von der Kristalltemperatur sowie der Pumpwellenlänge gezeigt.

Auch die durch das Pumplicht angeregte Mode im Wellenleiter hat in den neuen Kristallen einen Einfluss auf das Emissionsspektrum der PDC. Abbildung 3.9 zeigt diesen Effekt und macht die Notwendigkeit einer sauberen Einkopplung in die richtige Pumpmode deutlich. Schließlich konnte die in Unterabschnitt 2.2.1 theoretisch begründete $1/L$ -Abhängigkeit der Bandbreite der PDC-Photonen von der Länge des nichtlinearen Mediums experimentell gezeigt werden.

4 Interferenzexperimente

„We choose to examine a phenomenon which is impossible, absolutely impossible, to explain in any classical way, and which has in it the heart of quantum mechanics. In reality, it contains the only mystery.“⁴⁰

Mit diesen Worten leitet Richard P. Feynman seine Ausführungen zur Quantenmechanik des beginnenden 20. Jahrhunderts ein. Interferenzeffekte in Doppelspaltexperimenten mit Elektronen sowie auf dem Einzelphotonenniveau unterstrichen endgültig die Paradoxie der in Kapitel 2 beschriebenen Diskussion über die Richtigkeit eines Welle- oder Teilchenmodells für beispielsweise Licht. Mit der Quantenmechanik mussten neue Modelle gefunden werden, die sich mit Alltagserfahrungen nicht länger vereinbaren ließen.

Dabei warf der Welle-Teilchen-Dualismus auch weiter Verständnisfragen auf. Passte ein Photon seine Erscheinungsform, Teilchen oder Welle, dem durchgeführten Experiment an? Propagiert Licht in einem Mach-Zehnder-Interferometer als Welle, während es im Hanbury Brown-Twiss-Aufbau als Teilchen auf den Strahlteiler trifft? John Archibald Wheeler schlug verschiedene Gedankenexperimente vor, um diesen Sachverhalt zu untersuchen, beispielsweise 1983 in Referenz [58]. Das Photon sollte dabei zunächst auf den ersten Strahlteiler im Mach-Zehnder-Interferometer treffen und erst im Anschluss sollte zufällig entschieden werden, ob die beiden Pfade durch einen zweiten Strahlteiler zur Interferenz gebracht würden und so die Wellennatur des Lichts sichtbar gemacht würde oder schlicht in beiden Ausgängen des ersten Strahlteilers die Anwesenheit eines Photons, also eines einzelnen, definierten Teilchens, detektiert werden sollte. Dieses sogenannte *Delayed Choice*-Experiment wurde 2007 von Jacques *et al.* durchgeführt und verdeutlicht die Tragweite des Welle-Teilchen-Dualismus: Licht entscheidet nicht über „Licht“ oder „Teilchen“, es ist vielmehr beides zugleich, zu jeder Zeit, in jedem experimentellen Aufbau [59].

Bei dem Versuch, Interferenzeffekte auf dem Einzelphotonenniveau zu beschreiben, formuliert Paul Dirac 1958 in „*The Principles of Quantum Mechanics*“ ein wesentliches Merkmal der Quantenmechanik. Die Wellenfunktion stehe nicht etwa für die wahrscheinliche Anzahl an Photonen an einem bestimmten Ort, sondern vielmehr für die Wahrscheinlichkeit eines einzelnen Photons, sich am betrachteten Ort aufzuhalten. Nur so könne das Verhalten einzelner Photonen in einem Doppelspaltexperiment erklärt werden. Dabei interferiere ein Photon ausschließlich mit sich selbst, eine Interferenz zwischen zwei verschiedenen Photonen schließt Dirac aus [60]. 1967 machen Pflégor und Mandel in einem Korrelationsexperiment mit zwei unabhängigen abgeschwächten Lasern eine Modifikation dieser Hypothese erforderlich [61, 62]. Sofern in einem Experiment die Intensitätskorrelation zweier Photonen detektiert wird, interferieren die **BEIDEN** Photonen eines Paares ausschließlich

⁴⁰In: Referenz [57], Kapitel 1

miteinander [16]. Die Eigenschaften dieser ‚Zweiphotoneninterferenzen‘ werden im vorliegenden Kapitel näher betrachtet. Abschnitt 4.1 geht dabei zunächst auf die Hong-Ou-Mandel-Interferenz als klassische Zweiphotoneninterferenz ein, bevor in Abschnitt 4.2 ein dem Hanbury Brown-Twiss-Interferometer ähnlicher Aufbau nach Shih und Alley vorgestellt wird, der neben verschiedenen Zweiphotoneninterferenzexperimenten die Möglichkeit bietet, eine Verletzung der Bellschen Ungleichung durch einen polarisationsverschränkten Zweiphotonenzustand zu zeigen. Die Ergebnisse eines durchgeführten Belltests können Abschnitt 4.5 entnommen werden. Zuvor werden in Abschnitt 4.3 verschiedene Zweiphotoneninterferenzexperimente, in Abschnitt 4.4 verschiedene Autokorrelationsexperimente vorgestellt. Abschließend zeigt Anhang E Untersuchungen zur Polarisationserhaltung in entsprechenden Fasern. Das Kapitel schließt mit einer Zusammenfassung.

4.1 Das Hong-Ou-Mandel-Interferometer

Die sogenannte ‚Hong-Ou-Mandel-Interferenz‘ als klassische Zweiphotoneninterferenz wurde erstmals 1987 durch Hong *et al.* gezeigt [63]. Zwei einzelne Photonen treffen auf verschiedene Eingänge eines Strahlteilers, für ununterscheidbare Photonen kommt es dabei zur Interferenz. Der Effekt kann daher eingesetzt werden, um die Ununterscheidbarkeit zweier Photonen zu bewerten. Die folgenden Ausführungen orientieren sich an Referenzen [16] und [64].

Abbildung 4.1 zeigt zunächst die im Folgenden verwendete Nomenklatur. Die Zustände in beiden Eingängen des Strahlteilers werden mit \hat{a}_1 bzw. \hat{a}_2 bezeichnet, die Ausgangszustände entsprechend mit \hat{b}_1 bzw. \hat{b}_2 . Für die Transmissions- und Reflexionskoeffizienten \mathcal{T} und \mathcal{R} des Strahlteilers gelten die angegebenen Beziehungen. Trifft wie beschrieben der Zustand $|1_{a_1}, 1_{a_2}\rangle$ auf diesen Strahlteiler, sind vier verschiedene Ausgangszustände möglich, die in der Abbildung dargestellt sind. Beide Einzelphotonen können am Strahlteiler transmittiert (a) oder reflektiert (b) werden, die Photonen verlassen den Strahlteiler dann an verschiedenen Ausgängen. Wird dagegen jeweils ein Photon reflektiert, das Partnerphoton transmittiert, verlassen die Photonen den Strahlteiler am gleichen Ausgang (c und d). Für ununterscheidbare Photonen sind die Ausgänge a) und b) nicht unterscheidbar, aufgrund der Energieerhaltung bei der Reflexion/Transmission eines Zustands am Strahlteiler kommt es außerdem zu einer Phasenverschiebung $\varphi = \pi$ zwischen beiden Ausgangszuständen. Für einen 50:50-Strahlteiler mit $|\mathcal{T}|^2 = |\mathcal{R}|^2 = 1/2$ interferieren die beiden Möglichkeiten aus (a) und (b) daher destruktiv, beide Photonen verlassen den Strahlteiler am gleichen Ausgang (Abbildung 4.1c und d). Es gilt

$$\hat{a}_1^\dagger = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot (\hat{b}_1^\dagger + \hat{b}_2^\dagger) \quad \text{und} \quad \hat{a}_2^\dagger = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot (\hat{b}_1^\dagger - \hat{b}_2^\dagger) \quad (4.1)$$

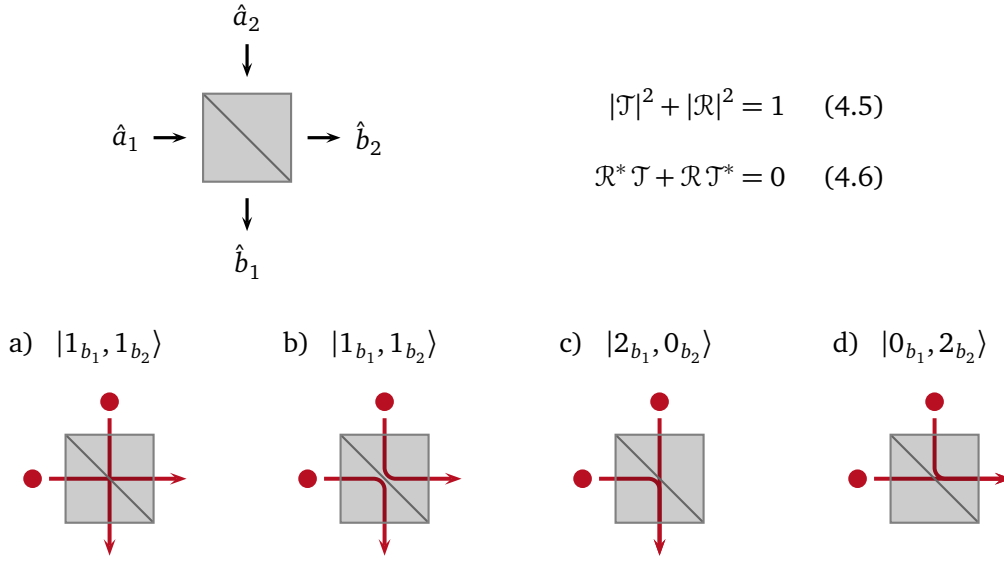


Abbildung 4.1: Überlagerung von zwei Photonen an verschiedenen Eingängen eines Strahlteilerwürfels. Die vier möglichen Ausgangszustände sind mit a) bis d) bezeichnet. Die Zustände in den Eingängen des Strahlteilers werden dabei mit \hat{a}_1 bzw. \hat{a}_2 bezeichnet, die Ausgänge entsprechend mit \hat{b}_1 und \hat{b}_2 . Für die Transmissions- bzw. Reflexionskoeffizienten \mathcal{T} und \mathcal{R} gelten die angegebenen Beziehungen.

und mit $[\hat{b}_1^\dagger, \hat{b}_2^\dagger] = 0$ für ununterscheidbare Photonen im Hong-Ou-Mandel-Interferometer:

$$|1_{a_1}, 1_{a_2}\rangle = \hat{a}_1^\dagger \hat{a}_2^\dagger |0, 0\rangle \quad (4.2)$$

$$= \frac{1}{2} \cdot (\hat{b}_1^\dagger + \hat{b}_2^\dagger) \cdot (\hat{b}_1^\dagger - \hat{b}_2^\dagger) |0, 0\rangle = \frac{1}{2} (\hat{b}_1^\dagger \hat{b}_1^\dagger - \hat{b}_2^\dagger \hat{b}_2^\dagger) |0, 0\rangle \quad (4.3)$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} (|2_{b_1}, 0_{b_2}\rangle - |0_{b_1}, 2_{b_2}\rangle) \quad (4.4)$$

Treffen zwei identische Photonen auf zwei Eingänge eines idealen 50:50-Strahlteiler, werden entsprechend in den Ausgängen b_1 und b_2 des Strahlteilers keine koinzidenten Ereignisse detektiert, die beiden Photonen verlassen den Strahlteiler immer gemeinsam. Dieses Verhalten wird auch als *bunching* bezeichnet und entspricht dem bosonischen Charakter von Photonen. Die Zweiphotoneninterferenz im Hong-Ou-Mandel-Interferometer zeigt sich damit wie oben angesprochen in der Intensitätskorrelation zweier Photonen.

Abbildung 4.2 zeigt eine experimentelle Umsetzung des Hong-Ou-Mandel-Interferometers. Zwei einzelne Photonen, hier das s- und das p-polarisierte Photon aus der parametri-

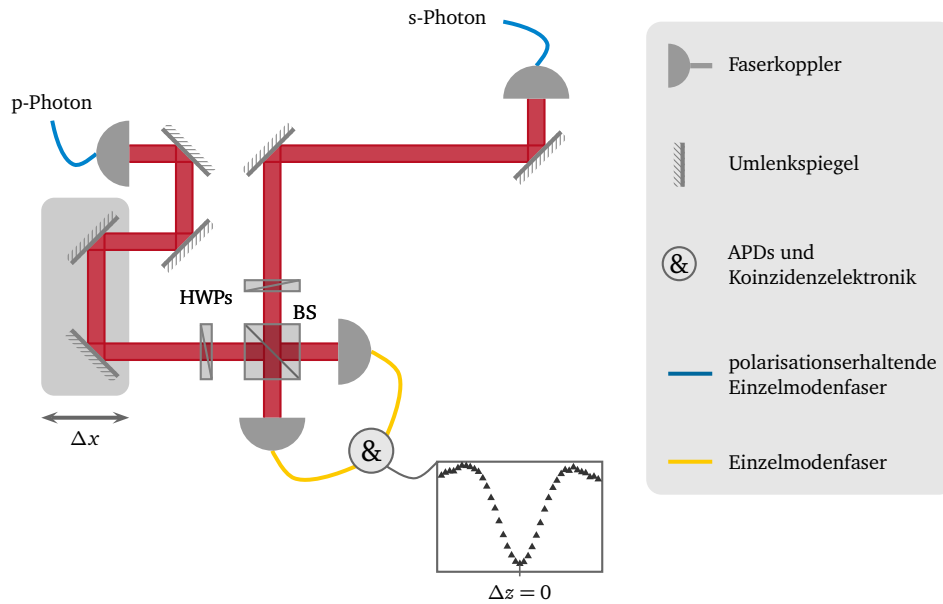


Abbildung 4.2: Experimenteller Aufbau eines Hong-Ou-Mandel-Interferometers. Zwei einzelne Photonen, hier aus der parametrischen Abwärtskonversion, werden an zwei Eingängen eines 50:50-Strahlteilers überlagert. Für identische Photonen kommt es bei gleichzeitigem Auftreffen auf den Strahlteiler zu sogenanntem *bunching*, die beiden Photonen verlassen den Strahlteiler am gleichen Ausgang. Die Zählrate N_C der koinzidenten Ereignisse in beiden Ausgängen des Strahlteilers liegt entsprechend bei Null. Durch eine Variation des relativen Wegunterschieds $\Delta z = 2\Delta x$ der beiden Photonen im Interferometer kann die Hong-Ou-Mandel-Interferenz in der Koinzidenzzählrate sichtbar gemacht werden.

schen Abwärtskonversion, werden mit Hilfe von polarisationserhaltenden Fasern⁴¹ zum Interferometer transportiert. Dabei wird jedes Photon über eine Kombination aus zwei Fasern mit 2 bzw. 5 m Länge geleitet, die beiden Fasern werden durch jeweils einen Faser-zu-Faser-Koppler⁴² verbunden. Die Auskopplung der Fasern sowie der Strahlengang im Interferometer kann so mit Hilfe eines Justagelasers optimiert werden, die Einkopplung der Einzelphotonen in die Transportfasern erfolgt anschließend ohne Beeinträchtigung der Justage des Interferometers.

Im Interferometer treffen die beiden einzelnen Photonen auf zwei verschiedene Eingänge eines 50:50-Strahlteilers (BS⁴³). Dabei wird eines der beiden Photonen, in der Abbildung das p-polarisierte, auf seinem Weg zum Strahlteiler über zwei Spiegel umgelenkt, die sich

⁴¹ PM780-HP von Thorlabs

⁴² ADAFCPMB2 von Thorlabs

⁴³ PCBS-800-50-P von CVI Melles Griot

auf einem linearen Verschiebetisch⁴⁴ befinden, sodass eine relative Verzögerung zwischen beiden Photonen eines Paares eingeführt werden kann. Der eingesetzte 50:50-Strahlteiler ist dabei polarisationsabhängig. Während p-polarisiertes Eingangslicht zufällig transmittiert oder reflektiert wird, ist die Transmission für s-polarisiertes Eingangslicht minimal. Diese Eigenschaft des Strahlteilers wurde verwendet, um die Polarisation der beiden Einzelphotonen vor dem Auftreffen auf den Strahlteiler mit Hilfe jeweils einer Halbwellenplatte anzugleichen. Eine Voreinstellung des Polarisationszustands mit Hilfe eines Justagelasers stellte sich als nicht ausreichend verlässlich heraus.

Für zeitgleiches Auftreffen auf den Strahlteiler sind zwei Photonen gleicher Frequenz und Polarisation ununterscheidbar, in den Ausgängen des Strahlteilers können entsprechend keine koinzidenten Ereignisse detektiert werden. Dagegen lassen sich sonst identische Photonen durch verschiedene Ankunftszeiten am Strahlteiler unterscheiden, die Hong-Ou-Mandel-Interferenz kann durch eine Variation der relativen Ankunftszeit der beiden Photonen eines Paares am Strahlteiler sichtbar gemacht werden. Für die Koinzidenzzählrate N_C der zeitgleichen Ereignisse in beiden Ausgängen des Strahlteilers als Funktion des relativen Weglängenunterschieds $\Delta z = 2\Delta x$ aus Abbildung 4.2 gilt dann nach Referenz [16]

$$N_C(\Delta z) \propto 1 - \frac{2|\mathcal{T}|^2|\mathcal{R}|^2}{|\mathcal{T}|^4 + |\mathcal{R}|^4} \cdot \mathcal{V}(\Delta z). \quad (4.7)$$

Der explizite Verlauf der Funktion $\mathcal{V}(\Delta z)$ wird dabei durch die spektrale Charakteristik der interferierenden Photonen bestimmt. Im einfachsten Fall der Überlagerung zweier Einzelphotonen mit gaußförmigem Spektrum, beispielsweise durch schmalbandige Filterung, ergibt sich nach [16] um $\Delta z = 0$ ein gaußförmiger Einbruch in der Koinzidenzzählrate:

$$N_C(\Delta z) \propto 1 - \frac{2|\mathcal{T}|^2|\mathcal{R}|^2}{|\mathcal{T}|^4 + |\mathcal{R}|^4} \cdot e^{-b \cdot \Delta z^2} \quad \text{mit } b = \text{const.} \quad (4.8)$$

Dieser für die Hong-Ou-Mandel-Interferenz typische Einbruch wird auch als ‚Hong-Ou-Mandel-Dip‘ bezeichnet und hat für $|\mathcal{T}|^2 = |\mathcal{R}|^2 = 1/2$ eine theoretische Tiefe von 100 %, die Koinzidenzzählrate geht dann für $\Delta z = 0$ auf $N_C = 0$ zurück. Abweichungen im Reflexions- bzw. Transmissionsverhalten des Strahlteilers sowie ungenügender räumlicher Überlapp der interferierenden Photonen führen ebenso zu einer Reduktion der Diptiefe wie die teilweise Unterscheidbarkeit der beiden Photonen eines Paares. Die tatsächliche Diptiefe wird auch als Sichtbarkeit (*Visibility*)

$$V = \frac{N_{C,max} - N_{C,min}}{N_{C,max}} \quad (4.9)$$

⁴⁴GTS70 von Newport

bezeichnet. Aus theoretischen Berechnungen für die Interferenz zweier Einzelphotonen aus Typ II-parametrischer Abwärtskonversion eines schmalbandigen Pumpphotons ergibt sich für $\mathcal{V}(\Delta z)$ aus Gleichung (4.7)

$$\mathcal{V}(\Delta z) = \begin{cases} 1 - |1 + c \cdot \Delta z| & \text{für } |1 + c \cdot \Delta z| \leq 1, \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (4.10)$$

mit $c = \text{const.}$. Für Pumpphotonen mit Breiten im Bereich der Bandbreite der PDC-Photonen oder darüber ist

$$\mathcal{V}(\Delta z) = \begin{cases} a \cdot \text{erf}(b \cdot (1 - |1 + c \cdot \Delta z|)) & \text{für } |1 + c \cdot \Delta z| \leq 1, \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (4.11)$$

mit $a, b, c = \text{const.}$. Der Hong-Ou-Mandel-Dip für Photonenpaare aus Typ II-PDC folgt entsprechend für schmalbandige Pumpquellen einem Dreiecksverlauf, der mit zunehmender Breite der Pumpphotonen an Schärfe verliert.

Da die Bandbreite der PDC-Photonen in der Größenordnung nm liegt (vgl. Unterabschnitt 3.4.5), können Pumplaser im Dauerstrichbetrieb, wie sie für alle gezeigten Experimente eingesetzt wurden, als schmalbandige Pumpquellen betrachtet werden [16]. Dennoch zeigen sich in den im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Experimenten Interferenzstrukturen, die sich durch die besprochene Theorie nicht sauber abbilden lassen. Diese Strukturen sowie mögliche Ursachen für die Abweichungen werden in Abschnitt 4.3 vorgestellt.

Für beliebige Spektren des interferierenden Photonenpaares folgt der Verlauf der Hong-Ou-Mandel-Interferenz nach Referenz [65] dem entsprechenden Autokorrelationsspektrum erster Ordnung $g^{(1)}$, wobei der Einbruch entlang der x -Achse um den Faktor 2 gestaucht ist. Für gaußförmige Zählrateneinbrüche, wie sie im Folgenden betrachtet werden, ergibt sich aus der Faltung der Spektren bei der Zweiphotoneninterferenz zusätzlich eine Streckung mit dem Faktor $\sqrt{2}$, sodass für den Zusammenhang zwischen der $1/e$ -Breite des Zählrateneinbruchs l_{Dip} und der Kohärenzlänge l_c der Einzelphotonen

$$l_c = \frac{2 \cdot l_{\text{Dip}}}{\sqrt{2}} = \sqrt{2} \cdot l_{\text{Dip}} \quad (4.12)$$

gilt. Für die Berechnung der Kohärenzlänge der Photonen aus dem Interferenzspektrum werden in der Literatur verschiedene Ansätze verfolgt. Beispielsweise entspricht nach [63] die Kohärenzlänge der Einzelphotonen der Halbwertsbreite des Zählrateneinbruchs. Mit dem in Gleichung (4.12) beschriebenen Zusammenhang ergaben sich jedoch für die Bandbreiten der Einzelphotonen aus den Interferenzspektren Werte, die mit den Ergebnissen aus den Aufnahmen mit dem Gitterspektrographen konsistent waren. Bei der Berechnung der Kohärenzlänge der Einzelphotonen wurde daher nach dieser Gleichung vorgegangen.

4.2 Das Shih-Alley-Interferometer

Ein Jahr nach der Veröffentlichung erster Experimente zur Zweiphotoneninterferenz nach Abschnitt 4.1 durch Hong, Ou und Mandel schlugen Yanhua Shih und Carroll O. Alley 1988 einen alternativen Aufbau vor [66]. Dabei trifft ein orthogonal polarisiertes Photonenpaar mit variabler relativer Zeitverzögerung zwischen beiden Photonen eines Paares auf den gleichen Eingang eines zufälligen Strahlteilers. In beiden Ausgängen des Strahlteilers werden koinzidente Ereignisse detektiert, der Polarisationszustand des detektierten Photons wird dabei durch jeweils einen Analysator ausgewählt. Für von der Basis des ursprünglichen Photonenpaares verschiedene Analysatorstellungen kann so ein Interferenzeffekt zwischen zeitgleich auf den Strahlteiler auftreffenden Photonen eines Paares beobachtet werden. Dabei ist die Sichtbarkeit des Interferenzeffekts maximal, falls die Detektion der Photonen unter einem Winkel von 45° relativ zur ursprünglichen Polarisationsbasis erfolgt. Während die Zweiphotoneninterferenz im klassischen Hong-Ou-Mandel-Interferometer aus Abschnitt 4.1 aus einem *bunching*-Verhalten ununterscheidbarer Photonen am Strahlteiler resultiert, verlassen die Photonenpaare im Shih-Alley-Interferometer den Strahlteiler unabhängig von ihrer relativen Verzögerung immer zufällig, eine Detektion der reinen Koinzidenzzählrate zeigt daher keine Interferenzerscheinungen. Am Strahlteiler getrennte Photonenpaare verlassen diesen jedoch bei zeitgleichem Auftreffen in einem polarisationsverschränkten Zustand. Mit der Nomenklatur aus Abbildung 4.1 gilt

$$\hat{a}_{1,\uparrow}^\dagger = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot (\hat{b}_{1,\uparrow}^\dagger - \hat{b}_{2,\uparrow}^\dagger) \quad \text{und} \quad \hat{a}_{1,\leftrightarrow}^\dagger = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot (\hat{b}_{1,\leftrightarrow}^\dagger + \hat{b}_{2,\leftrightarrow}^\dagger) \quad (4.13)$$

und damit für ein orthogonal polarisiertes Photonenpaar in Eingang a_1

$$|\uparrow\rangle_{a_1} |\leftrightarrow\rangle_{a_1} = \hat{a}_{1,\uparrow}^\dagger \hat{a}_{1,\leftrightarrow}^\dagger |0\rangle |0\rangle \quad (4.14)$$

$$= \frac{1}{2} \cdot (\hat{b}_{1,\uparrow}^\dagger \hat{b}_{1,\leftrightarrow}^\dagger + \hat{b}_{1,\uparrow}^\dagger \hat{b}_{2,\leftrightarrow}^\dagger - \hat{b}_{2,\uparrow}^\dagger \hat{b}_{1,\leftrightarrow}^\dagger - \hat{b}_{2,\uparrow}^\dagger \hat{b}_{2,\leftrightarrow}^\dagger) |0\rangle |0\rangle \quad (4.15)$$

$$= \underbrace{\frac{1}{\sqrt{2}} \cdot (|\uparrow_{b_1}\rangle |\leftrightarrow_{b_2}\rangle - |\leftrightarrow_{b_1}\rangle |\uparrow_{b_2}\rangle)}_{\text{verschiedene Ausgänge}} + \underbrace{\frac{1}{\sqrt{2}} \cdot (|\uparrow_{b_1}\rangle |\leftrightarrow_{b_1}\rangle - |\uparrow_{b_2}\rangle |\leftrightarrow_{b_2}\rangle)}_{\text{gleiche Ausgänge}}. \quad (4.16)$$

Dabei stehen die beiden ersten Terme in Gleichung (4.16) für Photonenpaare, die den Strahlteiler an verschiedenen Ausgängen verlassen und als Koinzidenz detektiert werden können. Bei

$$|\Psi^{(-)}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|\uparrow_{b_1}\rangle |\leftrightarrow_{b_2}\rangle - |\leftrightarrow_{b_1}\rangle |\uparrow_{b_2}\rangle) \quad (4.17)$$

handelt es sich gerade um einen der Bell-Zustände, auf die in Abschnitt 4.5 näher eingegangen wird. Beide Photonen eines Paares befinden sich immer in orthogonalen Polarisationszuständen, für eine Detektion mit parallelen Analysatorstellungen kommt es daher nie-

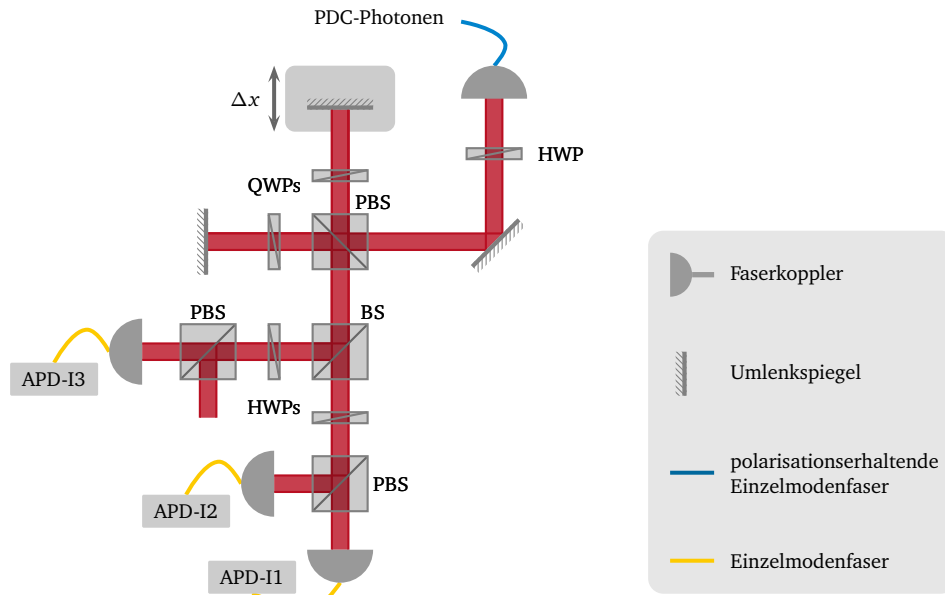


Abbildung 4.3: Aufbau eines Zweiphotoneninterferometers nach Shih und Alley [66]. Zwischen zwei orthogonalen Photonen eines Paares wird zunächst in einem dem Michelson-Interferometer ähnlichen Aufbau eine variable Zeitverzögerung eingeführt, bevor das Paar an einem 50:50-Strahlteiler (BS) zufällig getrennt wird. Eine Kombination aus Halbwellenplatte und polarisierendem Strahlteiler erlaubt in beiden Ausgängen des Strahlteilers die Auswahl eines linearen Zustands zur Detektion mit einer der drei Lawinenphotodioden APD-I1 bis APD-I3.

mals zu einem koinzidenten Ereignis, für eine Detektion mit orthogonalen Analysatorstellungen dagegen mit Sicherheit. Für die Detektion der Koinzidenzzählrate in beiden Ausgängen des Strahlteilers unter parallelen Analysatorstellungen ergibt sich daher bei variabler relativer Verzögerung zwischen den Photonen eines Paares ein Zählrateneinbruch wie in Abschnitt 4.1 beschrieben, werden dagegen Koinzidenzen in orthogonalen Analysatorstellungen detektiert, steigt die Koinzidenzzählrate um $\Delta z = 0$ entsprechend an. Der explizite Verlauf der Interferenzspektren entspricht dabei dem aus dem klassischen Hong-Ou-Mandel-Interferometer.

Abbildung 4.3 zeigt eine experimentelle Umsetzung des Shih-Alley-Interferometers. Die PDC-Photonen werden mit Hilfe einer einzelnen polarisationserhaltenden Faser⁴⁵ zum Interferometer transportiert. Jedes Photonenpaar wird dann zunächst systematisch an einem polarisierenden Strahlteilerwürfel⁴⁶ getrennt. Die einzelnen Photonen passieren eine Vier-

⁴⁵P1-780PM-FC-2 von Thorlabs

⁴⁶Die eingesetzten Strahlteilerwürfel stammen von der Firma Bernhard Halle Nachfolger.

telwellenplatte⁴⁷ und treffen anschließend unter 0° auf jeweils einen Spiegel, werden reflektiert und treffen nach erneutem Passieren der Viertelwellenplatte wieder auf den Strahlteiler. Die unter 45° orientierten Viertelwellenplatten drehen bei zweimaligem Durchlaufen den linearen Polarisationszustand der Einzelphotonen gerade um 90° , sodass das Photonenpaar den Strahlteiler am zweiten Ausgang verlässt. Einer der beiden Umlenkspiegel ist auf einem Verschiebetisch⁴⁸ angebracht, sodass zwischen beiden Photonen eines Paares ein variabler Weglängenunterschied eingeführt werden kann. Nach Verlassen der Verzögerungseinheit trifft das Photonenpaar auf einen 50:50-Strahlteiler. In beiden Ausgängen dieses Strahlteilers kann durch eine Kombination aus Halbwellenplatte und polarisierendem Strahlteiler der lineare Polarisationszustand eingestellt werden, unter dem das Photon schließlich mit Hilfe jeweils einer Einzelphotonen-Lawinenphotodiode (APD-I1 und APD-I3) detektiert wird. Im transmittierten Ausgang des 50:50-Strahlteilers können außerdem mit Hilfe einer dritten Lawinenphotodiode (APD-I2) die am PBS reflektierten Photonen detektiert werden. Der Verlauf der Koinzidenzzählrate zwischen APD-I3 und APD-I2 bzw. APD-I3 und APD-I1 für verschiedene Lineartischpositionen entspricht der besprochenen Shih-Alley-Interferenz und auch zwischen APD-I1 und APD-I2 kann Zweiphotoneninterferenz beobachtet werden, sofern das Photonenpaar unter 45° auf den polarisierenden Strahlteiler auftrifft. Ununterscheidbare Photonen verlassen den Strahlteiler dann gemeinsam am gleichen Ausgang und zwischen APD-I1 und APD-I2 ergibt sich für verschiedene relative Weglängen ein Einbruch in der Koinzidenzzählrate.

4.3 Ergebnisse verschiedener Zweiphotoneninterferenzexperimente

In Abbildung 4.4 ist zunächst eine Übersicht über den Verlauf der Koinzidenzzählraten im Hong-Ou-Mandel-Interferometer für entartete Typ II-PDC in Kristallen mit 4, 6, 11 und 15 mm Länge dargestellt. Für alle Aufnahmen werden die PDC-Photonen nicht schmalbandig gefiltert, lediglich ein Langpassfilter mit einer Kante bei 650 nm ⁴⁹ trennt Pumplicht und PDC-Photonen.

Für die Messungen in Abbildung 4.4 verschiebt sich die Position des Hong-Ou-Mandel-Dips für die verschiedenen Kristalle systematisch zu entfernteren Lineartischpositionen. Da der Interferenzaufbau zwischen den gezeigten Messungen nicht neu justiert wurde, resultiert dieses Phänomen überwiegend aus der Verwendung von Typ II-PDC. Durch ihren orthogonalen Polarisationszustand erfahren beide Photonen eines Paares im Kristall einen anderen Brechungsindex, sodass sich für die Konversion an jedem Ort im Kristall eine spezifische Laufzeitdifferenz zwischen den Photonen ergibt. Die mittlere Laufzeitdifferenz hängt dann mit der Länge des verwendeten nichtlinearen Mediums zusammen und bestimmt die Position des Zählrateneinbruchs im Zweiphotoneninterferometer. Mit zunehmender Kristalllänge verringert sich außerdem die Sichtbarkeit des Interferenzeffektes, da die Abweichungen der

⁴⁷WPQ05M-808 von Thorlabs

⁴⁸GTS70 von Newport

⁴⁹LC-3RD/650LP-25 von Laser Components

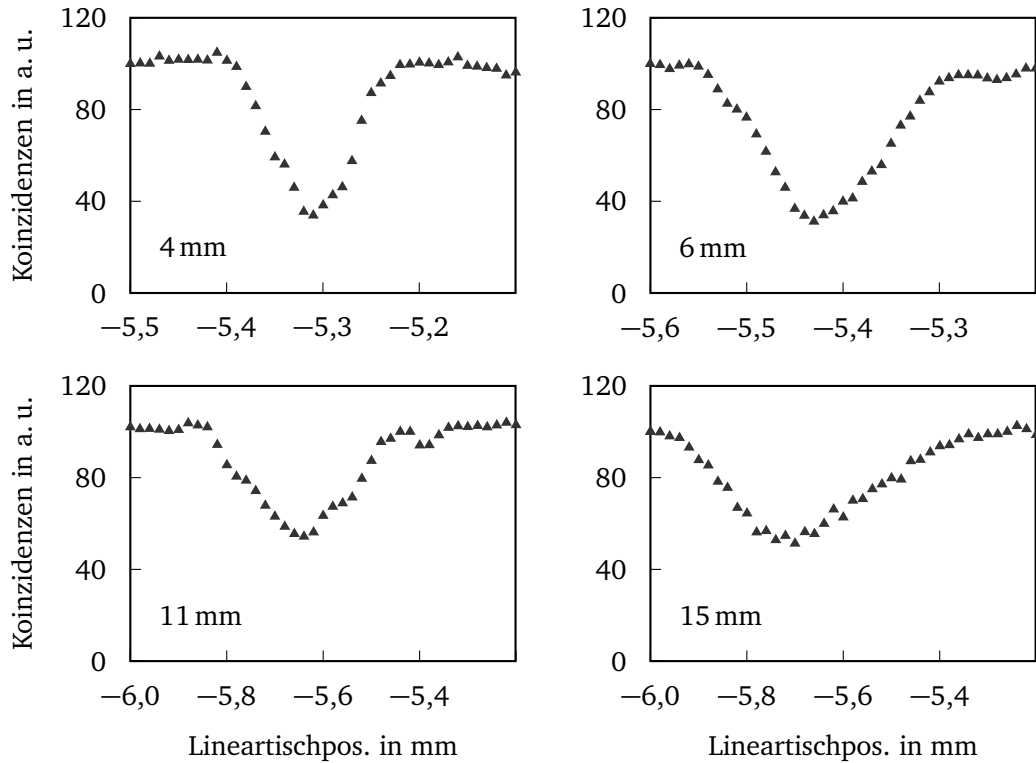


Abbildung 4.4: Hong-Ou-Mandel-Spektren ohne schmalbandige Filterung für die entarteten PDC-Photonen der Kristalle mit 4, 6, 11 und 15 mm Länge. Keines der Spektren zeigt die für Typ II-PDC-Photonen theoretisch beschriebene Dreieckstruktur. Für die abgebildeten Spektren wurde der Aufbau nicht neu justiert. Die deutliche Verschiebung des Zählrateneinbruchs für verschiedene Längen des nichtlinearen Mediums ist typisch für die Hong-Ou-Mandel-Interferenz einzelner Photonen aus Typ II-PDC.

tatsächlichen Laufzeitdifferenz der einzelnen Photonenpaare von ihrem Mittelwert zunehmen und ein Rest Unterscheidbarkeit bestehen bleibt.

Keiner der Zählrateneinbrüche in Abbildung 4.4 zeigt den theoretisch erwarteten Dreiecksverlauf, wie er in Abschnitt 4.1 beschrieben wurde. Vielmehr lassen sich die Einbrüche annähernd durch Gaußkurven beschreiben. Im Verlauf des vorliegenden Abschnitts sollen verschiedene Experimente vorgestellt werden, die schließlich eine Erklärung der gezeigten Interferenzspektren erlauben. Da mit beiden beschriebenen Interferometertypen verschiedene Experimente durchgeführt wurden, sollen diese hier zusammengefasst dargestellt werden. Dabei wird lediglich nach der Art der Filterung sowie dem PDC-Spektrum unterschieden. In Unterabschnitt 4.3.1 werden zunächst Interferenzspektren für entartete PDC-Photonen mit schmalbandiger Filterung vorgestellt, bevor in Unterabschnitt 4.3.2 Spektren für nicht-entartete Photonenpaare besprochen werden. Auf Grundlage der Phänomene für nicht-entartete PDC wird in Unterabschnitt 4.3.3 die Zweiphotoneninterferenz frequenzver-

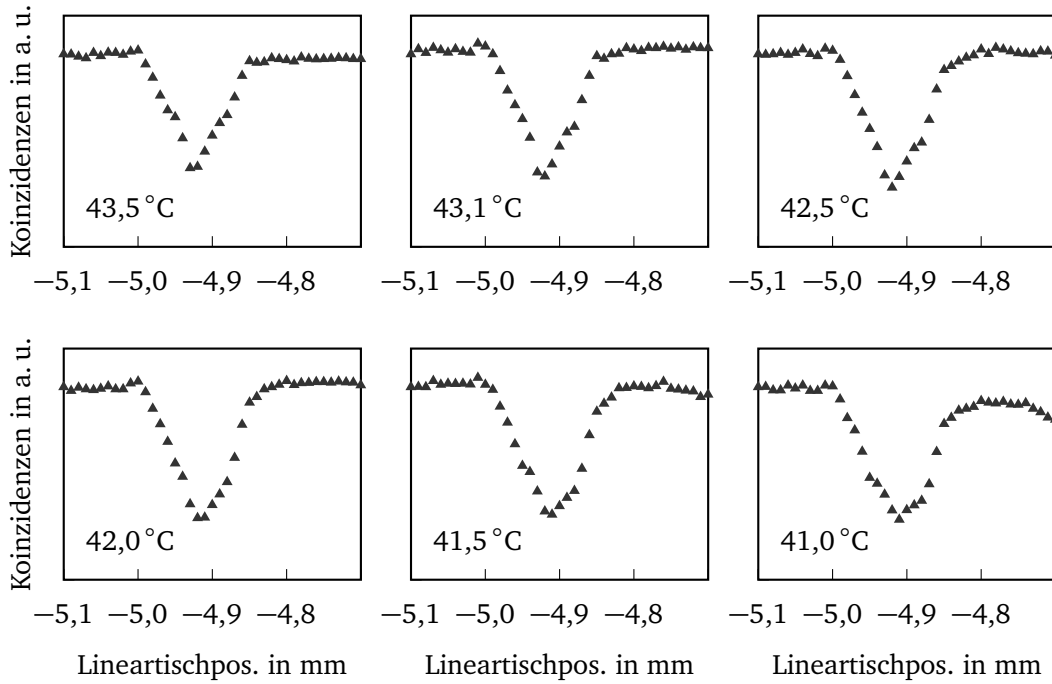


Abbildung 4.5: Hong-Ou-Mandel-Spektren für verschiedene Kristalltemperaturen. Die Wellenlänge der *signal*- und *idler*-Photonen verschiebt sich um etwa $0,25 \text{ nm}/^\circ\text{C}$, bei einer Kristalltemperatur von $41,5^\circ\text{C}$ sind die PDC-Photonen entartet. Das Spektrum bei $41,5^\circ\text{C}$ entspricht dem aus Abbildung 4.4.

schränkter Photonenpaare betrachtet, bevor in Unterabschnitt 4.3.4 schließlich alle vorherigen Erkenntnisse zusammengefasst zur detaillierten Klärung der in Abbildung 4.4 gezeigten Interferenzspektren für entartete PDC ohne schmalbandige Filterung verwendet werden. Hier soll zunächst eine mögliche Erklärung für die Abweichung der Zählrateneinbrüche in Abbildung 4.4 von der theoretisch beschriebenen Dreiecksstruktur gefunden werden. Abbildung 4.5 zeigt beispielhaft Hong-Ou-Mandel-Spektren ohne schmalbandige Filterung für die Photonen des 4 mm-Kristalls für leicht verschiedene Kristalltemperaturen, der entartete PDC-Prozess findet bei $T_{\text{Kristall}} = 41,5^\circ\text{C}$ statt. In Unterabschnitt 3.4.1 wurde die Änderung der PDC-Wellenlänge mit der Kristalltemperatur bei fester Pumpwellenlänge zu $0,22 \text{ nm}/^\circ\text{C}$ für das p-polarisierte Photon bzw. $0,28 \text{ nm}/^\circ\text{C}$ für das s-polarisierte Photon bestimmt. Für die in Abbildung 4.5 gezeigten Hong-Ou-Mandel-Spektren verschiebt sich die Zentralwellenlänge der *signal*- und *idler*-Photonen entsprechend nur um jeweils ca. $0,1 \text{ nm}$. Dennoch ist eine deutliche Änderung des Interferenzspektrums zu erkennen, insbesondere für Temperaturen unterhalb der idealen Kristalltemperatur bildet sich die in Gleichung 4.10 beschriebene Dreieckstruktur aus. Erkennen lässt sich dies besonders an den Übergängen von der statistischen Koinzidenzzählrate bei 100 % zu dem durch Zweiphotoneninterferenz verursachten Einbruch der Zählraten. Mit abnehmender Kristalltemperatur bildet sich hier eine

scharfe Kante aus. Auch die Flanken des Hong-Ou-Mandel-Dips nähern sich einem linearen Verlauf an. Ein Grund für den für Typ I-Prozesse typischen weichen, annähernd gaußförmigen Verlauf der Zweiphotoneninterferenz im beschriebenen Aufbau könnte daher die sorgfältige Auswahl der Kristallparameter sein, die eine exakt entartete PDC gewährleistet. Für die theoretische Berechnung der Hong-Ou-Mandel-Interferenz eines Biphotons aus der parametrischen Abwärtskonversion vom Typ I wird von der Symmetrie des entsprechenden Quantenzustands ausgegangen. Hier ist

$$\Phi(\omega_s, \omega_i) = \Phi(\omega_i, \omega_s) \quad (4.18)$$

mit Φ aus Gleichung (2.27). Da bei der parametrischen Abwärtskonversion vom Typ I Photonenpaare gleicher Polarisation erzeugt werden, ist diese Bedingung immer erfüllt. Bei der Abwärtskonversion vom Typ II dagegen unterscheiden sich beide Photonen eines Paares in ihrer Polarisation, sodass im Allgemeinen wegen $n(\omega_s) \neq n(\omega_i)$ auch

$$\Phi(\omega_s, \omega_i) \neq \Phi(\omega_i, \omega_s) \quad (4.19)$$

gilt. Die Interferenzspektren aus Abbildung 4.4 wurden jedoch für entartete PDC aufgenommen. Für die Photonen der Hauptmode ist dann wegen $\omega_s = \omega_i$ Gleichung (4.18) erfüllt.

Obwohl die gezeigten Messungen eindeutig einen gaußförmigen Einbruch der Koinzidenzraten für die Zweiphotoneninterferenz eines Biphotons aus Typ II-PDC zeigen, wurde der in Gleichung 4.10 beschriebene dreieckige Verlauf des Einbruchs für entartete Typ II-PDC bereits experimentell bestätigt (beispielsweise Referenzen [67] und [68]). Möglicherweise konnten dort die experimentellen Parameter nicht ausreichend präzise ausgewählt werden, um tatsächlich eine entartete Konversion zu gewährleisten. Die Daten aus Abbildung 4.5, die für alle verwendeten Kristalle reproduziert werden konnten, legen hier einen empfindlichen Einfluss nahe. Zusätzlich fällt in den genannten Veröffentlichungen eine deutlich geringere Dichte der angegebenen Messpunkte auf, die eine größere Interpretationsvielfalt zulässt.

4.3.1 Interferenzspektren entarteter PDC-Photonen mit schmalbandiger Filterung

In diesem Abschnitt sollen zunächst Zweiphotoneninterferenzspektren für schmalbandige Filterung untersucht werden. Nach Gleichung (4.8) folgt der Zählrateneinbruch dann einer Gaußkurve.

In Abbildung 4.6 sind die Interferenzspektren der Photonen aus dem 4 mm Kristall abgebildet. Für das linke Spektrum passieren die PDC-Photonen einen Bandpassfilter mit 3 nm Halbwertsbreite⁵⁰, für das rechte Spektrum einen Filter mit etwa 0,7 nm Breite⁵¹. In beiden Messungen ist der gaußförmige Verlauf des Interferenzdips erkennbar, beide Kurven

⁵⁰LL01-808-12.5 von Semrock

⁵¹007FC14-12.5, Sonderanfertigung der Firma Andover

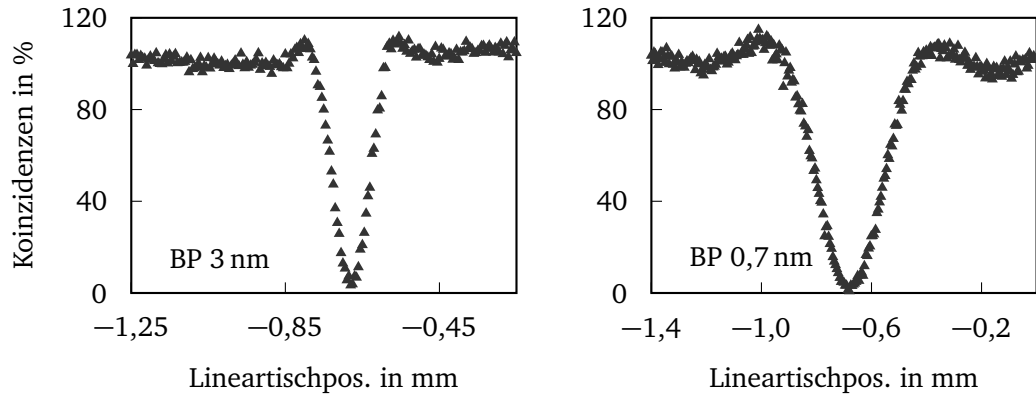


Abbildung 4.6: Interferenzspektren der entarteten PDC-Photonen aus der Konversion mit dem 4 mm-Kristall mit 3 nm (links) bzw. 0,7 nm breitem Bandpassfilter im Strahlengang. In beiden Kurven ist eine Modulation des gaußförmigen Zählrateneinbruchs zu erkennen.

zeigen jedoch zusätzlich eine Modulation, die zu einer Art Schultern an den Rändern des Dips führt. Da der 3 nm-Filter hauptsächlich eine Unterdrückung der bereits angesprochenen Nebenmoden im entarteten PDC-Spektrum bewirkt, während die Hauptmode den Filter nahezu unbeeinflusst passiert (siehe auch Abbildung 4.10), kann aufgrund der Messung mit diesem Filter noch nicht auf eine Abweichung von der Theorie geschlossen werden. Zum Vergleich wurde daher die abgebildete Messung mit dem deutlich schmaleren 0,7 nm-Filter durchgeführt. Hier hat das eigentliche Spektrum der PDC-Photon nach dem Passieren des Bandpassfilters keinen Einfluss mehr auf das Interferenzspektrum, es wird lediglich das Filterspektrum vermessen. Dennoch ist die angesprochene Modulation auch für diese Messung, in Abbildung 4.6 rechts abgebildet, deutlich zu erkennen, sie geht entsprechend nicht auf das Spektrum der PDC-Photonen zurück.

Da insbesondere für die am 3 nm-Filter transmittierten Photonen in Abbildung 4.6 links nachweislich kein rechteckiges Spektrum vorliegt und das Phänomen der Schultern im Zweiphotoneninterferenzspektrum außerdem für verschiedene PDC-Spektren in verschiedenen Ausprägungen beobachtet wurde, erfolgte eine systematische Betrachtung des Effekts mit dem Shih-Alley-Interferometer. Zunächst wurde von entarteter PDC mit $\lambda_{\text{PDC}} = 2\lambda_p = \lambda_{\text{BP}}$ ausgehend die Pumpwellenlänge des PDC-Prozesses leicht variiert, sodass die konvertierten Photonen nicht länger entartet waren. Diese Änderungen hatten jedoch keinen Einfluss auf die Struktur des Interferenzdips, lediglich die Sichtbarkeit des Effekts wurde wie erwartet reduziert. Unzureichend optimierte Kristallparameter können daher als Ursache für die Entstehung der beobachteten Schultern im gefilterten Interferenzspektrum ausgeschlossen werden.

In einem zweiten Experiment passieren die beiden Photonen eines Paares erneut den 3 nm-Bandpassfilter, die Zentralwellenlänge der entarteten PDC-Photonen ($\lambda_{\text{PDC}} = 2\lambda_p$) wird jedoch gegenüber der Zentralwellenlänge des Filters (λ_{BP}) verschoben. Abbildung 4.7 zeigt eine Auswahl an Ergebnissen aus dieser Messung. Neben den verschiedenen Interferenz-

spektren ist jeweils die Aufnahme der PDC-Photonen mit dem Gitterspektrographen abgebildet, das Transmissionsband des verwendeten Filters ist grau hinterlegt.

In der Abbildung ist bereits eine Tendenz erkennbar, die Modulation des Zählrateneinbruchs ist umso stärker ausgeprägt, je näher die entartete Wellenlänge der PDC-Photonen an der Zentralwellenlänge des Bandpassfilters liegt. Neben den gezeigten Spektren wurden noch weitere Messungen für andere PDC-Wellenlängen durchgeführt, an alle Messungen wurde eine Funktion der Form

$$f(x) = a \cdot \cos(b \cdot (x - c)) \cdot e^{-d \cdot (x - c)^2} + e \cdot \cos(f \cdot (x - g)) + h \quad (4.20)$$

angepasst. Dabei wurde ein cosinusförmiger Hintergrund gewählt, um dem Einfluss der Lineartischbewegung auf die Zählraten im Interferometer Rechnung zu tragen. Der Zusammenhang zwischen Lineartischbewegung und Koinzidenzzählrate im Interferometer wird in Anhang D besprochen.

Für die Spektren in Abbildung 4.7 sind die angepassten Funktionen im Hintergrund eingezeichnet, Tabelle 4.1 zeigt eine Übersicht über den Wert des Parameters b für verschiedene Abweichungen der PDC-Wellenlänge von der Zentralwellenlänge des Bandpassfilters. Die in Abbildung 4.6 abgebildeten Messungen sind in der Tabelle farblich markiert. Die Auswahl der PDC-Wellenlängen ist für niedrige Wellenlängen durch die erforderliche Kristalltemperatur für die Phasenanpassung der entarteten PDC limitiert, ein weiteres Absenken der Pumpwellenlänge hätte eine Kristalltemperatur unter 20 °C und damit unterhalb der Raumtemperatur zur Folge. Um etwaige Schäden durch Kondenswasser zu vermeiden, wurde auf solche Messungen verzichtet.

Neben den Werten des Parameters b für die verschiedenen Wellenlängendifferenzen zeigt besonders der Fehler für den jeweiligen Wert die angesprochene Tendenz. Die beschriebene Modulation im Einbruch der Koinzidenzzählraten ist nur für solche Interferenzspektren sichtbar, für die die Zentralwellenlänge des Bandpassfilters nah an der Zentralwellenlänge der entarteten PDC-Photonen liegt. Die Ursache für das beobachtete Phänomen ist weiter unklar, die beschriebenen Beobachtungen ermöglichen jedoch einen kontrollierten Umgang mit den Ergebnisse der verschiedenen Experimente.

Die Auswahl der Theoriekurve aus Gleichung (4.20) geschah rein qualitativ, für die Multiplikation der Gaußfunktion mit einem Cosinus wurde der Zählrateneinbruch in den beschriebenen Messungen am besten wieder gegeben. Neben dem Cosinus wurde ein Kardinalsinus getestet, auch hier ergeben sich deutlich bessere Ergebnisse als für die Anpassung einer reinen Gaußfunktion. Für den 3 nm-Filter ermöglichte jedoch lediglich die Cosinusfunktion eine konsistente Beschreibung des besprochenen Effektes. In späteren Messungen mit dem 0,7 nm breiten Bandpassfilter im Strahlengang ergeben sich optimale Ergebnisse durch eine Multiplikation der Gaußfunktion mit dem Kardinalsinus.

Abbildung 4.8 zeigt beispielhaft die Messung einer Hong-Ou-Mandel-Interferenz für die

4.3 Ergebnisse verschiedener Zweiphotoneninterferenzexperimente

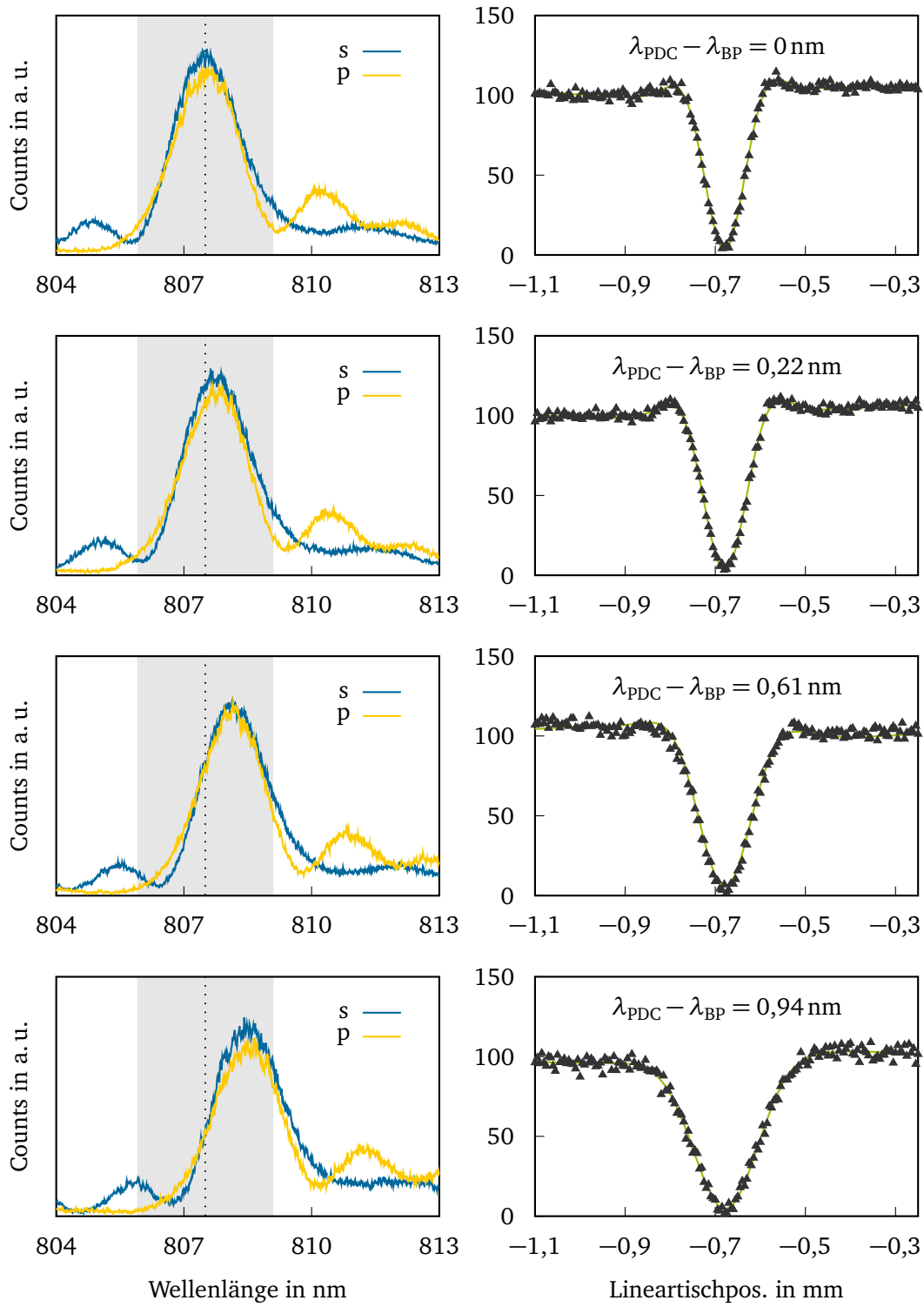


Abbildung 4.7: Shih-Alley-Interferenzspektren für entartete PDC bei verschiedenen Pumpwellenlängen. Details können dem Text entnommen werden.

Tabelle 4.1: Werte für den Parameter b für die Anpassung einer Funktion nach Gleichung (4.20) an Zweiphotoneninterferenzspektren für verschiedene PDC-Wellenlängen mit 3 nm-Bandpassfilter. Ausgewählte Spektren sind in Abbildung 4.7 abgebildet, die entsprechenden Einträge sind farblich hinterlegt.

$\lambda_{\text{PDC}} - \lambda_{\text{BP}} =$	1,35 nm	1,17 nm	0,94 nm
Wert für b	2 ± 45	3 ± 32	4 ± 17
$\lambda_{\text{PDC}} - \lambda_{\text{BP}} =$	0,79 nm	0,61 nm	0,41 nm
Wert für b	9 ± 1	$11,8 \pm 0,5$	$15,3 \pm 0,3$
$\lambda_{\text{PDC}} - \lambda_{\text{BP}} =$	0,22 nm	0 nm	-0,12 nm
Wert für b	$16,8 \pm 0,2$	$17,7 \pm 0,3$	$17,6 \pm 0,4$

PDC-Photonen aus der Konversion mit dem 4 mm-Kristall mit 3 nm-Bandpassfilter im Strahlengang. Während im linken Bild eine Funktion mit

$$f(x) = a \cdot \cos(b \cdot (x - c)) \cdot e^{-d \cdot (x - c)^2} + e \cdot x + f \quad (4.21)$$

an die Messdaten angepasst wurde, zeigt das rechte Bild das Ergebnis einer Funktionsanpassung nach

$$g(x) = a \cdot e^{-b \cdot (x - c)^2} + d \cdot x + e \quad (4.22)$$

an die gleichen Messdaten. Der gesamte Verlauf des Zählrateneinbruchs wird durch Gleichung (4.21) deutlich besser wieder gegeben. Es zeigt sich nicht nur eine präzise Beschreibung der angesprochenen Schultern an den Rändern des Interferenzspektrums, auch in den Flanken sowie im Zählratenminimum werden die experimentellen Daten durch Gleichung (4.21) passender abgebildet.

In Abbildung 4.9 sind die Verläufe der Hong-Ou-Mandel-Interferenz für die Photonen des 4 mm- (oben) und des 6 mm-Kristalls (unten) mit 3 nm-Bandpassfilter im Strahlengang (Dreiecke) sowie ohne zusätzliche Filterung (Quadrate) zu sehen. Bei der Messung für die Photonen des 4 mm-Kristalls mit Bandpassfilter handelt es sich um die bereits aus Abbildung 4.6 bekannten Daten.

An die Messungen mit Bandpassfilter wurde eine Funktion nach Gleichung (4.21) ange-

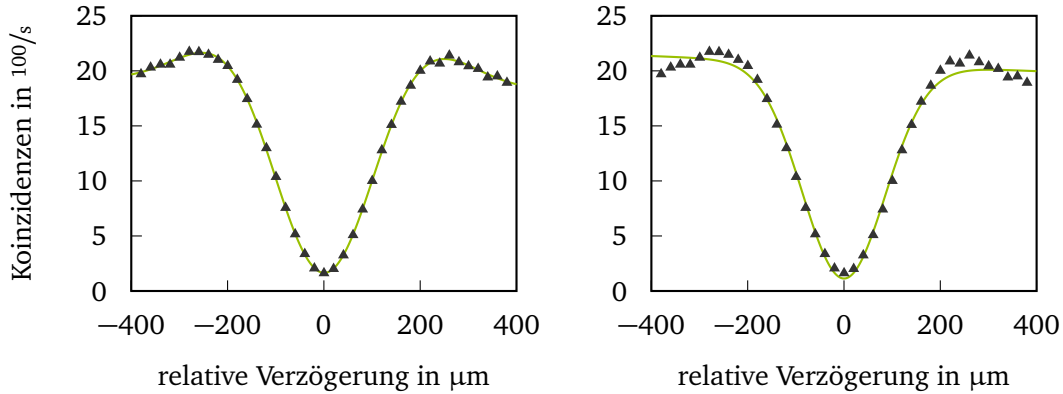


Abbildung 4.8: Messung der Hong-Ou-Mandel-Interferenz mit den Photonen des 4 mm-Kristalls mit Bandpassfilter im Strahlengang. Die linke Abbildung zeigt das Ergebnis der Funktionsanpassung aus Gleichung (4.21), für die rechte Abbildung wurde eine reine Gaußkurve an die Messdaten angepasst. Der Verlauf des Einbruchs wird im linken Graphen besser abgebildet.

passt, auf die Kurven ohne Bandpassfilter wird in Unterabschnitt 4.3.4 näher eingegangen, abgebildet ist hier jeweils die Theoriekurve für die entartete Hauptmode der PDC-Photonen.

Für die Messungen aus Abbildung 4.9 wurde jeweils die Bandbreite der PDC-Photonen sowie die Sichtbarkeit der Zweiphotoneninterferenz nach Gleichungen (4.12) bzw. (4.9) bestimmt. Die Ergebnisse können Tabelle 4.2 entnommen werden. Die Bandbreiten der ungefilterten PDC-Photonen sind mit den Erwartungen aus den Aufnahmen mit dem Gitterspektrographen konsistent. Für die Photonen des 4 mm-Kristalls zeigt sich für die Verwendung des 3 nm breiten Bandpassfilters eine leichte Verringerung der Bandbreite, während die Bandbreite der PDC-Photonen aus dem 6 mm-Kristall von der Verwendung des Bandpassfilters unbeeinflusst bleibt. Die Sichtbarkeiten der Zählrateneinbrüche für die Messungen mit Bandpassfilter im Strahlengang unterscheiden sich dagegen nur leicht. Die Breiten des Transmissionsbands des verwendeten Filters sowie der Hauptmode der PDC-Photonen aus der Konversion mit dem 6 mm-Kristall scheinen etwa gleich zu sein, die angesprochenen Nebenmoden werden durch den Filter geblockt, während die Hauptmode den Filter vollständig passiert. Die Breite der Hauptmode der PDC-Photonen aus dem 4 mm Kristall liegt dagegen etwas über der des verwendeten Filters, sodass die transmittierten Photonen eine etwas geringere Bandbreite aufweisen als die ungefilterten Photonenpaare. In der Folge erhöht sich die Sichtbarkeit des Interferenzeffektes geringfügig. Diese Vermutungen zur spektralen Breite der PDC-Photonen mit und ohne Bandpassfilter können durch die Spektren in Abbildung 4.10 bestätigt werden.

Abbildung 4.11 zeigt schließlich noch Shih-Alley-Interferenzspektren für die entarteten PDC-Photonen aus dem 4 mm-Kristall mit 3 nm-Bandpassfilter. An beide Messungen wurde eine Funktion nach Gleichung (4.21) angepasst. Für die durch Dreiecke dargestellte Mes-

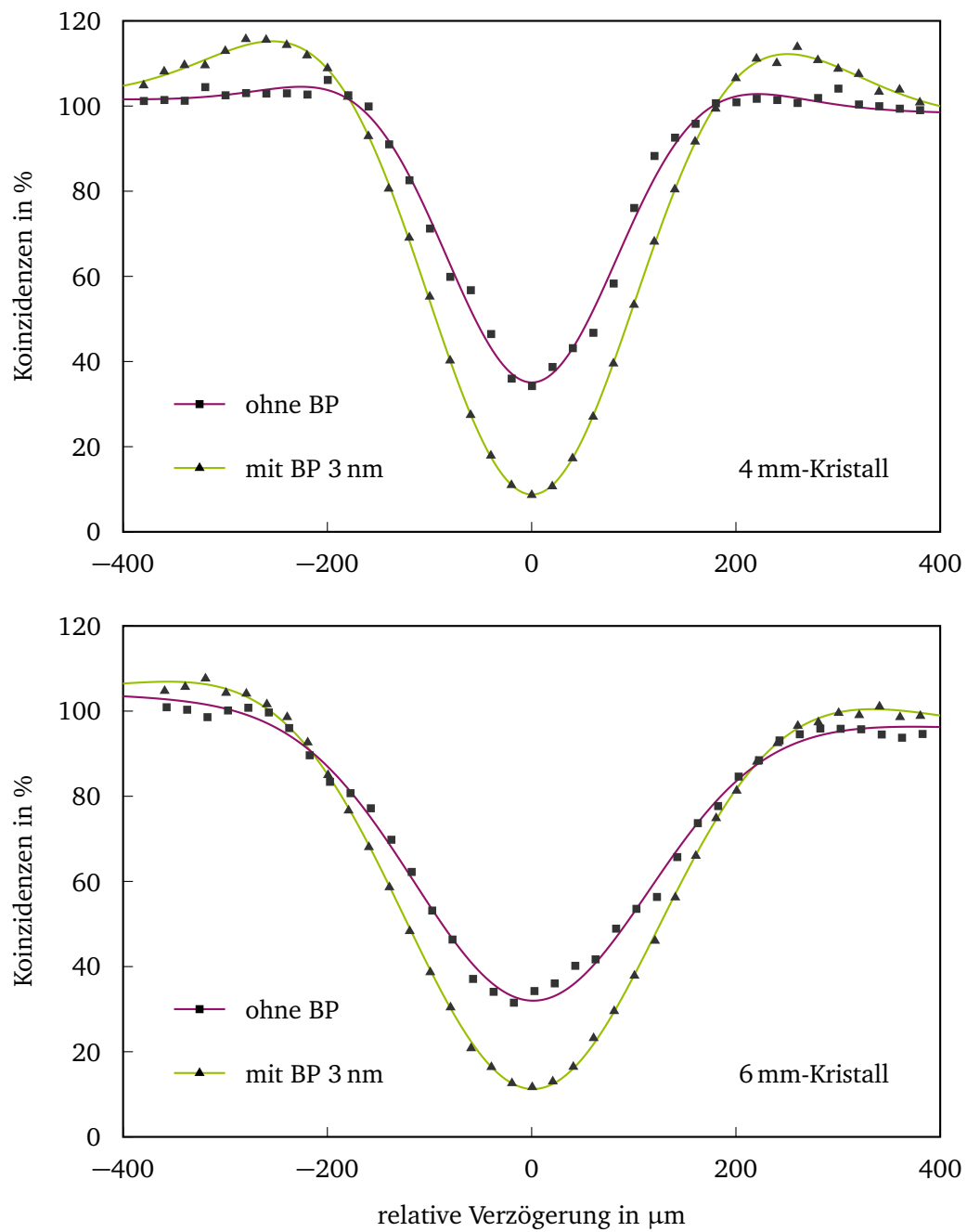


Abbildung 4.9: Hong-Ou-Mandel-Interferenzspektren der Einzelphotonen aus der entarteten parametrischen Abwärtskonversion mit dem 4 mm- (oben) und dem 6 mm-Kristall mit (Dreiecke) und ohne (Quadrate) 3 nm-Bandpassfilter im Strahlengang. Details können dem Text entnommen werden.

Tabelle 4.2: Werte für die Halbwertsbreite $\Delta\lambda$ der PDC-Photonen sowie die Diptiefe V der Zweiphotoneninterferenz für die Messungen aus Abbildung 4.9.

	4 mm	6 mm
ohne Bandpass	$V = 65 \%$ $\Delta\lambda = 2,2 \text{ nm}$	$V = 68 \%$ $\Delta\lambda = 1,4 \text{ nm}$
mit Bandpass 3 nm	$V = 91 \%$ $\Delta\lambda = 2,0 \text{ nm}$	$V = 89 \%$ $\Delta\lambda = 1,4 \text{ nm}$

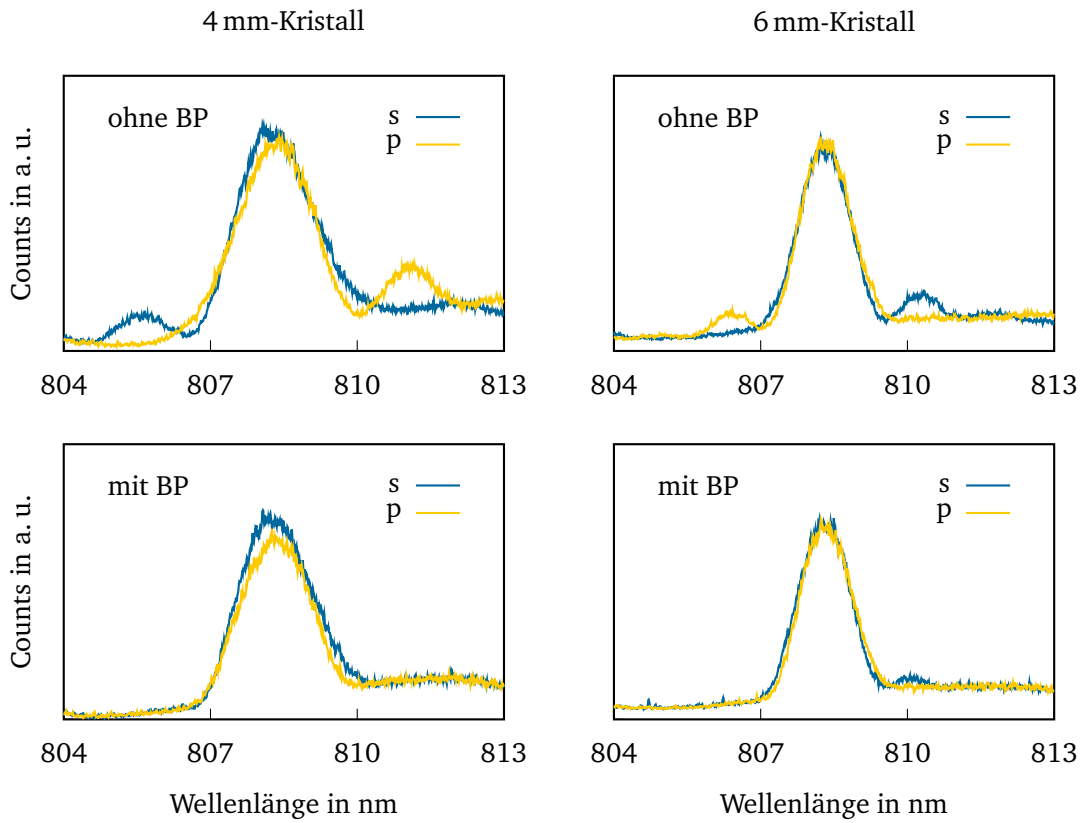


Abbildung 4.10: Spektren der PDC-Photonen aus der Konversion mit dem 4 mm-Kristall (links) und dem 6 mm-Kristall (rechts) ohne (oben) und mit (unten) Bandpassfilter.

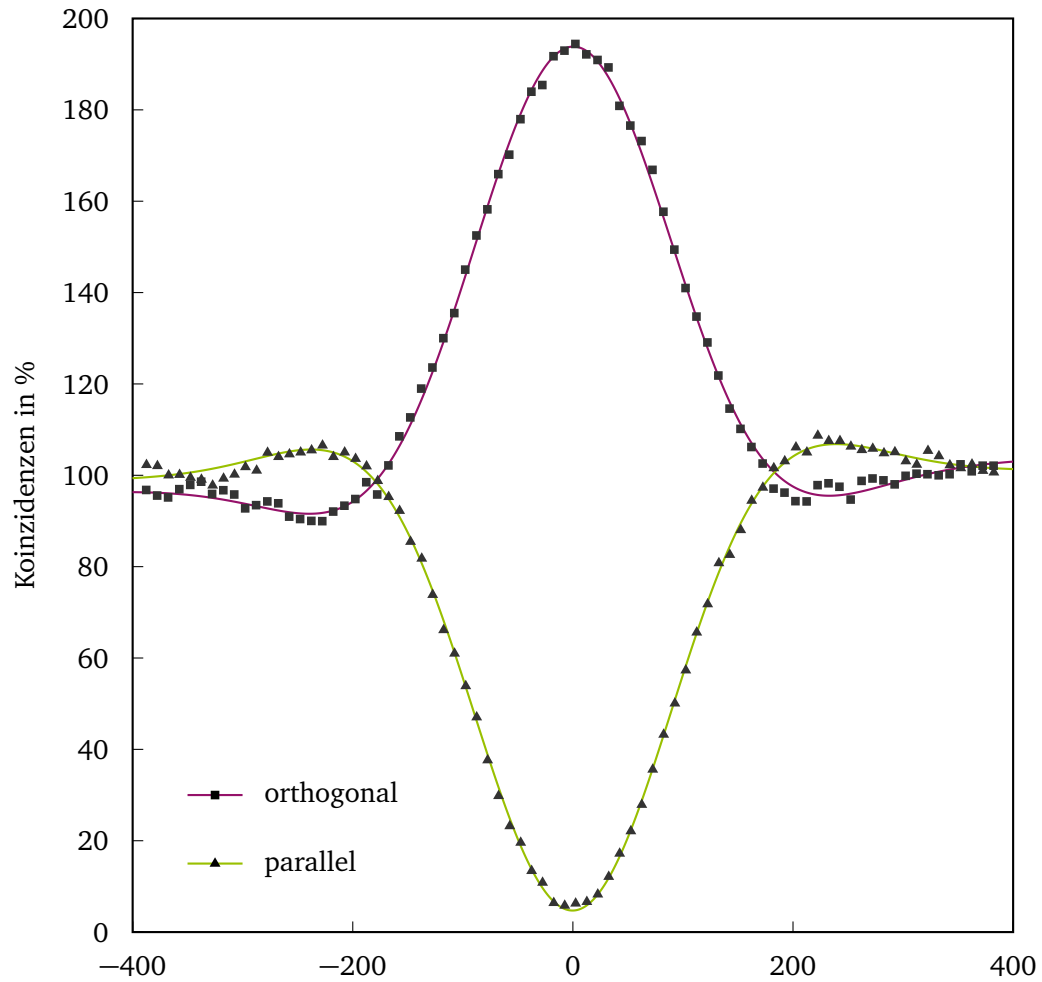


Abbildung 4.11: Shih-Alley-Interferenzspektren für die entarteten PDC-Photonen des 4 mm-Kristalls mit 3 nm-Bandpassfilter. Die Detektion erfolgte dabei für beide Messungen unter 45° zur ursprünglichen Basis der Photonenpaare. Die durch Quadrate dargestellte Messung zeigt den Verlauf der Koinzidenzzählrate, falls die detektierten Polarisationszustände parallel orientiert sind (beide $+45^\circ$), für die durch Dreiecke dargestellte Messung erfolgte die Detektion in orthogonal orientierten Polarisationszuständen.

sung erfolgt die Koinzidenzmessung im Interferometer für parallele Analysatorstellungen, beide Photonen werden hier unter $+45^\circ$ zu ihrer ursprünglichen linearen Polarisationsbasis detektiert. Es ergibt sich ein Einbruch in den Zählraten, die Sichtbarkeit liegt bei $V = 95\%$. Für orthogonale Analysatorstellungen ergibt sich ein Anstieg der Zählraten um $\Delta z = 0$. In Abbildung 4.11 entspricht die durch Quadrate dargestellte Messung einem Interferenzspektrum für die Detektion der beiden Photonen eines Paares unter $+45^\circ$ bzw. -45° zur ursprünglichen Basis des Biphotons, die Sichtbarkeit des Zählratenanstiegs liegt um $V = 94\%$. Für die Bandbreiten der PDC-Photonen ergibt sich aus beiden Messungen $\Delta\lambda = 2,1\text{ nm}$. Interferenzspektren mit schmalbandiger Filterung wurden lediglich für die beiden beschriebenen Kristalle aufgenommen. Wegen der Antiproportionalität von Kristalllänge und Bandbreite der PDC-Photonen ist das gesamte PDC-Spektrum um $2\lambda_p$ für die längeren Kristalle schmäler als der verwendete 3 nm-Bandpassfilter, sodass die Nebenmoden nicht effizient unterdrückt werden können. Die Zentralwellenlänge des oben angesprochenen 0,7 nm breiten Bandpassfilters liegt dagegen mit 808 nm um 1 nm unter der des hier verwendeten 3 nm-Filters und erfordert für die untersuchten Wellenleiter entsprechend niedrigere Kristalltemperaturen für die Phasenanpassung des entarteten PDC-Prozesses. Für die Kristalle mit 10 und 11 mm Länge sind diese Temperaturen nicht erreichbar. Bei den Wellenleitern des 15 mm-Kristalls handelt es sich nach Herstellerangaben um Einzelmodenwellenleiter, hier sollen die beschriebenen Nebenmoden nicht existieren (vgl. auch Abschnitt B.5). Eine schmalbandige Filterung versprach keine Veränderung des Zweiphotoneninterferenzspektrums und wurde daher nicht getestet.

Da über einen langen Zeitraum für verschiedene Neujustagen die Sichtbarkeit der Zweiphotoneninterferenz bei maximal 92 % im Hong-Ou-Mandel-Interferometer, bei maximal 97 % im Shih-Alley-Interferometer lag und diese Ergebnisse nur erzielt wurden, sofern die Photonenpaare aus der PDC mit dem 4 mm-Kristall stammten und den Bandpassfilter mit 3 nm Halbwertsbreite passiert hatten, wurden diese Werte als bestmögliche Ergebnisse angenommen. Die Abweichungen von dem theoretisch möglichen Wert $V = 100\%$ wurden hauptsächlich auf Ungenauigkeiten des räumlichen Überlapps der Photonen sowie ihres Polarisationszustands zurück geführt. Da der Aufbau des Shih-Alley-Interferometers für beide Ursachen weniger fehleranfällig ist, lässt sich auch die Diskrepanz in der maximalen Sichtbarkeit der Interferenz augenscheinlich identischer Zweiphotonenzustände erklären. Der 4 mm-Kristall wurde daher schließlich in Kombination mit dem 3 nm-Bandpassfilter zur Justage der Interferometer eingesetzt. Konnten die maximalen Sichtbarkeiten wieder erreicht werden, wurde eine vergleichbare Justage des Aufbaus angenommen.

Für spätere Messungen mit dem oben angesprochenen 0,7 nm breiten Bandpassfilter im Strahlengang ergaben sich im Shih-Alley-Interferometer Sichtbarkeiten bis zu 99 %. Der 3 nm-Bandpassfilter lässt entsprechend auch für die Photonen des 4 mm-Kristalls noch eine gewisse Unterscheidbarkeit der beiden Photonen eines Paares zu, die angesprochenen Abweichungen können nicht ausschließlich auf Ungenauigkeiten in der experimentellen Umsetzung zurück geführt werden. Da die Transmission des schmalen Bandpassfilters lediglich um 50 % liegt und der Filter zusätzlich einen starken und nicht systematischen Strahlversatz verursacht, wurde er jedoch lediglich gezielt für die gezeigten Experimente eingesetzt. Als Referenz wurde weiter der 3 nm breite Bandpassfilter verwendet.

4.3.2 Interferenzspektren nicht-entarteter PDC-Photonen

In Abbildung 4.5 ist ein empfindlicher Einfluss der Kristallparameter und entsprechend des PDC-Spektrums auf den Verlauf der beschriebenen Zweiphotoneninterferenzen zu erkennen. Bereits mit Hilfe des Hong-Ou-Mandel-Interferometers wurden Interferenzspektren für verschiedene Kristalltemperaturen aufgenommen und aus deren Verlauf auf die Existenz von mindestens zwei der angesprochenen Nebenmoden im PDC-Spektrum geschlossen. Für den Aufbau eines Zweiphotoneninterferometers nach Shih und Alley wurden diese Messungen schließlich für parallele Analysatorstellungen systematisch wiederholt und zusätzlich die entsprechenden Spektren mit dem inzwischen vorhandenen Gitterspektrographen aufgenommen. Abbildungen 4.12 und 4.13 zeigen eine Auswahl dieser Messungen für die ungefilterten PDC-Photonen des 11 mm-Kristalls. Statt der Kristalltemperatur wurde hier die Pumpwellenlänge variiert. Der Einfluss auf das Spektrum der PDC-Photonen ist nach Abbildung 3.7 der gleiche, auch hier werden die Zentralwellenlängen der beiden Einzelphotonen gegeneinander verschoben. Anders als für die Variation der Kristalltemperatur entfällt jedoch die Nachjustage des nichtlinearen Kristalls, wie sie nach Temperaturänderungen immer erforderlich ist. Gerade für den 11 mm-Kristall wird dann eine mangelnde Vergleichbarkeit der verschiedenen Einkopplungen riskiert (vgl. Abbildung 3.9).

Der Einfluss des PDC-Spektrums auf den Verlauf der Zweiphotoneninterferenz soll hier qualitativ beschrieben werden. Ein entarteter PDC-Prozess liegt für die abgebildete Messung um $\lambda_p = 404,570 \text{ nm}$ vor. Bei leichten Abweichungen von der entarteten PDC zeigt sich zunächst ein schwacher *Bump*, also ein Anstieg der Zählraten, um $\Delta z = 0$, für das Interferenzspektrum ergibt sich ein w-förmiger Verlauf. Bei Pumpwellenlängen oberhalb der entarteten Pumpwellenlänge kommt es zu einem Überlapp zwischen der Hauptmode des einen Photons und der stärksten Nebenmode seines jeweiligen Partnerphotons, wie er bereits in Abbildung 2.5 gezeigt wurde. Im Interferenzspektrum wächst der angesprochene Bump dann über die statistische Zählrate im Interferometer bei 100 % an, statt dem besprochenen *bunching*- zeigt sich hier ein *antibunching*-Effekt, die Photonen verlassen den Strahlteiler systematisch an verschiedenen Ausgängen.

Wird die Pumpwellenlänge noch weiter erhöht, ergibt sich eine Modulation der Koinzidenzzählrate um 100 %, ebenso wie für Pumpwellenlängen unterhalb der entarteten Wellenlänge. Hier fällt besonders das Auftreten von Interferenzeffekten zwischen den beiden Photonen eines Paares für eine deutliche Abweichung des Spektrums von entarteter PDC auf. Die Anzahl der Nebenmoden im PDC-Spektrum muss entsprechend höher sein, als die Aufnahmen mit dem Gitterspektrographen vermuten lassen.

Die Experimente aus Abbildung 4.12 und 4.13 wurden auch für den 4 mm-Kristall durchgeführt, hier ergeben sich vergleichbare Verläufe in den Koinzidenzzählraten für verschiedene PDC-Spektren. Die gezeigten Aufnahmen dienen hauptsächlich dem besseren Verständnis der Spektren der PDC-Photonen und wurden daher nicht qualitativ ausgewertet. Im nächsten Abschnitt wird das beschriebene *antibunching*-Verhalten der Photonen im Interferometer genauer untersucht.

4.3 Ergebnisse verschiedener Zweiphotoneninterferenzexperimente

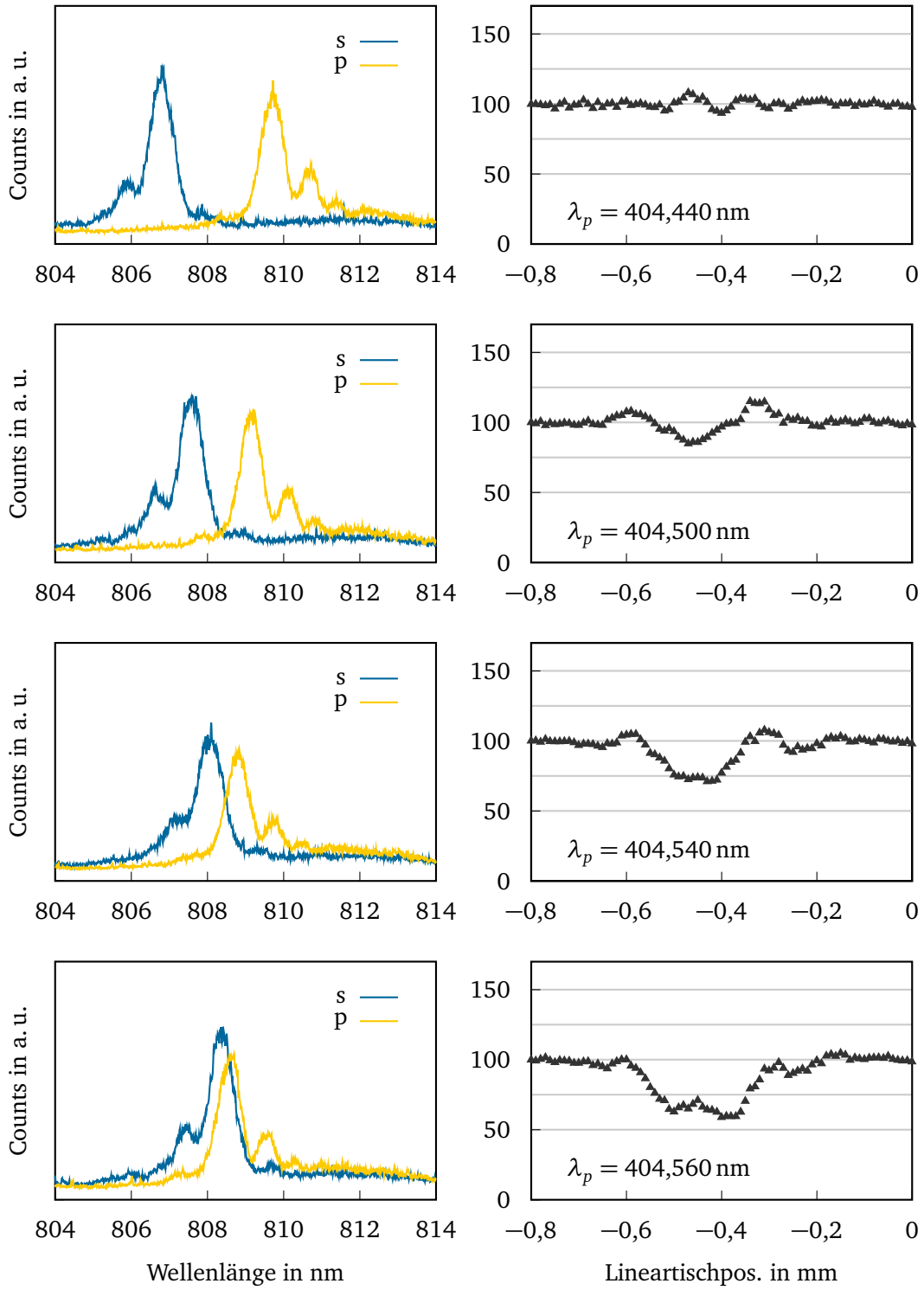


Abbildung 4.12: Shih-Alley-Interferenzspektren für die PDC-Photonen des 11 mm-Kristalls bei verschiedenen Pumpwellenlängen λ_p und entsprechenden PDC-Spektren.

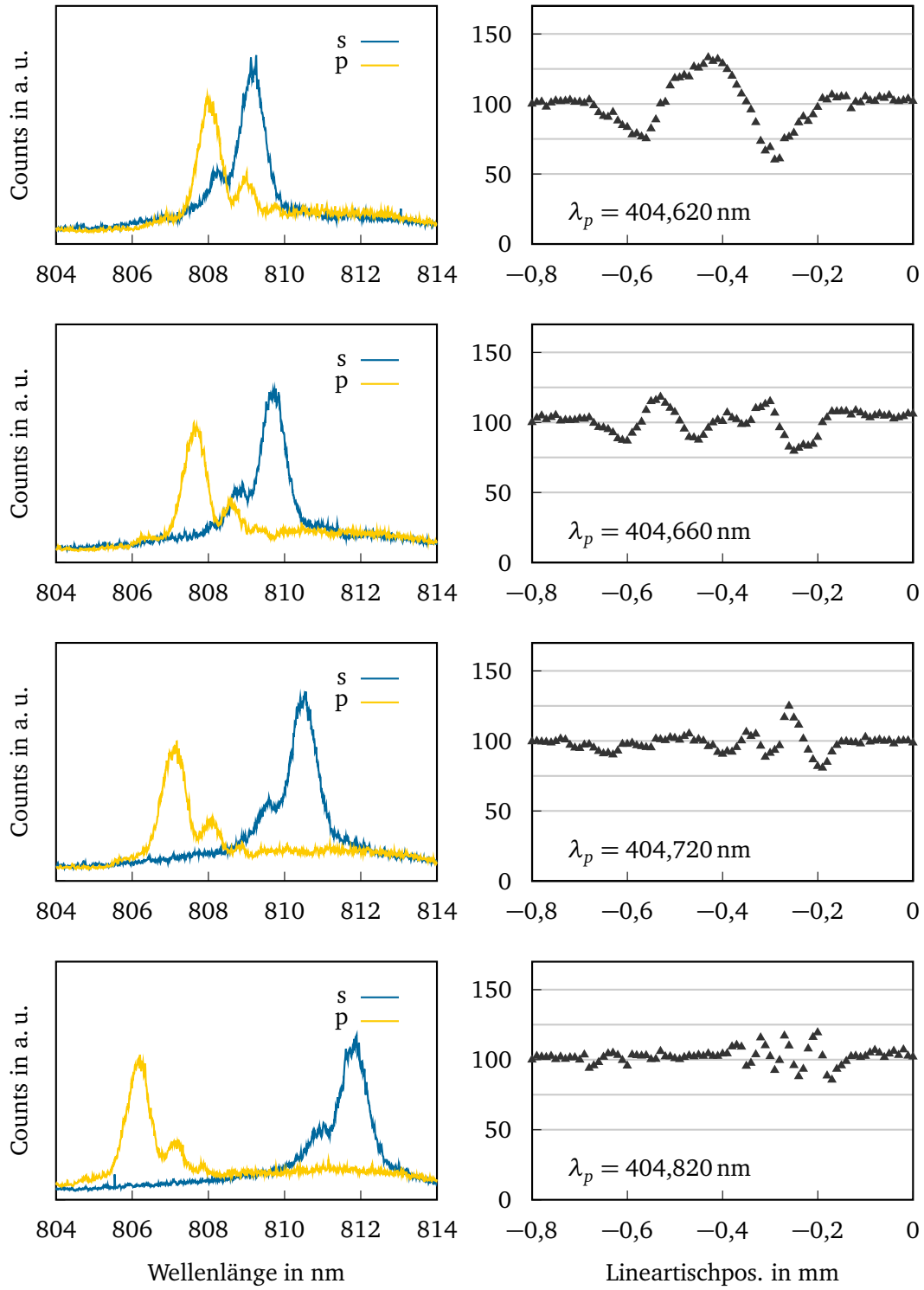


Abbildung 4.13: Shih-Alley-Interferenzspektren für die PDC-Photonen des 11 mm-Kristalls bei verschiedenen Pumpwellenlängen λ_p und entsprechenden PDC-Spektren.

4.3.3 Interferenzspektren in ihrer Frequenz verschränkter Photonenpaare

Im letzten Abschnitt wurden Zweiphotoneninterferenzspektren für nicht-entartete PDC-Photonenpaare vorgestellt. Dabei zeigt sich je nach PDC-Spektrum ein *bunching*- oder *antibunching*-Verhalten in der Koinzidenzzählrate. Ein Anstieg der Koinzidenzzählraten über den statistischen Wert bei 100 % wird nach Referenz [16] durch die Interferenz eines verschränkten Zustands bedingt. Durch eine Variation der Pumpwellenlänge wie in Unterabschnitt 4.3.2 beschrieben, werden verschiedene in ihrer Frequenz verschränkte PDC-Zustände erzeugt, die in den gezeigten Experimenten zur Interferenz gebracht wurden. Der Zustand aus Abbildung 4.13 mit $\lambda_p = 404,620 \text{ nm}$ ist vergleichbar mit dem bereits in Abschnitt 2.2 vorgestellten verschränkten Zustand

$$|\Psi\rangle = a \cdot |\uparrow_{\omega_1}, \leftrightarrow_{\omega_2}\rangle + b \cdot |\leftrightarrow_{\omega_1}, \uparrow_{\omega_2}\rangle \quad (4.23)$$

der entsteht, falls zwischen der Hauptmode eines Photons und der Nebenmode seines Partnerphotons ein spektraler Überlapp besteht.

Der Verlauf der Zweiphotoneninterferenz für verschränkte Zustände soll hier zunächst am Beispiel des Hong-Ou-Mandel-Interferometers aus Abschnitt 4.1 theoretisch begründet werden, bevor die Konsequenzen für das Shih-Alley-Interferometer diskutiert werden. Bevor der Verlauf der hier beispielhaft angeführten Zweiphotoneninterferenz für $\lambda_p = 404,620 \text{ nm}$ aus dem letzten Abschnitt mathematisch beschrieben wird, wird der experimentelle Verlauf der Zweiphotoneninterferenz in ihrer Frequenz verschränkter Photonenpaare im Shih-Alley-Aufbau systematisch untersucht.

Trifft ein in seiner Frequenz verschränktes Photonenpaar im Hong-Ou-Mandel-Interferometer auf zwei verschiedene Eingänge des 50:50-Strahlteilers, kommt es abhängig von dem relativen Weglängenunterschied zwischen beiden Photonen eines Paares zu einem *bunching*- oder *antibunching*-Verhalten der Photonen, die Zahl der koinzidenten Ereignisse in beiden Ausgängen des Strahlteilers liegt dann je nach Weglängenunterschied über oder unter dem statistischen Wert mit $P(\text{Koinzidenz}) = 1/2$ bei 100 %. Nach Referenz [16], Kapitel 4, resultiert dieses Phänomen aus einer zusätzlichen Phase des verschränkten Zweiphotonenzustands im Interferometer, die für ununterscheidbare Photonenpaare wie in Unterabschnitt 4.3.1 nicht auftritt.

In Abbildung 4.14 ist eine vereinfachte Darstellung des Hong-Ou-Mandel-Interferometers aus Abbildung 4.2 gezeigt. Die Weglängen in beiden Armen des Interferometers sind verschieden, das p-polarisierte Photon erreicht den Strahlteiler nach einer Strecke der Länge z_1 (in der Abbildung grün dargestellt), das s-polarisierte Photon nach der Strecke z_2 (in der Abbildung in Lila dargestellt). Für den Zustand aus Gleichung (4.23) ist jedoch die Frequenz der jeweiligen Photonen zufällig. Für jedes Photonenpaar am Strahlteiler kann daher nicht unterschieden werden, ob das Photon mit der Frequenz ω_1 diesen entlang der Strecke mit der Länge z_1 (in der Abbildung links) oder der Strecke mit der Länge z_2 (in der Abbildung rechts) erreicht hat. Das Partnerphoton mit der Frequenz ω_2 propagiert jeweils

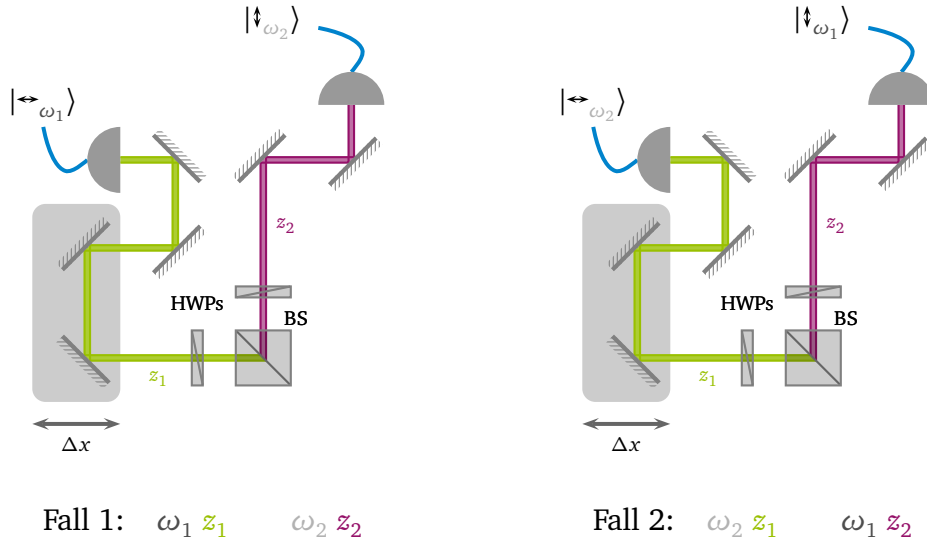


Abbildung 4.14: Vereinfachte Darstellung des Hong-Ou-Mandel-Aufbaus aus Abbildung 4.2. Für den verschränkten PDC-Zustand $|\Psi\rangle = a \cdot |\uparrow_{\omega_1}, \leftrightarrow_{\omega_2}\rangle - b \cdot |\leftrightarrow_{\omega_1}, \uparrow_{\omega_2}\rangle$ bei verschiedenen Weglängen z_1 (grün, p-polarisiertes Photon) und z_2 (lila, s-polarisiertes Photon) in beiden Armen des Interferometers lassen sich zwei Fälle unterscheiden: Das Photon mit der Frequenz ω_1 ist p-polarisiert und legt entsprechend eine Strecke der Länge z_1 zurück, bevor es auf den Strahlteiler trifft, sein Partnerphoton mit der Frequenz ω_2 erreicht den Strahlteiler nach einer Strecke der Länge z_2 (links). Im zweiten Fall (rechts) ist das Photon mit der Frequenz ω_1 s-polarisiert und sein Partnerphoton mit ω_2 entsprechend p-polarisiert, sodass die zum Strahlteiler zurückgelegten Wege für die verschiedenen Frequenzen gerade vertauscht sind.

entlang der anderen Strecke. Aus diesen beiden Möglichkeiten am Strahlteiler ergibt sich eine Schwebung mit der Phase

$$\Delta\varphi = \frac{\omega_1 z_1}{c} + \frac{\omega_2 z_2}{c} - \frac{\omega_1 z_2}{c} - \frac{\omega_2 z_1}{c} = \frac{\omega_1 - \omega_2}{c} \cdot \Delta z = 2\pi \cdot \left(\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2} \right) \cdot \Delta z \quad (4.24)$$

am Strahlteiler. Es ist $\Delta z = z_1 - z_2$. Für $\Delta z = 0$ ist auch $\Delta\varphi = 0$, es kommt wie gewohnt zu einem *bunching*-Verhalten der Photonenpaare, das nach Abschnitt 4.1 durch den Phasensprung am Strahlteiler entsteht. Für von $\Delta z = 0$ verschiedene Weglängenunterschiede der beiden Interferometerarme wird $\Delta\varphi$ zunächst größer, bis schließlich der Phasensprung am Strahlteiler durch diese zusätzliche Phase gänzlich kompensiert wird und es statt einem *bunching*- zu einem *antibunching*-Verhalten der Photonenpaare kommt. Die einzelnen Photonen verlassen den Strahlteiler dann systematisch an verschiedenen Ausgängen. Für

den Verlauf der Koinzidenzzählrate in beiden Ausgängen des Strahlteilers als Funktion des relativen Weglängenunterschied Δz ergibt sich

$$N_C(\Delta z) \propto 1 - \frac{2|\mathcal{T}'|^2|\mathcal{R}'|^2}{|\mathcal{T}'|^4 + |\mathcal{R}'|^4} \cdot e^{-b \cdot \Delta z^2} \cdot \cos(c \cdot (\Delta z - d)) \quad \text{mit } b, d = \text{const.} \quad (4.25)$$

und $c = 2\pi \cdot (1/\lambda_1 - 1/\lambda_2)$ nach Gleichung (4.24). Für die Reflexions- und Transmissionskoeffizienten gilt

$$|\mathcal{T}'|^2 = |\mathcal{T}|^2 \cdot |\Psi(\omega_1, \omega_2)|^2 \quad (4.26)$$

$$|\mathcal{R}'|^2 = |\mathcal{R}|^2 \cdot |\Psi(\omega_2, \omega_1)|^2 \quad (4.27)$$

mit $|\Psi\rangle$ dem Zustand aus Gleichung (4.23). Der Verlauf der Koinzidenzzählraten für verschiedene Weglängendifferenzen im Shih-Alley-Interferometer verhält sich analog zu dem für das Hong-Ou-Mandel-Interferometer beschriebenen. Ursächlich für die Interferenzstruktur ist hier jedoch erneut der Zustand der Photonenpaare, die am Strahlteiler getrennt werden. Statt den Strahlteiler, wie in Abschnitt 4.2 beschrieben, in einem antisymmetrischen polarisationsverschränkten Zustand mit

$$|\Psi^{(-)}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|\uparrow_{b_1}\rangle |\leftrightarrow_{b_2}\rangle - |\leftrightarrow_{b_1}\rangle |\uparrow_{b_2}\rangle) \quad (4.28)$$

zu verlassen, wird ein am Strahlteiler getrenntes, in seiner Frequenz verschränktes Photonenpaar abhängig von der relativen Weglängendifferenz der beiden Photonen im Interferometer auf einen symmetrischen polarisationsverschränkten Zustand mit

$$|\Phi^{(-)}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|\uparrow_{b_1}\rangle |\uparrow_{b_2}\rangle - |\leftrightarrow_{b_1}\rangle |\leftrightarrow_{b_2}\rangle) \quad (4.29)$$

projiziert, es kommt zu einem systematischen Anstieg der Koinzidenzzählraten für parallele Analysatorstellungen und analog zu einem Abfall der Zählraten für orthogonale Analysatorstellungen.

Um diesen Zusammenhang zu bestätigen, wurden die Messungen aus Unterabschnitt 4.3.2 auch für orthogonale Analysatorstellungen durchgeführt. Exemplarisch wird in Abbildung 4.15 der Verlauf der Zweiphotoneninterferenz für die in ihrer Frequenz verschränkten Photonen aus dem 4 mm-Kristall für verschiedene Analysatorstellungen im Shih-Alley-Interferometer dargestellt. Für orthogonale Analysatorstellungen (Quadrate) ergibt sich erwartungsgemäß der an $y = 100$ horizontal gespiegelte Verlauf des Interferenzspektrums für parallele Analysatorstellungen (Dreiecke). Die Symmetrieachse ist in der Abbildung eingezeichnet, ebenso die Graphen zweier Funktionen, die nach Gleichung (4.32) an die Messdaten angepasst wurde. Die eingezeichneten Kurven dienen an dieser Stelle lediglich der besseren Übersicht über den expliziten Zählratenverlauf, die mathematischen Zusammenhänge werden im Folgenden näher untersucht.

In den vorherigen Abschnitten wurde mehrfach auf die Möglichkeit hingewiesen, durch

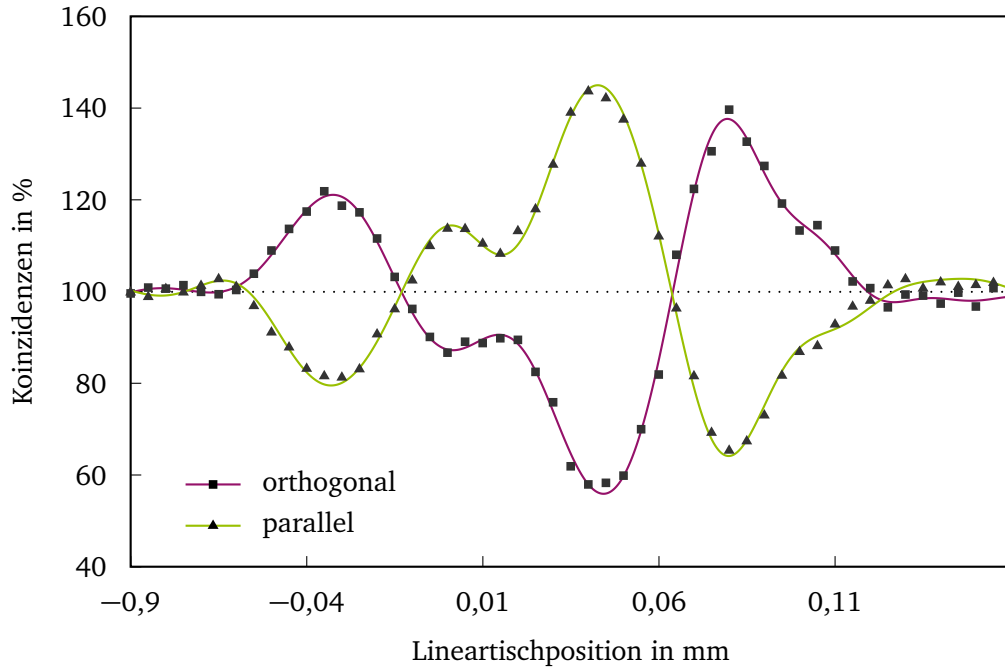


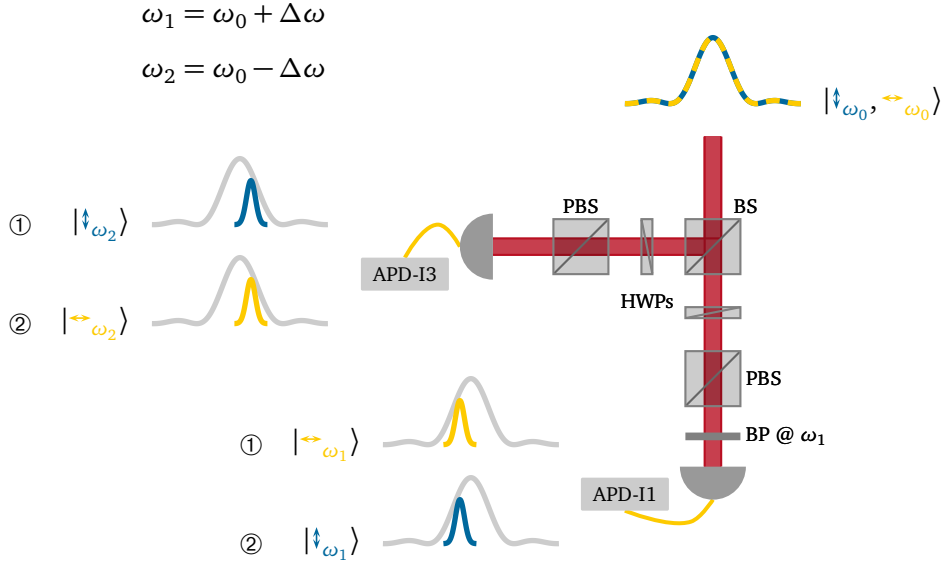
Abbildung 4.15: Shih-Alley-Interferenzspektren für parallele (Dreiecke) und orthogonale (Quadrate) Analysatorstellungen mit frequenzverschränkten Photonenpaaren aus dem 4 mm-Kristall. Für orthogonale Analysatorstellungen ergibt sich der an $y = 100$ gespiegelte Verlauf der Interferenz für parallele Analysatorstellungen, die Symmetrieachse ist eingezeichnet. Zur besseren Übersicht sind außerdem Kurven aus einer Funktionsanpassung nach Gleichung (4.32) eingezeichnet.

gezielte Manipulation der Kristallparameter einen in seiner Frequenz verschränkten PDC-Prozess zu betreiben. In Unterabschnitt 4.3.2 wurden außerdem bereits Interferenzspektren verschiedener solcher Zustände gezeigt. Durch die erhebliche Anzahl der Nebenmoden in der PDC einerseits sowie ihre verschiedene Gewichtung andererseits ergeben sich hier jedoch vergleichsweise komplexe und asymmetrische Interferenzspektren. Zunächst wird daher mit Hilfe des oben angesprochenen Bandpassfilters⁵² mit einer Halbwertsbreite um 0,7 nm ein symmetrischer frequenzverschränkter Zustand mit

$$|\Psi(\omega_1, \omega_2)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\uparrow_{\omega_2}, \leftrightarrow_{\omega_1}\rangle + |\leftrightarrow_{\omega_2}, \uparrow_{\omega_1}\rangle) \quad (4.30)$$

erzeugt und die Shih-Alley-Interferenz untersucht. Abbildung 4.16 zeigt einen Ausschnitt aus dem experimentellen Aufbau des Shih-Alley-Interferometers aus Abbildung 4.3. Der 0,7 nm breite Bandpassfilter wird direkt vor der Einkopplung in die Faser zu APD-I1 plat-

⁵²007FC14-12.5, Sonderanfertigung der Firma Andover



Koinzidenz in APD-I1 & APD-I3: $|\Psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \left(\underbrace{|\uparrow\omega_2, \leftrightarrow\omega_1\rangle}_{\text{①}} + \underbrace{|\leftrightarrow\omega_2, \uparrow\omega_1\rangle}_{\text{②}} \right)$

Abbildung 4.16: Aufnahme von Zweiphotoneninterferenzspektren in ihrer Frequenz verschränkter Photonenpaare mit dem Aufbau nach Shih und Alley aus Abbildung 4.3. Ein entartetes PDC-Photonenpaar mit der zentralen Frequenz ω_0 wird am 50:50-Strahlteiler im Interferometer zufällig getrennt. Das transmittierte Photon passiert einen schmalbandigen Bandpassfilter mit $\omega_1 \neq \omega_0$. Das reflektierte Partnerphoton wird ohne weitere Filterung an APD-I3 detektiert. Aufgrund der Energieerhaltung im PDC-Prozess liegt die Zentralfrequenz des reflektierten Photons bei $\omega_2 = \omega_0 - \Delta\omega$ mit $\Delta\omega = \omega_1 - \omega_0$. Da beide Polarisationszustände am Strahlteiler zufällig transmittiert oder reflektiert werden, ergibt sich für den Zustand in beiden Ausgängen des Strahlteilers gerade $|\Psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|\uparrow\omega_2, \leftrightarrow\omega_1\rangle + |\leftrightarrow\omega_2, \uparrow\omega_1\rangle)$. Das s-polarisierte Photon wird in der Abbildung blau, das p-polarisierte Photon gelb dargestellt.

ziert, die zentrale Frequenz ω_1 des Filters unterscheidet sich von der zentralen Frequenz ω_0 der entarteten PDC-Photonenpaare aus dem 4 mm-Kristall.

An APD-I1 detektierte Photonen wurden am Bandpassfilter transmittiert und haben entsprechend die Zentralfrequenz ω_1 . Aufgrund der Energieerhaltung im PDC-Prozess hat das jeweilige Partnerphoton an APD-I3 die zentrale Frequenz

$$\omega_2 = \omega_0 - \Delta\omega \quad \text{mit} \quad \Delta\omega = \omega_1 - \omega_0. \quad (4.31)$$

Da der Polarisationszustand der Photonen in beiden Ausgängen des 50:50-Strahlteilers zufällig ist, wird durch die Selektion der Frequenz des an APD-I3 detektierten Photons durch den Filter zwischen APD-I1 und APD-I3 das Interferenzspektrum des Zustands aus Gleichung (4.30) detektiert.

Der Bandpassfilter wird wie beschrieben vor APD-I1 platziert und hat laut Herstellerangaben die Zentralwellenlänge $\lambda_{\text{BP Andover}} = 808,058 \text{ nm}$. Keines der verwendeten Messgeräte zur Ermittlung der Pump- oder der PDC-Wellenlängen arbeitet absolut genau, sodass die korrespondierende Pumpwellenlänge experimentell ermittelt werden musste. Da sich der Filter wegen der beschriebenen starken Ablenkung transmittierter Photonen nicht für die Methode aus Unterabschnitt 3.4.4 eignet, wurde die für die entartete Konversion in den Transmissionsbereich des Filters erforderliche Pumpwellenlänge mit Hilfe verschiedener Gitterspektrograph-Aufnahmen zu $\lambda_p = 404,1 \text{ nm}$ bestimmt.

In Abbildungen 4.17 und 4.18 sind die Shih-Alley-Interferenzspektren für verschiedene Zentralwellenlängen des entarteten PDC-Prozesses abgebildet. Im Experiment wird die Temperatur des PPKTP-Kristalls in Schritten mit jeweils 4°C von 20°C ($\lambda_p = 404,045 \text{ nm}$) auf 60°C ($\lambda_p = 404,887 \text{ nm}$) erhöht, eine sorgfältige Auswahl der Pumpwellenlänge gewährleistet jeweils einen entarteten Betrieb der Frequenzkonversion. So wird die Zentralwellenlänge λ_0 der PDC relativ zu der konstanten zentralen Wellenlänge λ_1 des Bandpassfilters verschoben und verschiedene verschränkte Zustände erzeugt.

Die Abbildungen zeigen die Interferenzspektren sowie die Aufnahmen der ungefilterten Einzelphotonen mit dem Gitterspektrographen für Kristalltemperaturen von 24°C bis 56°C , das Transmissionsband des Bandpassfilters ist jeweils grau hinterlegt. Stimmen die Zentralwellenlängen des Filters sowie der PDC-Photonen überein, ist auch für diese Messung die in Unterabschnitt 4.3.1 beschriebene Modulation des gaußförmigen Zählrateneinbruchs zu erkennen. Je weiter sich im Folgenden die Zentralwellenlänge der PDC-Photonen von der Zentralwellenlänge des Filters entfernt, $\Delta\omega$ in Abbildung 4.16 also größer wird, umso stärker bildet sich in den Interferenzspektren eine Schwebung aus, deren Periode nach Gleichung (4.24) abnimmt.

Nach Gleichung (4.25) wurde an die Messdaten für $\lambda_p = 404,105 \text{ nm}$ bis $\lambda_p = 404,312 \text{ nm}$ eine Funktion der Form

$$f(x) = a \cdot \text{sinc}(b \cdot (x - c)) \cdot e^{-d \cdot (x - c)^2} \cdot \cos(e \cdot (x - f)) + g \cdot x + h \quad (4.32)$$

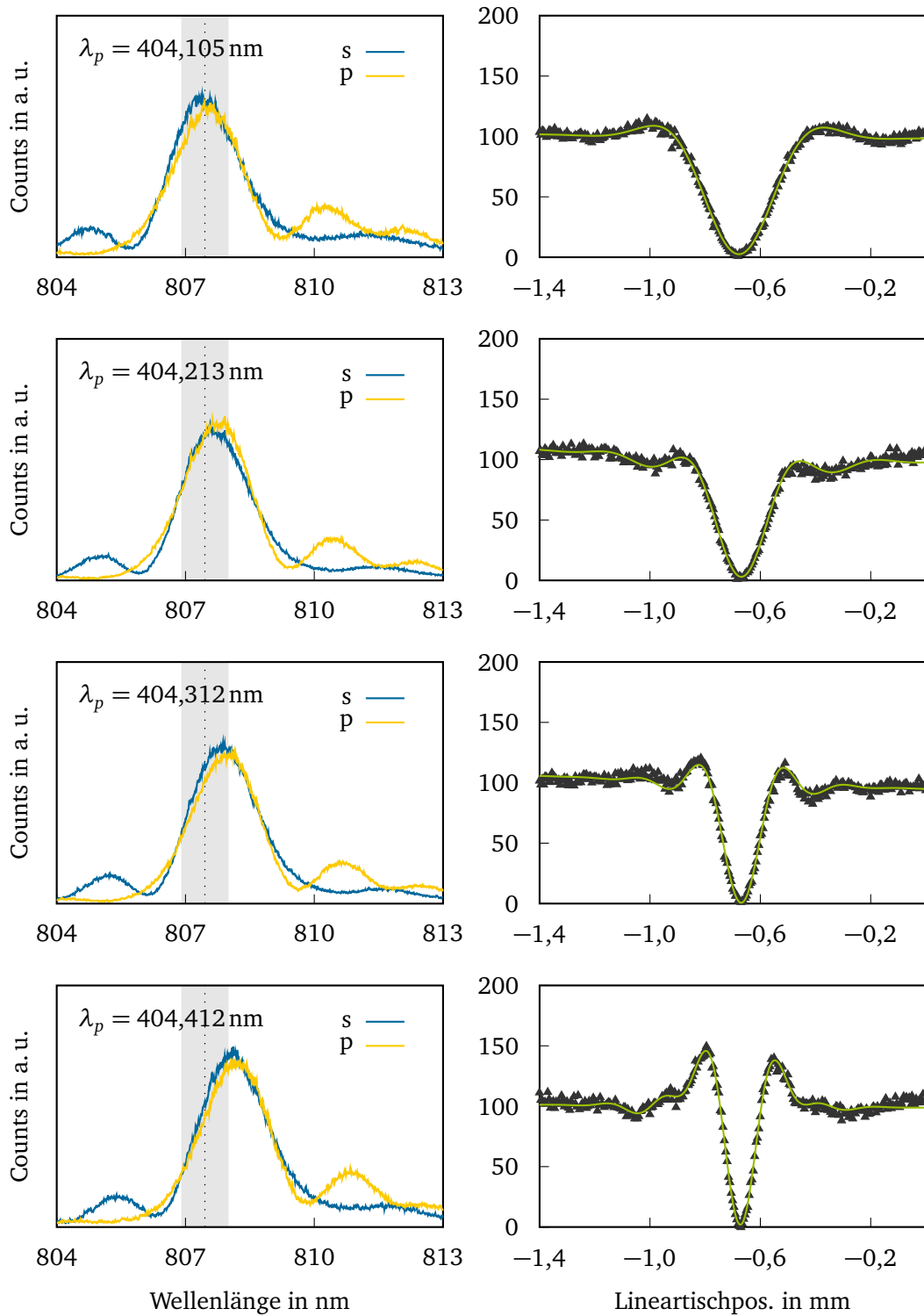


Abbildung 4.17: Shih-Alley-Interferenzspektren für entartete PDC bei verschiedenen Pumpwellenlängen λ_p mit schmalbandiger Filterung in einem Arm des Interferometers. Details können dem Text entnommen werden.

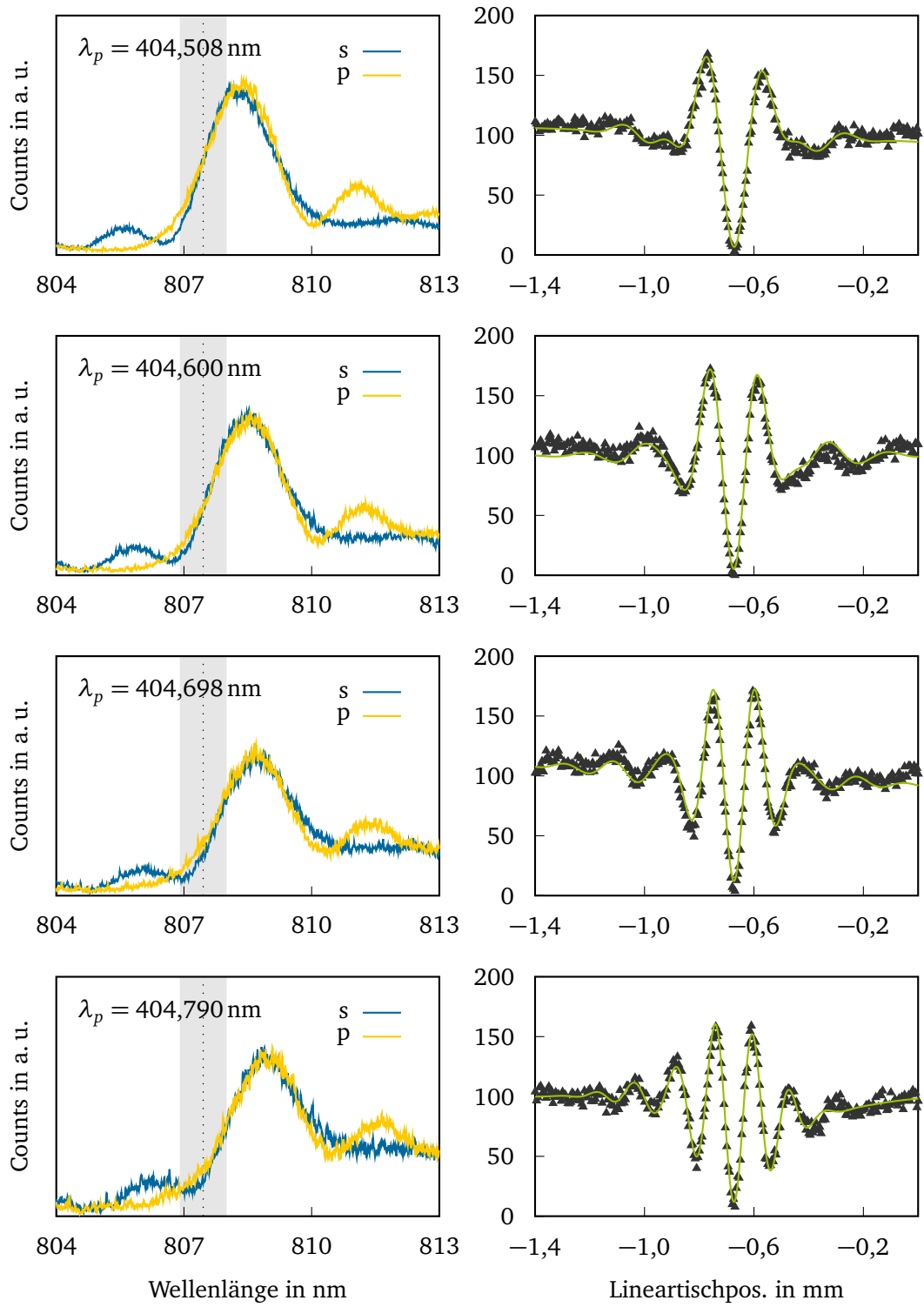


Abbildung 4.18: Shih-Alley-Interferenzspektren für entartete PDC bei verschiedenen Pumpwellenlängen λ_p mit schmalbandiger Filterung in einem Arm des Interferometers. Details können dem Text entnommen werden.

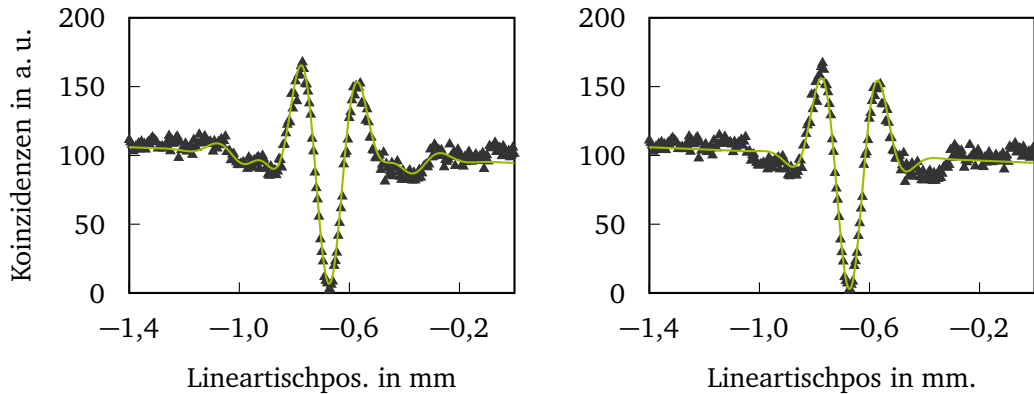


Abbildung 4.19: Die Abbildung zeigt das Interferenzspektrum für $\lambda_p = 404,508 \text{ nm}$ aus Abbildung 4.18. Während in der rechten Abbildung der Graph einer Funktion nach Gleichung (4.32) eingezeichnet ist, wurde diese Gleichung für die Funktionsanpassung in der linken Abbildung um einen weiteren Term aus Gauß- und Cosinusfunktion erweitert, um die Existenz einer zusätzlichen verschränkten Mode zu berücksichtigen. An den Rändern des Interferenzspektrums zeigt sich im linken Beispiel eine deutlich bessere Übereinstimmung der angepassten Kurve mit den Messdaten.

angepasst. Der Kardinalsinus wurde dabei wie zuvor bereits der Cosinus qualitativ ausgewählt, um die in Unterabschnitt 4.3.1 besprochene Modulation im Interferenzspektrum entarteter Photonenpaare mit schmalbandiger Filterung zu berücksichtigen. Verglichen mit dem Cosinus ergaben sich so die etwas besseren Ergebnisse. Nach Gleichung (4.25) wird die Gaußfunktion außerdem mit einer Cosinusfunktion multipliziert, die die sichtbare Schwebung im Interferenzspektrum berücksichtigt. Der lineare Hintergrund wurde erneut ausgewählt, um den Einfluss der Lineartischbewegung auf die Zählraten im Interferometer zu berücksichtigen (vgl. Anhang D).

Für die Interferenzspektren ab $\lambda_p = 404,412 \text{ nm}$ mussten zwei, für $\lambda_p = 404,790 \text{ nm}$ drei verschiedene verschränkte Zustände zugelassen werden, um den Verlauf der Zählraten exakt zu beschreiben. Hierfür wurden ein bzw. zwei weitere Terme nach Gleichung (4.25), also Produkte aus Gaußkurve und Cosinusfunktion, ergänzt. Auf eine Multiplikation mit dem Kardinalsinus wurde verzichtet.

Abbildung 4.19 zeigt beispielhaft die Ergebnisse einer Funktionsanpassung mit zwei (links) bzw. lediglich einem (rechts) verschränkten Zustand an die Messung mit $\lambda_p = 404,508 \text{ nm}$, der Verlauf der Zählraten wird in der linken Abbildung deutlich besser wieder gegeben. Diese Messungen wurden wiederholt durchgeführt, die verschiedenen Interferenzspektren unterscheiden sich dabei nicht signifikant, sodass die Abweichungen der Messungen von dem Verlauf einer Zweiphotoneninterferenz eines einzelnen verschränkten Zustands als systematisch angenommen werden.

Der in den Abbildungen 4.17 und 4.18 gekennzeichnete Transmissionsbereich des verwendeten Bandpassfilters wurde aus dem Vergleich verschiedener Aufnahmen des trans-

mittierten Spektrums mit dem Gitterspektrographen ermittelt und dient entsprechend hauptsächlich der Orientierung. Dennoch zeigen die Aufnahmen für den Übergang von $\lambda_p = 404,312 \text{ nm}$ zu $\lambda_p = 404,412 \text{ nm}$ eine Verschiebung der Zentralwellenlänge der PDC aus dem Transmissionsbereich des Filters heraus. Da die PDC-Wellenlänge der Symmetrieachse des in Gleichung (4.30) beschriebenen verschränkten Zustands entspricht, verschwindet damit der spektrale Überlapp der beiden Zustände in Gleichung (4.30). Möglicherweise bedingt diese Tatsache die Notwendigkeit der Verwendung zweier verschiedener verschränkter Zustände zur Beschreibung des Zählratenverlaufs.

Für Pumpwellenlängen ab $\lambda_p = 404,790 \text{ nm}$ werden neben Photonen aus der Hauptmode der PDC auch Photonen aus der ersten Nebenmode am Filter transmittiert, sodass ein weiterer verschränkter Zustand entsteht.

Aus den Ergebnissen der Funktionsanpassung an die Interferenzspektren aus Abbildungen 4.17 und 4.18 können nach Gleichung (4.24) die Zentralwellenlängen des interferierenden verschränkten Zustands berechnet werden. Für e in $\cos(e \cdot (x - c))$ aus Gleichung (4.32) gilt

$$\frac{e}{2} = 2\pi \cdot \left(\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2} \right). \quad (4.33)$$

Der Faktor $1/2$ resultiert dabei aus dem Zusammenhang $\Delta z = 2\Delta x$ zwischen der Bewegung des Lineartisches Δx und der effektiven Weglängendifferenz Δz der beiden Photonen eines Paares.

Da die Abweichungen der einzelnen Wellenlängen von der Zentralwellenlänge der entarteten PDC gering sind, wird eine Symmetrie von λ_1 und λ_2 zu $2\lambda_p$ angenommen. Es ist

$$\frac{e}{2} = 2\pi \cdot \left(\frac{1}{2\lambda_p - x} - \frac{1}{2\lambda_p + x} \right) \quad (4.34)$$

mit x der Abweichung der Zentralwellenlänge des Bandpassfilters von der Zentralwellenlänge der entarteten PDC in den beschriebenen Experimenten in nm.

Für die Interferenzspektren aus Abbildungen 4.17 und 4.18 wurden nach Gleichung (4.34) die Abweichungen der Zentralwellenlängen der verschiedenen Zustände von der Zentralwellenlänge der ungefilterten PDC berechnet. Aus der $1/e$ -Breite der einhüllenden Gaußfunktion wurde außerdem nach Gleichung (4.12) die Bandbreite des jeweiligen Zustands bestimmt. Die Ergebnisse sind in Tabelle 4.3 dargestellt.

Die Pumpwellenlänge wird während des beschriebenen Experiments jeweils um etwa $0,1 \text{ nm}$ erhöht. Dies hat eine Verschiebung der PDC-Wellenlänge um je $0,2 \text{ nm}$ zur Folge, sodass für die Abweichungen der Zentralwellenlängen λ_1 und λ_2 von der PDC-Wellenlänge bei $2\lambda_p$ ebenfalls ein Anstieg um jeweils etwa $0,2 \text{ nm}$ zu erwarten ist. Während diese Erwartungen für die Interferenzspektren eines einzelnen verschränkten Zustands zunächst annähernd erfüllt werden, ergeben sich ab $\lambda_p = 404,412 \text{ nm}$ deutliche Abweichungen. Auffällig ist hier jedoch, dass sich der Mittelwert aus den Abweichungen beider Zustände

Tabelle 4.3: Ergebnisse aus den Funktionsanpassungen an die Interferenzspektren aus Abbildungen 4.17 und 4.18. Für jeden Zustand wird die Abweichung der Wellenlängen von der Zentralwellenlänge der PDC sowie die Halbwertsbreite der Photonen angegeben.

λ_p	Zustand 1	Zustand 2	Zustand 3
404,105 nm	± 2 fm $\Delta\lambda = 0,77$ nm		
404,213 nm	$\pm 0,20$ nm $\Delta\lambda = 0,79$ nm		
404,312 nm	$\pm 0,36$ nm $\Delta\lambda = 0,85$ nm		
404,412 nm	$\pm 0,46$ nm $\Delta\lambda = 0,60$ nm	$\pm 0,82$ nm $\Delta\lambda = 0,44$ nm	
404,508 nm	$\pm 0,60$ nm $\Delta\lambda = 0,48$ nm	$\pm 0,95$ nm $\Delta\lambda = 0,46$ nm	
404,600 nm	$\pm 0,72$ nm $\Delta\lambda = 0,31$ nm	$\pm 0,96$ nm $\Delta\lambda = 0,72$ nm	
404,698 nm	$\pm 0,91$ nm $\Delta\lambda = 0,27$ nm	$\pm 1,08$ nm $\Delta\lambda = 0,70$ nm	
404,790 nm	$\pm 1,2$ nm $\Delta\lambda = 0,63$ nm	$\pm 1,2$ nm $\Delta\lambda = 0,62$ nm	$\pm 0,05$ nm $\Delta\lambda = 0,31$ nm

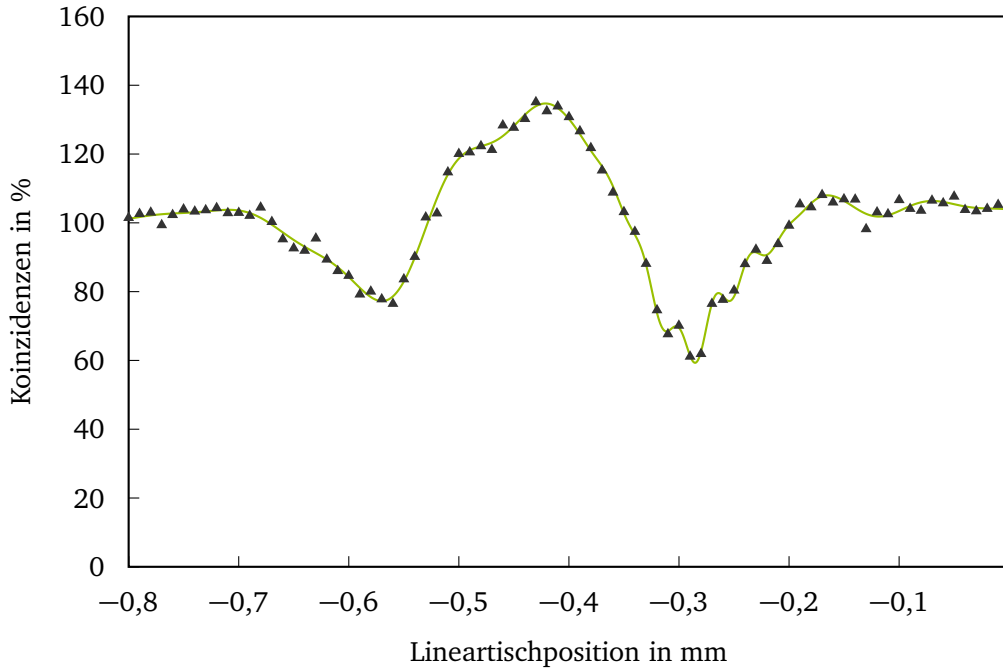


Abbildung 4.20: Interferenzspektrum für $\lambda_p = 404,620 \text{ nm}$ aus Abbildung 4.18. An die Messdaten wurde eine Funktion nach Gleichung (4.25) angepasst. Details können dem Text entnommen werden.

etwa so verhält wie erwartet. Die unerwartete Existenz eines zusätzlichen verschränkten Zustands in diesen Interferenzexperimenten könnte sich daher möglicherweise auch auf die Transmissionscharakteristik des verwendeten Bandpassfilters zurückführen lassen.

Die Ergebnisse aus der Funktionsanpassung an den dritten Zustand für $\lambda_p = 404,790 \text{ nm}$ bestätigen außerdem die oben bereits formulierte Vermutung. Die geringe Abweichung der Zentralwellenlängen dieses Zustands von der Symmetrieachse weist auf einen verschränkten Zustand der beiden PDC-Moden im entarteten Spektrum hin, die Symmetrieachse dieses Zustands entspricht dann dem Übergang zwischen Haupt- und Nebenmode.

Abschließend wurde eine Funktion an das Interferenzspektrum für $\lambda_p = 404,620 \text{ nm}$ aus Abbildung 4.13 angepasst. Hierfür wurden fünf Terme der Form

$$a \cdot \cos(b \cdot (x - c)) \cdot e^{-d \cdot (x - e)^2} \quad (4.35)$$

sowie ein linearer Hintergrund ausgewählt. Das Ergebnis der Funktionsanpassung ist in Abbildung 4.20 eingezeichnet.

Aus jedem Term können nach Gleichung (4.34) die Abweichungen der Zentralwellenlängen des verschränkten Zustands von der Zentralwellenlänge der entarteten PDC bestimmt wer-

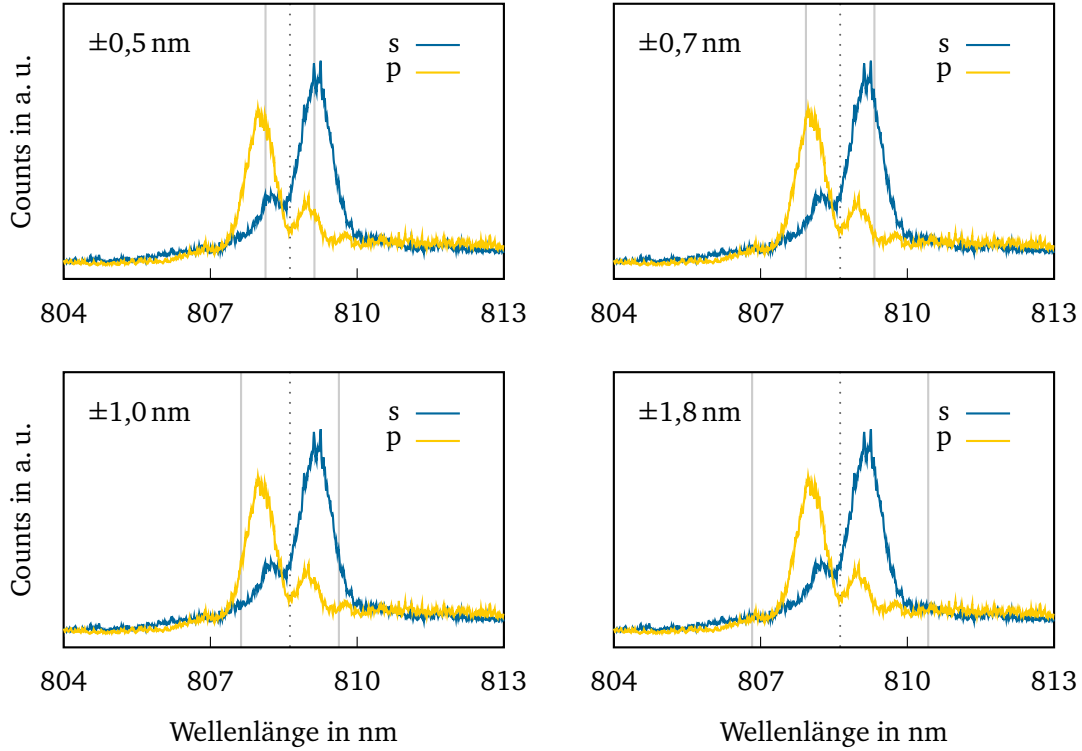


Abbildung 4.21: Gitterspektrograph-Aufnahmen für $\lambda_p = 404,620$ nm aus Abbildung 4.18. Gepunktet eingezeichnet ist jeweils die Zentralwellenlänge der entarteten PDC. Zusätzlich ist für vier von fünf verschränkten Zuständen aus der Funktionsanpassung die Zentralwellenlänge markiert.

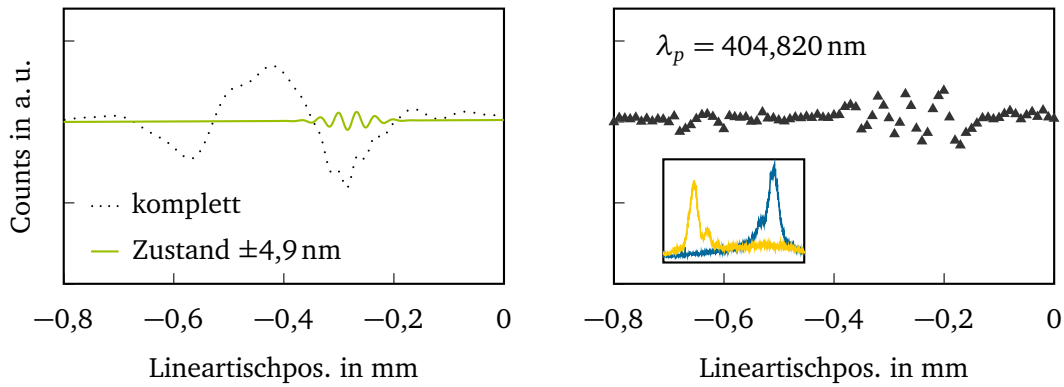


Abbildung 4.22: Ergebnis aus der Funktionsanpassung aus Abbildung 4.20 (gepunktet) sowie Beitrag des verschränkten Zustands mit $\pm 4,9$ nm (grün, links) sowie Interferenzspektrum für $\lambda_p = 404,820$ nm aus Abbildung 4.13 (rechts). Der Zusammenhang kann dem Text entnommen werden.

den. In Abbildung 4.21 sind die Gitterspektrograph-Aufnahmen für die PDC-Photonen des 11 mm-Kristalls für $\lambda_p = 404,620$ nm aus Abbildung 4.18 abgebildet. In jeder Abbildung ist gepunktet die Zentralwellenlänge der entarteten PDC gekennzeichnet, zusätzlich ist jeweils die Zentralwellenlänge eines verschränkten Zustands aus der Funktionsanpassung aus Abbildung 4.20 eingetragen. Für den fünften, in der Abbildung nicht gezeigten, Zustand beträgt die Abweichung der Zentralwellenlängen der verschränkten Mode von der Zentralwellenlänge der PDC $\pm 4,9$ nm. Da in diesem Bereich in den Aufnahmen mit dem Gitterspektrographen kein Signal erkennbar ist, wurde auf eine Darstellung verzichtet. Stattdessen zeigt Abbildung 4.22 links gepunktet das Ergebnis der Funktionsanpassung aus Abbildung 4.20 sowie in Grün den Graphen des Terms, der diesen Zustand mit $\pm 4,9$ nm beschreibt. Daneben abgebildet ist das Interferenzspektrum für $\lambda_p = 404,820$ nm aus Abbildung 4.18, das annähernd die Interferenz der relevanten Mode beschreibt. Die Ergebnisse aus der Funktionsanpassung links beschreiben nicht den exakten Zustand aus der Messung rechts, dennoch zeigt sich jeweils eine vergleichbare schnelle Oszillation um $x_0 = -0,25$ nm. Die Modulation in den Koinzidenzzählraten für $\lambda_p = 404,620$ nm scheint damit keine Messungenauigkeit zu sein und auf die Interferenz einer verschränkten Mode mit $\lambda \approx 2\lambda_p \pm 4,9$ nm zurückzugehen.

4.3.4 Interferenzspektren entarteter PDC-Photonen ohne schmalbandige Filterung

Neben den in Unterabschnitt 4.3.1 gezeigten Shih-Alley-Spektren für entartete PDC-Photonen mit Bandpassfilter wurden auch Interferenzspektren für weitere Filterkombinationen aufgenommen. Abbildung 4.23 zeigt drei verschiedene Interferenzspektren für parallele Analysatorstellungen sowie die zugehörige Aufnahme mit dem Gitterspektrographen für PDC-Photonen aus dem 4 mm-Kristall. Das Transmissionsband des verwendeten Filters ist jeweils grau hinterlegt.

Für die erste Messung oben wird lediglich das Pumplicht durch einen Langpassfilter mit einer Kante bei 650 nm⁵³ herausgefiltert. Anschließend werden zwei Kantenfilter⁵⁴ eingesetzt, um die entfernten Nebenmoden im PDC-Spektrum um 760 nm bzw. 864 nm zu unterdrücken, die Aufnahmen sind in Abbildung 4.23 in der Mitte abgebildet. Verglichen mit dem Interferenzspektrum ohne zusätzliche Filterung zeigt sich lediglich ein minimaler Unterschied in der Diptiefe, erst die Unterdrückung der nahen Nebenmoden um $2\lambda_p$ durch den 3 nm breiten Bandpassfilter im unteren Spektrum hat einen signifikanten Einfluss auf die Form und Sichtbarkeit des Zählrateneinbruchs.

Entgegen vorheriger Annahmen zeigen diese Messungen einen deutlichen Einfluss der gezeigten nahen Nebenmoden im entarteten PDC-Spektrum um $2\lambda_p$ auf die Sichtbarkeit der Zweiphotoneninterferenz, während die Bedeutung der entfernten Nebenmoden um 760/864 nm vernachlässigbar gering ist. Zum Zeitpunkt der Messungen zur Hong-Ou-Mandel-Interferenz standen diese Kantenfilter noch nicht zur Verfügung, sodass die starke

⁵³LC-3RD/650LP-25 von Laser Components

⁵⁴LP02-780RU-25 und FF01-842/SP-25 von Semrock

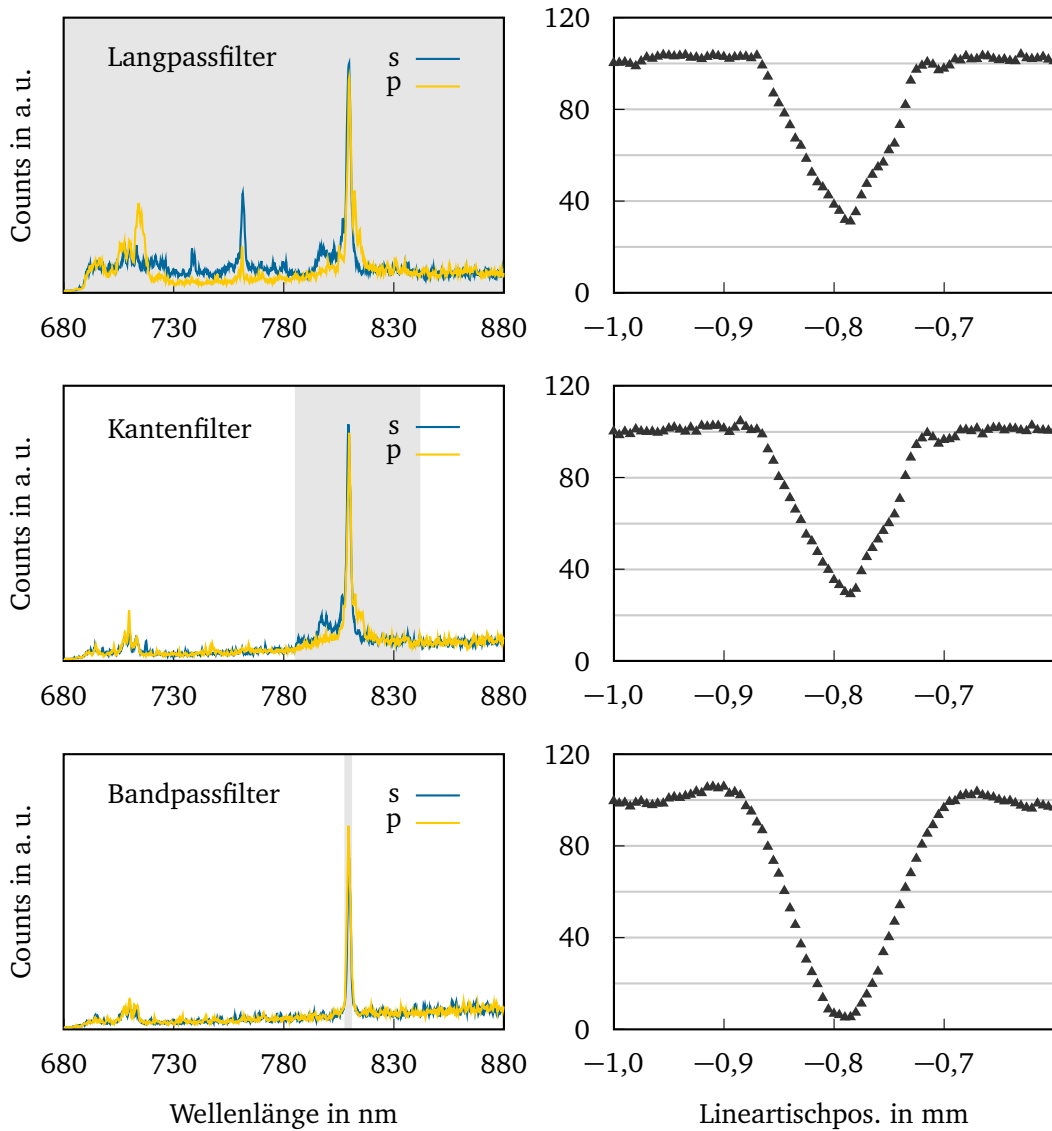


Abbildung 4.23: Shih-Alley-Interferenzspektren für entartete PDC-Photonen aus dem 4 mm-Kristall. Die Photonenpaare passieren dabei einen Kantenfilter, um das Pumplicht zu blockieren (oben), zwei Kantenfilter, die die Nebenmoden um 760/864 nm unterdrücken (Mitte) oder einen Bandpassfilter mit 3 nm Halbwertsbreite, der lediglich die entartete Hauptmode der PDC passieren lässt (unten). Links ist jeweils die Aufnahme mit dem Gitterspektrographen abgebildet, das Transmissionsband des verwendeten Filters ist grau hinterlegt. Die zugehörigen Interferenzspektren sind entsprechend rechts daneben abgebildet.

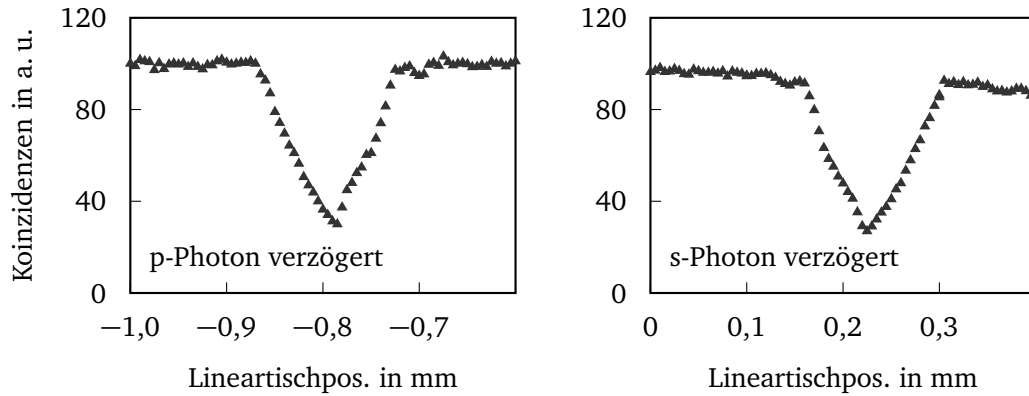


Abbildung 4.24: Shih-Alley-Interferenzspektren der PDC-Photonen aus dem 4 mm-Kristall für parallele Analysatorstellungen ohne zusätzliche Filterung. Für das Spektrum in der linken Abbildung wurde das p-polarisierte PDC-Photon gegenüber seinem s-polarisierten Partnerphoton verzögert, während der in der rechten Abbildung gezeigten Messungen wurde das s-polarisierte Photon verzögert.

Reduktion der Sichtbarkeit des Zählrateneinbruchs ohne schmalbandige Filterung auf eben diese entfernten Nebenmoden zurückgeführt wurde.

Abbildung 4.24 zeigt erneut ein Shih-Alley-Interferenzspektrum ohne zusätzliche Filterung. In der linken Abbildung wird dabei für die Aufnahme des Interferenzspektrums das p-polarisierte PDC-Photon gegenüber seinem s-polarisierten Partnerphoton verzögert. Diese Konfiguration entspricht dem Aufbau aller bisher vorgestellten Interferenzexperimente.

In der rechten Abbildung wird dagegen das s-polarisierte Photon gegenüber seinem Partnerphoton verzögert. Zunächst ist eine deutliche Änderung der Lineartischposition für zeitgleiches Auftreffen der Einzelphotonen auf den Strahlteiler erkennbar. Da der Brechungsindex in KTP in z -Richtung (s-Polarisation) deutlich größer ist als derjenige entlang der y -Richtung (p-Polarisation)⁵⁵, verlässt das s-polarisierte PDC-Photon den Kristall nach seinem p-polarisierten Partnerphoton. Um die relative Zeitverzögerung zwischen beiden Photonen eines Paares zu kompensieren, muss das p-polarisierte Photon daher gegenüber seinem s-polarisierten Partnerphoton stärker verzögert werden als im umgekehrten Fall das s-polarisierte Photon gegenüber seinem Partnerphoton.

Zusätzlich ist jedoch auch eine Änderung in der Form des Zählrateneinbruchs erkennbar, die Interferenzspektren scheinen an $\Delta z = 0$ vertikal gespiegelt zu verlaufen. Während sich für eine Verzögerung des p-polarisierten Photons eine Modulation in der rechten Flanke des Interferenzdips ergibt, ist diese Modulation für eine Verzögerung des s-polarisierten Photons in der linken Flanke zu erkennen.

Auch hier zeigt sich die Bedeutung der Nebenmoden im PDC-Spektrum um $2\lambda_p$ für den Verlauf der Zweiphotoneninterferenz ohne schmalbandige Filterung. Da sich die Zentralwel-

⁵⁵vgl. auch Kapitel 3

lenlängen dieser Nebenmoden von der Zentralwellenlänge der Hauptmode unterscheiden, besteht zwischen den beiden Photonen eines Paares aus einer der Nebenmoden aufgrund der Doppelbrechung im Kristall eine andere relative Zeitverzögerung als für Photonenpaare der Hauptmode. Eine Interferenz zwischen Photonenpaaren der Nebenmoden findet daher für beide vorgestellten Verzögerungen für eine andere Lineartischposition statt, als dies für die Hauptmode der Fall ist.

Um die bereits vorgestellten Verläufe der Hong-Ou-Mandel-Interferenzen ohne schmalbandige Filterung für die vier Kristalle mit 4, 6, 11 und 15 mm Länge aus Abbildung 4.4 zu erklären, wurde daher für die Photonen des 4 mm-Kristalls die Interferenz der Nebenmoden in dem Aufbau aus Abbildung 4.16 untersucht. Statt des 0,7 nm breiten Andover-Filters wurden zwei verschiedene der 3 nm breiten Bandpassfilter verwendet, um Haupt- und Nebenmode der PDC möglichst zu separieren. Die Filter sind intern nummeriert, da sie sich leicht in ihren Zentralwellenlängen unterscheiden. Hier verwendet wurde BP7 unter 0° für die Separation der Hauptmode sowie BP6 unter 10° zur Betrachtung der Nebenmoden. Die Kristallparameter wurden für eine entartete PDC mit $\lambda_{\text{PDC}} = \lambda_{\text{BP7}}$ ausgewählt. Da es sich um einen schmalbandigen Filter handelt, kann mit dieser Methode nicht das gesamte Nebenmodenspektrum betrachtet werden.

Abbildung 4.25 zeigt oben links in Grau eine Aufnahme des ungefilterten PDC-Spektrums mit dem Gitterspektrographen sowie zusätzlich den Verlauf des Spektrums des s-polarisierten Photons für den Einsatz von BP6 unter 10° . Aus Messungen der Art, wie sie in Abbildungen 4.12 und 4.13 für den 11 mm-Kristall vorgestellt wurden, ist die Existenz von Nebenmoden des p-polarisierten Photons im betrachteten Wellenlängenbereich bekannt, die Intensität dieser Moden reicht jedoch nicht aus, um sie mit dem Gitterspektrographen abzubilden.

Da der Filter erneut lediglich in einem Arm des Shih-Alley-Interferometers platziert wird, kann nach dem Vorbild aus Unterabschnitt 4.3.3 die Shih-Alley-Interferenz des verschränkten Zustands der Nebenmoden aus dem PDC-Spektrum aufgenommen werden. Der Verlauf der Zählratenmodulation ist in Abbildung 4.25 oben rechts zu sehen. Zusätzlich sind das Interferenzspektrum sowie die zugehörige Aufnahme mit dem Gitterspektrographen für BP7 unter 0° abgebildet. Die absoluten Zählraten aus beiden Messungen wurden aufsummiert und mit dem Interferenzspektrum der ungefilterten PDC-Photonen (unten) verglichen. Der Verlauf des ungefilterten Interferenzspektrums wird durch die beiden einzelnen Messungen nicht exakt wieder gegeben. Dennoch ist eine deutliche Korrelation in beiden Zählratenverläufen erkennbar, obwohl durch die gewählte Filterkonfiguration wie beschrieben nicht das gesamte Nebenmodenspektrum zur Interferenz gebracht werden konnte. Für die mathematische Beschreibung der Hong-Ou-Mandel-Spektren der verschiedenen Kristalle wird daher von einer Superposition der Interferenzspektren von Haupt- und Nebenmoden der PDC ausgegangen.

An die Messdaten wurde entsprechend eine Summe aus einer Gaußfunktion für die Beschreibung der entarteten Hauptmode nach Gleichung (4.8) sowie Produkten aus Cosinus- und Gaußfunktion nach Gleichung (4.35) für die Beschreibung der Nebenmoden angepasst.

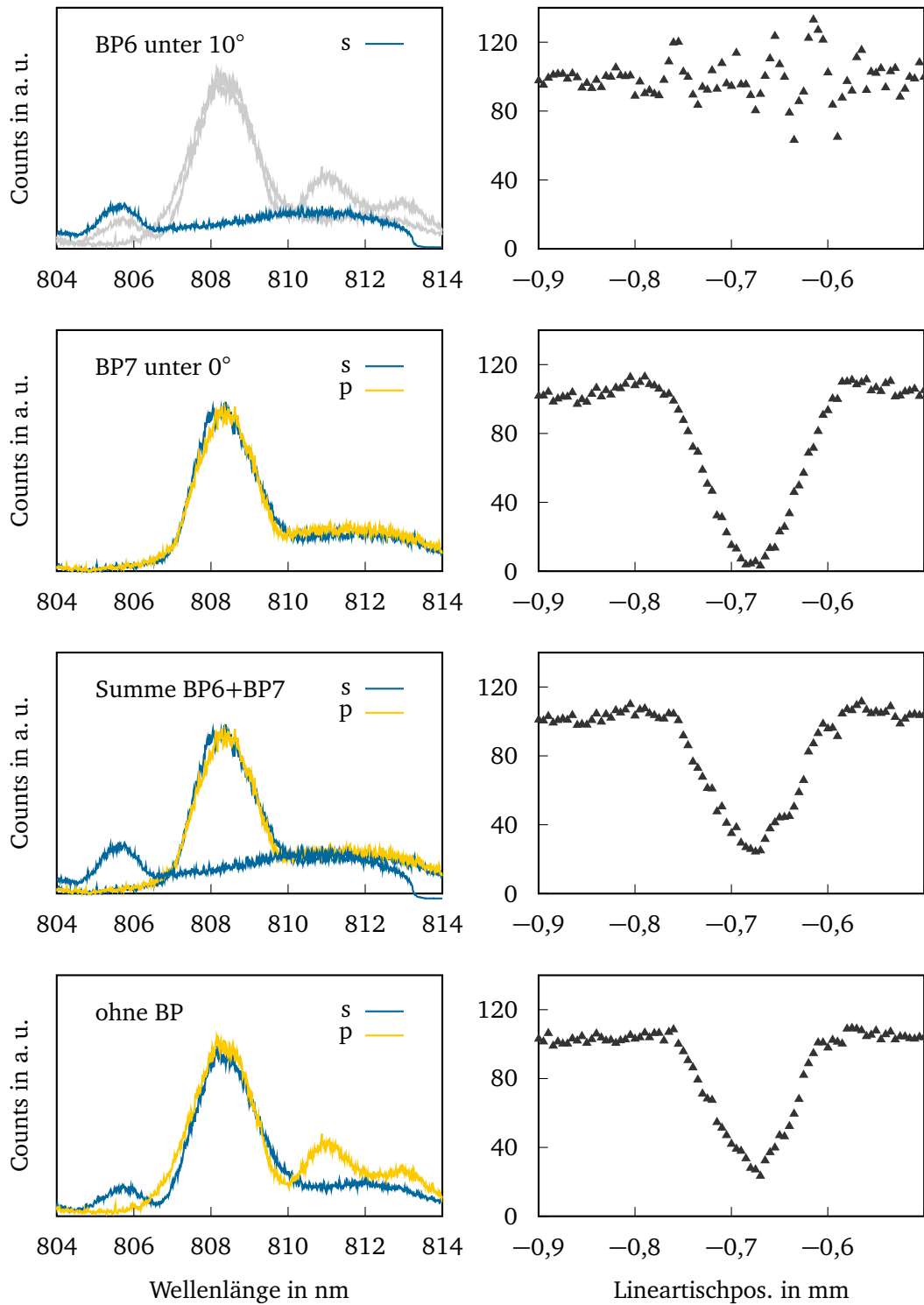


Abbildung 4.25: Zweiphotoneninterferenzspektren für verschiedene Filterungen. Details können dem Text entnommen werden.

Die Ergebnisse sind in Abbildung 4.26 dargestellt und sollen im Folgenden kurz diskutiert werden. Für die Hauptmode ist jeweils die nach Gleichung (4.12) aus der $1/e$ -Breite des Einbruchs berechnete Halbwertsbreite der Photonen angegeben.

Die Ergebnisse für die Funktionsanpassung an den Anteil der Hauptmode im Interferenzspektrum für die Kristalle mit 4 und 6 mm Länge entsprechen den bereits in Abbildung 4.9 eingezeichneten Graphen.

Für die Beschreibung des Zählrateneinbruchs der Kristalle mit 4 und 6 mm Länge wurden zwei verschiedene Nebenmodenzustände zugelassen, das Interferenzspektrum des 11 mm-Kristalls wird durch fünf zusätzliche Nebenmoden zuverlässig abgebildet. Die Dominanz verschiedener Nebenmoden im Interferenzspektrum der PDC-Photonen aus dem 11 mm-Kristall fiel in den verschiedenen im Laufe dieser Arbeit vorgestellten Experimente immer wieder auf und wird durch das Ergebnis der vorgestellten Funktionsanpassung bestätigt.

Die ermittelten Halbwertsbreiten der Photonenpaare stimmen gut mit den Ergebnissen aus den Gitterspektrograph-Aufnahmen aus Abbildung 3.11 überein, sodass hier von einer verlässlichen Interpretation der physikalischen Hintergründe ausgegangen werden kann. Für den 15 mm-Kristall dagegen ergeben sich widersprüchliche Ergebnisse. Der Verlauf des Zählrateneinbruchs kann wie oben beschrieben wieder gegeben werden, neben der Hauptmode muss lediglich eine weitere Nebenmode zugelassen werden, um die Zuordnungsvorschrift des eingezeichneten Graphen zu erhalten. Für die Hauptmode ergibt sich jedoch mit $\Delta\lambda = 0,74 \text{ nm}$ eine Halbwertsbreite, die deutlich über der zu $0,56 \text{ nm}$ bestimmten Breite aus der Aufnahme mit dem Gitterspektrographen liegt. Dieser Wert entstammt wiederum einer sehr verrauschten Messung, fügt sich jedoch gut in den $1/L$ -Zusammenhang zwischen der Länge des nichtlinearen Mediums und der Bandbreite der emittierten PDC-Photonen. Laut Herstellerangaben ist der 15 mm lange Kristall außerdem der einzige der untersuchten Kristalle, dessen Wellenleiter für die PDC-Photonen lediglich eine transversale Mode zulassen.

Wegen seiner geringen Konversionseffizienz und weil zum Zeitpunkt der gezeigten Messungen die Bedeutung der nahen Nebenmoden um $2\lambda_p$ noch nicht bekannt war, wurde das PDC-Spektrum dieses Kristalls nicht weiter untersucht. Die Ursache für den gemessenen Verlauf der Hong-Ou-Mandel-Interferenz kann daher lediglich vermutet werden, ein Einfluss der nahen Nebenmoden um $2\lambda_p$ kann weder bestätigt noch widerlegt werden.

Ein alternativer Erklärungsansatz findet sich in Referenz [69]. Hier wird erstmals die für die Photonen des 15 mm-Kristalls deutlich sichtbare Asymmetrie im Verlauf des Hong-Ou-Mandel-Dips untersucht. In der beschriebenen Referenz werden jedoch Zweiphotoneninterferenzen für Photonenpaare aus Typ II-PDC mit ultrakurzen Pumpimpulsen untersucht, sodass sich die Ergebnisse nicht direkt auf den hier vorgestellten Fall übertragen lassen.

Nach Referenz [69] kann die beschriebene Asymmetrie mit der Kohärenzlänge der verwendeten Pumpquelle begründet werden. Mit der Kristalllänge steigt die mittlere Laufzeitdifferenz zwischen den Photonen eines Paares, die einen Rückschluss auf den Ort der Erzeugung des Photonenpaares erlaubt und sie entsprechend unterscheidbar werden lässt. Der Grad der Unterscheidbarkeit hängt dabei nach Referenz [69] von der Kohärenzlänge der Pump-Photonen ab und ist umso höher, je kürzer diese verglichen mit der Länge des nichtlinearen

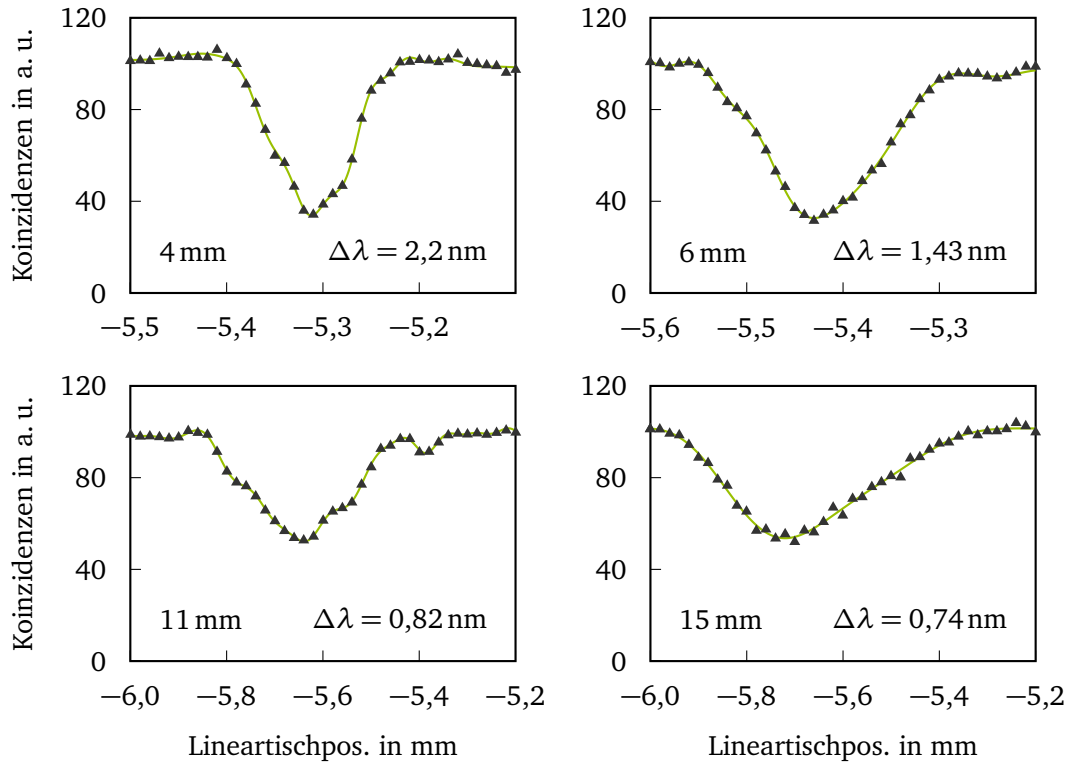


Abbildung 4.26: Hong-Ou-Mandel-Spektren für die Photonen der Kristalle mit 4, 6, 11 und 15 mm Länge. An alle Messdaten wurde eine Kombination aus reiner Gaußfunktion für die Beschreibung der Interferenz der Photonen aus der entarteten Hauptmode der PDC sowie Produkten aus Gauß- und Cosinusfunktion zur Beschreibung der Interferenz der in ihrer Frequenz verschränkten Photonen der Nebenmoden der PDC angepasst. Die Halbwertsbreiten der jeweiligen Hauptmode der PDC sind angegeben.

Mediums ausfällt. Aus den in Kapitel 5 vorgestellten Experimenten wird die Kohärenzlänge der verwendeten Pumpphotonen etwa auf die Länge des 11 mm-Kristalls geschätzt. Sie wäre damit kürzer als der 15 mm-Kristall, sodass nach Referenz [69] eine Asymmetrie in der Zweiphotoneninterferenz der PDC-Photonen entstehen könnte.

Der in der Referenz beschriebene scharfe Knick in der Koinzidenzzählrate, wie er in der Theorie allgemein für Typ II-PDC beschrieben wird, konnte in den vorliegenden Messungen jedoch nicht gezeigt werden. Auch die Kohärenzlänge der Pumpquelle kann daher nicht eindeutig als Ursache für den Verlauf des Zählrateneinbruchs für die Interferenz der Photonen aus dem 15 mm-Kristall identifiziert werden.

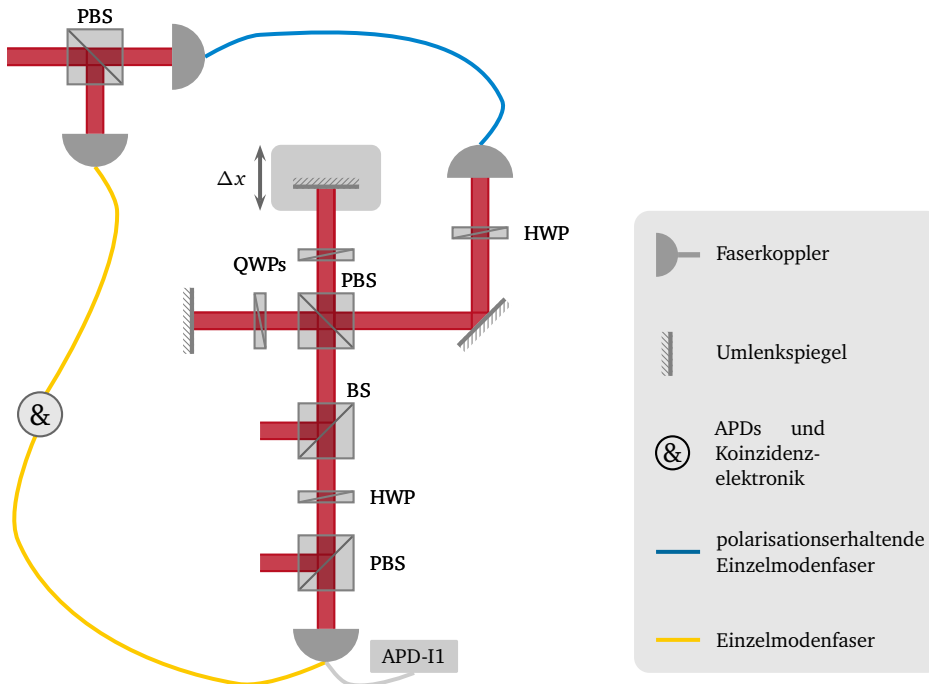


Abbildung 4.27: Veränderter Aufbau des Shih-Alley-Interferometers zur Aufnahme der Autokorrelationsfunktion erster Ordnung eines PDC-Photons. Ein einzelnes Photon trifft unter 45° auf die Verzögerungseinheit, der Polarisationszustand des in die Detektionseinheit abgelenkten Photons variiert für verschiedene relative Weglängen in beiden Armen der Verzögerungseinheit nach Tabelle 4.4. Das Photon wird an APD-I1 detektiert. Zur besseren Diskriminierung des Signals von zufälligen Ereignissen wird zeitgleich das Partnerphoton außerhalb des Interferenzaufbaus detektiert.

4.4 Autokorrelationsexperimente mit Einzelphotonen aus Typ II-PDC

Die experimentelle Umsetzung des Shih-Alley-Interferometers aus Abbildung 4.3 kann nach leichten Modifikationen verwendet werden, um die Autokorrelationsfunktion erster Ordnung $g^{(1)}$ eines PDC-Photons aufzunehmen. Der veränderte Aufbau ist in Abbildung 4.27 gezeigt.

Die PDC-Photonen werden zunächst an einem polarisierenden Strahlteiler systematisch getrennt. Eines der PDC-Photonen, beispielsweise das p-polarisierte Photon, wird mit Hilfe einer polarisationserhaltenden Faser zum Interferenzaufbau transportiert und trifft unter 45° linear polarisiert auf den polarisierenden Strahlteiler aus der Verzögerungseinheit des Shih-Alley-Interferometers. Das Photon wird zufällig transmittiert oder reflektiert und befin-

Tabelle 4.4: Polarisationszustand des Photons im Autokorrelationsaufbau für verschiedene relative Verzögerungen Δz zwischen beiden Zuständen in der Verzögerungseinheit, falls der Gangunterschied innerhalb der Kohärenzlänge des Photons liegt. Es gilt $k \in \mathbb{Z}$. Zusätzlich angegeben ist die Wahrscheinlichkeit für die Detektion des Zustands an APD-I1, falls der Analysator vor dem Detektor unter $+45^\circ$ linear polarisierte Photonen transmittiert.

	Polarisationszustand	Detektionswahrscheinlichkeit
$\Delta z = k \cdot \lambda$	linear $+45^\circ$	$p = 1$
$\Delta z = (2k + 1) \cdot \frac{\lambda}{2}$	linear -45°	$p = 0$
$\Delta z = (2k + 1) \cdot \frac{\lambda}{4}$	zirkular	$p = 1/2$

det sich in einer Superposition aus „transmittiert“ (zunächst p-polarisiert) und „reflektiert“ (zunächst s-polarisiert). Nach Durchlaufen der Verzögerungseinheit sind beide Zustände um 90° in ihrer Polarisation gedreht und werden in die Detektionseinheit abgelenkt. Sofern der relative Weglängenunterschied in beiden Armen der Verzögerungseinheit innerhalb der Kohärenzlänge des Photons liegt, kommt es beim Übergang in die Detektionseinheit zur Interferenz beider Zustände. Der Polarisationszustand des abgelenkten Photons ergibt sich dann abhängig von der relativen Verzögerung nach Tabelle 4.4.

Im Autokorrelationsaufbau werden lediglich an APD-I1 Photonen detektiert. Eine Kombination aus Halbwellenplatte und polarisierendem Strahlteiler vor dem Detektor ermöglicht erneut die Auswahl des detektierten Polarisationszustands, die Orientierung der Halbwellenplatte ist für die Detektion unter $+45^\circ$ linear polarisierter Photonen gewählt. Ein unter $+45^\circ$ polarisiertes Photon wird entsprechend mit Sicherheit ($p = 1$), ein unter -45° polarisiertes Photon dagegen niemals detektiert ($p = 0$). Für zirkular polarisierte Photonen ergibt sich die Detektionswahrscheinlichkeit $p = 1/2$.

Der Polarisationszustand des Photons in der Detektionseinheit ändert sich nach Tabelle 4.4 mit der Periode einer Wellenlänge für verschiedene Gangunterschiede zwischen beiden Zuständen des Einzelphotons in der Verzögerungseinheit. Für die Zählrate an APD-I1 ergibt sich daher

$$N_{\text{APD-I1}}(\Delta z) \propto 1 + g^{(1)}(\Delta z) \cdot \cos(4\pi/\lambda_{\text{PDC}} \cdot \Delta z) \quad (4.36)$$

mit λ_{PDC} der Wellenlänge des Einzelphotons und $g^{(1)}$ seiner Autokorrelationsfunktion erster Ordnung. Dabei gibt $g^{(1)}$ Aufschluss über die Kohärenz erster Ordnung des Photons,

die explizite Form dieser Funktion wird durch das Spektrum des Photons bestimmt. Nach Referenz [65] gilt für $g^{(1)}$ und die Funktion \mathcal{V} aus Gleichung (4.7)

$$g^{(1)}(\Delta z) = \mathcal{V}(2\Delta z). \quad (4.37)$$

Für Gangunterschiede außerhalb der Kohärenzlänge des Photons ist $g^{(1)}(\Delta z) = 0$, das Photon ist zufällig vertikal oder horizontal polarisiert. Der zufällige Hintergrund an APD-I1 mit $p = 1/2$ entspricht also auch hier $N_{\text{APD-I1}} = 100\%$.

Zur besseren Diskriminierung des Signals an APD-I1 von der zufälligen Hintergrundzählrate wird zusätzlich das Partnerphoton aus der parametrischen Abwärtskonversion vor dem Interferometer detektiert und lediglich koinzidente Ereignisse gezählt.

Abbildung 4.28 zeigt die Autokorrelationsspektren des p-Photons aus der Konversion mit dem 4 mm-Kristall mit (oben) und ohne (unten) 3 nm-Bandpassfilter. Für jede Lineartischposition wurden Koinzidenzen über einen Zeitraum von 5 s aufgenommen.

Für den Verlauf der Korrelationsfunktion ergibt sich für die Messung mit Bandpassfilter als Einhüllende eine Gaußkurve, wie sie bereits aus der Zweiphotoneninterferenz der PDC-Photonen bekannt ist. Da die minimale Schrittweite des verwendeten Lineartisches $\Delta x = 100 \text{ nm}$ beträgt, konnte die beschriebene Oszillation der Zählrate mit einer Periode um 404 nm in diesem Aufbau nicht ausreichend präzise aufgenommen werden, um an die Messdaten eine Funktion nach Gleichung (4.37) anzupassen. Zur Beschreibung der Einhüllenden wurden die Parameter in Gleichung (4.21) mit

$$f(x) = a \cdot \cos(b \cdot (x - c)) \cdot e^{-d \cdot (x - c)^2} + e \cdot x + f$$

daher von Hand angepasst. Die Werte für b und d wurden aus der Funktionsanpassung an das zugehörige Zweiphotoneninterferenzspektrum übernommen und nach Gleichung (4.37) wie folgt verändert:

$$b_{\text{Autokorrelation}} = \frac{b_{\text{Zweiphotoneninterferenz}}}{2}$$

$$d_{\text{Autokorrelation}} = \frac{d_{\text{Zweiphotoneninterferenz}}}{4}$$

$c \approx -0,28 \text{ mm}$ entspricht der Lineartischposition für identische Weglängen in beiden Armen der Verzögerungseinheit. Den Werten für a , e und f wird wegen der fehlenden Präzision der Lineartischbewegung keine quantitative Bedeutung beigemessen, sie stehen für die Sichtbarkeit des Interferenzeffektes.

In Abbildung 4.28 ist für die Aufnahme mit Bandpassfilter die wie beschrieben ermittelte Einhüllende des Interferenzspektrums eingezeichnet. Da die Werte für b und d aus Gleichung (4.21), die die Breite des Interferenzspektrums beschreiben, aus der Funktionsanpassung an das Zweiphotoneninterferenzspektrum des PDC-Photonenpaares übernommen wurden, bestätigt die Abbildung den Zusammenhang aus Gleichung (4.37) für die gefilterten PDC-Photonen. Das Spektrum des ungefilterten Photons in Abbildung 4.28 unten zeigt

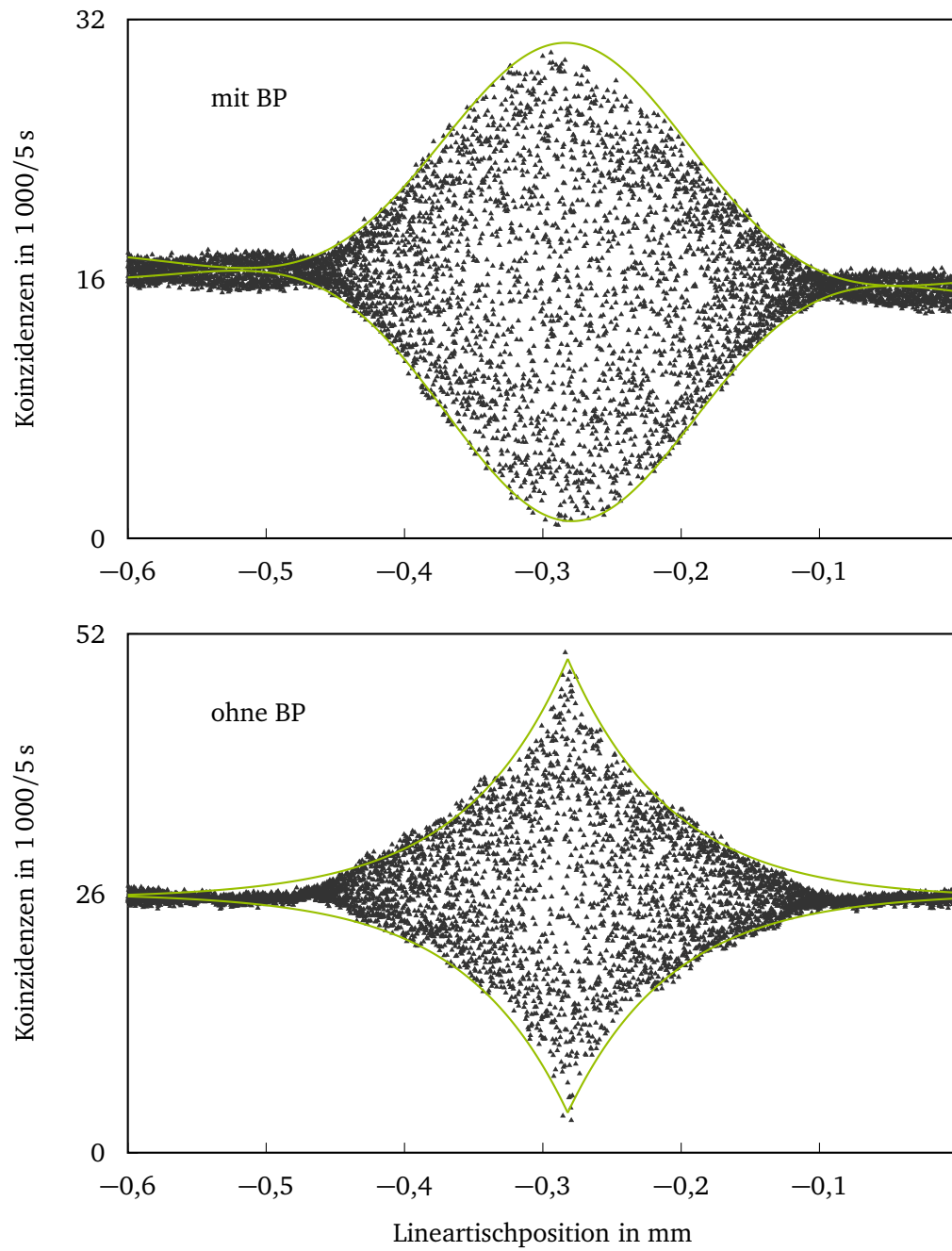


Abbildung 4.28: Autokorrelationsfunktionen für das p-polarisierte Photon der PDC mit dem 4 mm-Kristall mit (oben) sowie ohne 3 nm-Bandpassfilter (unten).

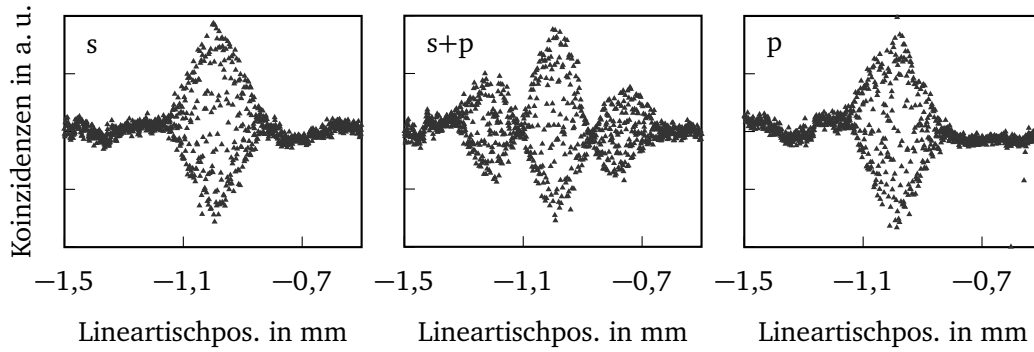


Abbildung 4.29: Autokorrelationsspektren für entartete PDC aus dem 4 mm-Kristall mit 3 nm-Bandpassfilter im Strahlengang. Links bzw. rechts sind die Autokorrelationsspektren des s- bzw. p-polarisierten Photons abgebildet, es ergibt sich der nach Abbildung 4.28 erwartete Verlauf. In der mittleren Abbildung ist die Autokorrelationsfunktion eines Mischzustands aus s- und p-polarisierten Photonen zu sehen. Es ergibt sich ein deutlich ausgedehntes Interferenzspektrum mit Knoten um $x_0 = -1,1$ mm bzw. $x_0 = -0,9$ mm.

dagegen keine Ähnlichkeit mit dem Zweiphotoneninterferenzspektrum ohne schmalbandige Filterung. Beispielsweise nach Referenz [65] wird auch für das Autokorrelationsspektrum eines einzelnen Typ II-PDC-Photons die oben beschriebene Dreiecksstruktur erwartet, die während der im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Experimente bereits für die Zweiphotoneninterferenz der PDC-Photonen nicht beobachtet werden konnte.

Der Verlauf der Autokorrelationsfunktion für das PDC-Photon ohne schmalbandige Filterung wird am besten durch e-Funktionen mit

$$f(x) = a \cdot e^{-4 \cdot \frac{(x-c)^2}{l_c^2}} + d \quad (4.38)$$

beschrieben. Entsprechende Funktionsgraphen sind in Abbildung 4.28 unten eingezeichnet. Auch hier wurden die Parameter von Hand angepasst, die Kohärenzlänge des Photons wurde mit

$$l_c = \frac{\lambda^2}{\Delta\lambda} = \frac{(809 \text{ nm})^2}{2,2 \text{ nm}} \approx 0,3 \text{ mm} \quad (4.39)$$

aus den Ergebnissen zur Zweiphotoneninterferenz übernommen.

Neben den Korrelationsfunktionen erster Ordnung für einzelne gefilterte und ungefilterte PDC-Photonen wurden die Korrelationsfunktionen gemischter PDC-Zustände aufgenommen. Die PDC-Photonen werden mit Hilfe einer Halbwellenplatte um 45° in ihrer Polarisation gedreht und entsprechend am polarisierenden Strahlteiler in Abbildung 4.27 zufällig reflektiert oder transmittiert. Da weiterhin eine Koinzidenzmessung zwischen dem am Strahlteiler reflektierten Photon und seinem Partnerphoton im Interferometer stattfindet,

werden lediglich Fälle betrachtet, für die am Strahlteiler ein einzelnes Photon ins Interferometer transmittiert wurde. Entsprechend interferiert zufällig das s- oder das p-polarisierte PDC-Photon mit sich selbst, Fälle von PDC-Photonenpaaren im Interferometer werden mit den Messungen nicht berücksichtigt.

Abbildung 4.29 zeigt zunächst beispielhaft die Autokorrelationsspektren für das s- bzw. das p-polarisierte Photon sowie eine zufällige Kombination aus beiden für entartete PDC mit 3 nm-Bandpassfilter im Strahlengang. Der Lineartisch wurde dabei mit der Schrittweite $\Delta x = 1 \mu\text{m}$ verfahren.

Die gaußförmige Einhüllende in den Spektren des s- bzw. p-polarisierten Photons aus Abbildung 4.28 ist hier nicht eindeutig zu erkennen, wurde jedoch in einer Kontrollmessung mit $\Delta x = 100 \text{ nm}$ Schrittweite bestätigt. Wegen der signifikanten Reduktion der Messdauer wurden die gezeigten Messungen dennoch für $\Delta x = 1 \mu\text{m}$ durchgeführt. Da es sich gegenüber den Messungen aus Abbildung 4.28 um eine neue Justage des Interferenzaufbaus handelt, ist die Lineartischposition für identische Weglängen in beiden Armen der Verzögerungseinheit mit $x_0 \approx -0,99 \text{ mm}$ etwas verschoben.

Die Kohärenzlänge aus den Autokorrelationsspektren des s- und des p-polarisierten Photons in Abbildung 4.29 stimmt mit $l_c \approx 0,33 \text{ mm}$ mit den Erwartungen aus vorangegangenen Experimenten überein. Für das Autokorrelationsspektrum des gemischten Zustands aus s- und p-polarisierten Photonen in Abbildung 4.29 rechts kommt es dagegen über einen deutlich ausgedehnten Bereich zu Interferenz, sodass für diesen Zustand eine größere Kohärenzlänge angenommen werden muss. Zusätzlich sind im Verlauf der Zählraten für verschiedene Lineartischpositionen zwei Knoten zu erkennen, deren Position nicht mit dem Übergang der Zählraten zu statistischen Werten in den Messungen der einzelnen Polarisierungen (links bzw. Mitte) überein stimmt.

Die Sichtbarkeit der Shih-Alley-Interferenz lag für den in Abbildung 4.29 verwendeten PDC-Zustand um $V = 97\%$, bis auf ihren Polarisationszustand handelt es sich daher um nahezu ununterscheidbare Photonen. Da die zufällige Auswahl des zum Interferometer transportierten Photons an einem polarisierenden Strahlteiler geschieht, sind die Photonen im Interferometer entsprechend ununterscheidbar. Weiter werden durch die beschriebene Koinzidenzmessung lediglich Fälle betrachtet, für die ein einzelnes Photon eines PDC-Paares das Interferometer passiert, der Verlauf der Zählraten in Abbildung 4.29 ist daher unabhängig von möglichen Zweiphotoneneffekten.

Die beschriebene Messung wurde für verschiedene PDC-Zustände und Filterkombinationen durchgeführt. Dabei ergaben sich Abweichungen von den Darstellungen in Abbildung 4.29, Abbildungen 4.30 und 4.31 zeigen daher eine Auswahl aus einer systematischen Messung der Autokorrelationsfunktion eines wie oben beschriebenen Mischzustands.

Bei konstanter Kristalltemperatur wird die Pumpwellenlänge kleinschrittig variiert, die PDC-Photonen treffen unter 45° auf den beschriebenen polarisierenden Strahlteiler. Die Messung erfolgt ohne schmalbandige Filterung, das Interferenzspektrum sowie die jeweilige Aufnahme mit dem Gitterspektrographen kann der Abbildung entnommen werden.

Es zeigt sich ein deutlicher Einfluss des PDC-Spektrums auf den Verlauf der Zählraten im

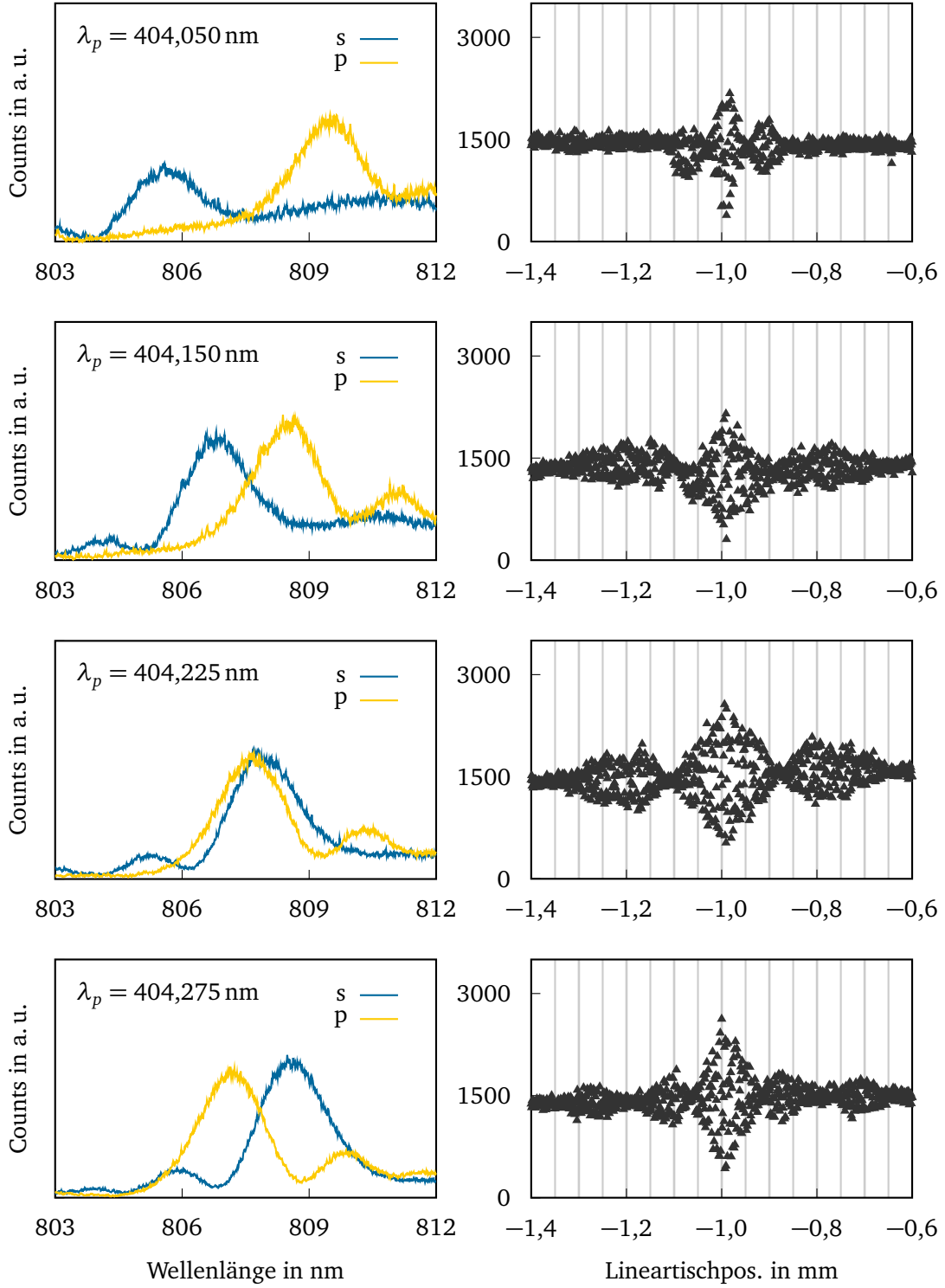


Abbildung 4.30: $g^{(1)}$ -Messung für einen Mischzustand aus beiden PDC-Photonen für verschiedene Kristallparameter. Details können dem Text entnommen werden.

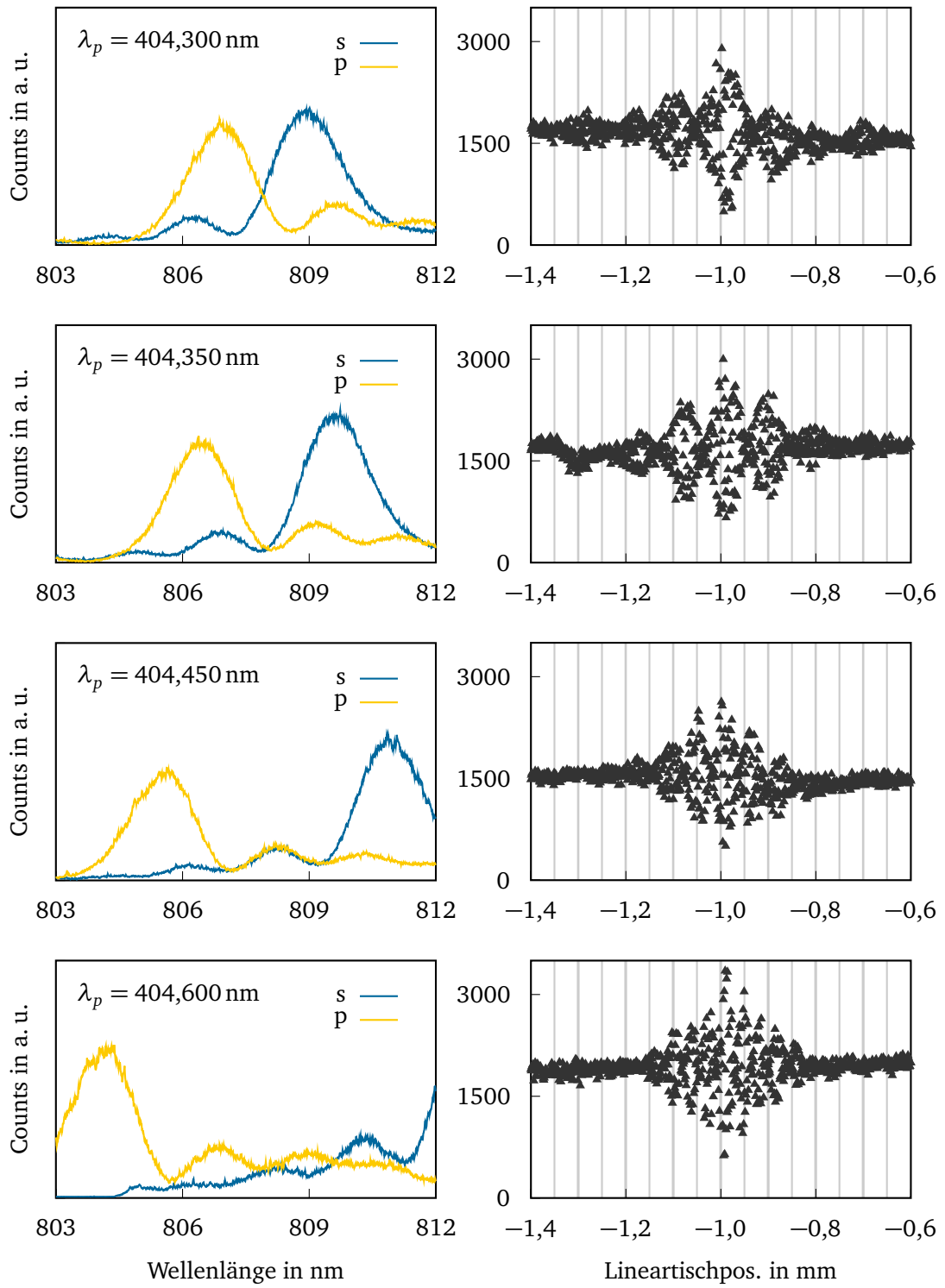


Abbildung 4.31: $g^{(1)}$ -Messung für einen Mischzustand aus beiden PDC-Photonen für verschiedene Kristallparameter. Details können dem Text entnommen werden.

Interferometer. Das aus Abbildung 4.28 bekannte Interferenzspektrum eines einzelnen ungefilterten Typ II-PDC-Photons tritt erst für Pumpwellenlängen um $\lambda_p = 404,6 \text{ nm}$ auf, wenn der spektrale Überlapp zwischen beiden Photonen eines PDC-Paares verschwindet.

Wird nach Gleichung (4.37) lediglich die Einhüllende des Autokorrelationsspektrums mit den Ergebnissen der Zweiphotoneninterferenz verglichen, erinnern die Ergebnisse entfernt an die Shih-Alley-Spektren für nicht-entartete PDC aus den Abbildungen 4.12 und 4.13. Auch dort ergaben sich je nach PDC-Spektrum für verschiedene Lineartischpositionen Zählraten über oder unter dem statistischen Wert bei $p = 1/2$ bzw. 100 %. Eine präzise mathematische Beschreibung der abgebildeten Zählratenverläufe war jedoch auch unter Berücksichtigung einer zusätzlichen Modulation der Einhüllenden nicht möglich.

Analog zu den Überlegungen aus Unterabschnitt 4.3.3 könnte die Entstehung der Knoten in den Autokorrelationsspektren aus Abbildungen 4.30 und 4.31 dennoch durch eine Schwebung zwischen den Interferenzspektren der beiden einzelnen Polarisierungen begründet werden. Für nicht-entartete PDC unterscheiden sich die Wellenlängen der beiden Photonen und nach Gleichung (4.36) entsprechend auch die Perioden der resultierenden schnellen Oszillation im Zählratenverlauf. Wird das Interferenzspektrum des gemischten Zustands als Summe der beiden einzelnen Spektren für das s- bzw. p-polarisierte Photon betrachtet, ergibt sich entsprechend eine Schwebung mit

$$g(\Delta z) \propto \cos\left(2\pi \cdot \left(\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2}\right) \cdot \Delta z\right). \quad (4.40)$$

Nach Gleichung (4.34) ließen sich so auch für die abgebildeten Autokorrelationsspektren die Zentralwellenlängen der verschiedenen interferierenden Photonen bestimmen. Im Unterschied zu den Berechnungen aus Unterabschnitt 4.3.4 wurde der Faktor 2 zwischen Lineartischbewegung und resultierendem Gangunterschied $\Delta z = 2\Delta x$ in Gleichung (4.36) bereits im Ansatz berücksichtigt und muss hier nicht mehr beachtet werden.

Die nach diesem Ansatz ermittelten Ergebnisse lassen sich jedoch nicht mit den Gitterspektrograph-Aufnahmen vereinbaren. Als eingängiges Beispiel soll hier das Autokorrelationsspektrum des Mischzustands für entartete PDC mit 3 nm-Bandpassfilter im Strahlengang aus Abbildung 4.29 besprochen werden. Der Abstand der beiden Knoten im Interferenzspektrum beträgt ca. 0,24 mm. Für die Periode $P = 0,48 \text{ mm}$ der Schwebung ergibt sich nach Gleichung (4.34) für die spektrale Separation beider beteiligter Moden $\Delta\lambda = 1,36 \text{ nm}$. Dieser Unterschied in den Zentralwellenlängen beider Einzelphotonen liegt nicht nur weit über dem Auflösungsvermögen des verwendeten Gitterspektrographen und wäre entsprechend bereits bei der Optimierung der Kristallparameter aufgefallen, auch die angesprochene Sichtbarkeit der Shih-Alley-Interferenz mit $V = 97\%$ könnte mit diesem Zustand nicht erreicht werden. Für die Knoten in den Autokorrelationsspektren in Abbildungen 4.30 und 4.31 muss es daher eine alternative Begründung geben, die bisher nicht gefunden wurde.

Neben dem Auftreten der beschriebenen Knoten im Interferenzspektrum fällt für die Autokorrelation der gemischten PDC-Zustände eine im Vergleich zu den Einzelzuständen deutlich größere Kohärenzlänge auf. Zur Interpretation muss hier zwischen dem Zustand des

Biphotons, also des PDC-Photonenpaars, sowie dem der einzelnen PDC-Photonen unterschieden werden.

In Referenz [70] wurde erstmals eine gegenüber der Kohärenzlänge der einzelnen Photonen vergrößerte Kohärenzlänge eines Biphotons aus Typ I-PDC gezeigt, in Referenz [71] wird dieses Phänomen für Biphotonen aus Typ II-PDC diskutiert. In beiden Referenzen wird als Ursache für die vergrößerte Kohärenzlänge des Biphotons die Kohärenzlänge der verwendeten Pumpquelle angeführt. Während die Variation des Spektrums der einzelnen PDC-Photonen wie in Unterabschnitt 2.2.1 beschrieben aus den Kristallparametern resultiert, wird die Breite eines einzelnen PDC-Photonenpaars lediglich durch die Breite des verwendeten Pumpphotons bestimmt und kann entsprechend schmaler sein als die maximale Bandbreite des verwendeten nichtlinearen Prozesses.

Durch die polarisationsinsensitive Trennung der PDC-Photonenpaare am polarisierenden Strahlteiler wird im beschriebenen Aufbau der Zweiphotonenzustand des Paares nicht zerstört, sodass das Interferenzspektrum durch die Kohärenzlänge des Biphotons bestimmt werden könnte. Da die Kohärenzlänge des als Pumpquelle eingesetzten Diodenlasers jedoch um 10 mm liegt, lässt sich kein direkter Zusammenhang zwischen der Kohärenzlänge der Pumpphotonen sowie der des PDC-Biphotons herstellen. Dennoch kann hier von einer Verbesserung der Kohärenzeigenschaften der Photonen durch die fehlende explizite Messung des PDC-Zustands ausgegangen werden.

4.5 Test der Bellschen Ungleichung

Mit der Begründung der Quantenmechanik wurde der jahrhundertealte Streit um den grundlegenden Charakter von Licht beigelegt. Es entwickelte sich ein neues physikalisches Verständnis, das die Akzeptanz der Wissenschaftler jedoch durch fehlende Kompatibilität mit jeglichen Alltagserfahrungen immer wieder heraus forderte. Dabei löste besonders ein Phänomen kontroverse Diskussionen aus, das heute als ‚Verschränkung‘ (im Englischen *entanglement*) bezeichnet wird. Wird an einem Teilchen eines verschränkten Systems eine Messung durchgeführt, ermöglicht das Ergebnis dieser Messung instantan die Kenntnis des Zustands eines beliebig weit entfernten Partnerteilchens.

1935 formulieren Einstein, Podolsky und Rosen ein Gedankenexperiment, das die Vollständigkeit der quantenmechanischen Beschreibung der Wirklichkeit in Frage stellen sollte. Zunächst werden die folgenden Axiome formuliert:

(1) *„Whatever the meaning assigned to the term complete, the following requirement for a complete theory seems to be a necessary one: every element of the physical reality must have a counterpart in physical theory.“*

(2) *„If, without in any way disturbing a system, we can predict with certainty [...] the value of a physical quantity, then there exists an element of physical reality corresponding to this physical quantity.“*

Wird nun beispielhaft ein System aus zwei Teilchen betrachtet, die zunächst miteinander wechselwirken und sich anschließend diametral voneinander entfernen, kann sowohl der Gesamtimpuls des Systems als auch die relative Distanz beider Teilchen bestimmt werden. Eine Orts- oder Impulsmessung an einem der beiden Teilchen ermöglicht so die Kenntnis des entsprechenden Zustands des Partnerteilchens, ohne dieses einer Messung zu unterziehen. Ort und Impuls dieses Teilchens sind entsprechend nach (2) Elemente der physikalischen Realität. Die Vorhersage zweier komplementärer Messgrößen wie Ort und Impuls eines Teilchens steht jedoch im Widerspruch zur Unschärferelation der Quantenmechanik, die folglich nach (1) unvollständig sein muss [72]. Dieser Widerspruch ist auch als EPR-Paradoxon bekannt und löste heftige Debatten über die neuen quantenmechanischen Theorien aus [73]. Um die „spukhafte Fernwirkung“⁵⁶ zwischen den beiden Teilchen eines verschränkten Paares zu erklären, wie Einstein den Einfluss der Messung an einem der Teilchen auf den Zustand des jeweiligen Partners bezeichnete, wurden in den folgenden Jahren sogenannte ‚versteckte Parameter‘ eingeführt, die eine vollständige Beschreibung der Realität ermöglichen und die Quantenhypothese überflüssig machen sollten (beispielsweise Referenzen [75, 76]).

Erst 1964 gelang John Stewart Bell eine mathematische Beschreibung des Problems, die einen experimentellen Test der konkurrierenden Theorien erlaubte. Er formulierte seine ‚Bellsche Ungleichung‘, deren Verletzung die Existenz einer Quantenwelt gemäß der Kopenhagener Deutung beweist, während ihr zuverlässiges Bestehen Einsteins Hypothese der unvollständigen Quantenmechanik bestätigen würde [77]. Erste Verletzungen der Bellschen Ungleichung konnten bereits 1972 durch Freedman und Clauser experimentell bestätigt werden [78]. In bisherigen Experimenten blieben jedoch stets so genannte ‚Schlupflöcher‘ oder *loopholes* bestehen, Schwachstellen in der experimentellen Implementierung, die eine lokal-realistische Beschreibung der experimentellen Verletzung der Bellschen Ungleichung durch verborgene Parameter ermöglichen. Erst 2015 gelang die Durchführung mehrerer schlupflochfreier Belltests durch die Gruppen um Bas Hensen von der TU Delft [79], Lynden K. Shalm vom NIST in Boulder [14] sowie Marissa Giustina vom IQOQI in Wien [15].

Eine ausführliche Diskussion des Phänomens der Verschränkung sowie verschiedener Formulierungen der Bellschen Ungleichung kann Referenz [80] entnommen werden, Referenz [81] stellt die angesprochenen Schlupflöcher in Experimenten zum Test der Bellschen Ungleichung vor. Eine populärwissenschaftliche Beschreibung der Diskussion um das Wesen der Quantenmechanik in der ersten Hälfte des 20. Jahrhunderts findet sich in Referenz [73].

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wurde die Verletzung der Bellschen Ungleichung in der CSHS-Formulierung für polarisationsverschränkte Photonenpaare nach Clauser, Horne, Shimony und Holt gezeigt [82]. Ziel dieses Experiments war dabei lediglich die Bestätigung von Gleichung (4.16), wonach ein entartetes PDC-Photonenpaar mit relativer Verzögerung

⁵⁶In: Referenz [74], Brief vom 3.3.1947

$\Delta z = 0$ den Strahlteiler im Shih-Alley-Interferometer aus Abschnitt 4.2 in dem polarisationsverschränkten Zustand

$$|\Psi^{(-)}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|\uparrow_{b_1}\rangle |\leftrightarrow_{b_2}\rangle - |\leftrightarrow_{b_1}\rangle |\uparrow_{b_2}\rangle) \quad (4.41)$$

verlässt, sodass für eine Detektion der Koinzidenzzählrate in orthogonalen Messbasen bei verschiedenen relativen Verzögerungen innerhalb des Paares ein Zweiphotoneninterferenzspektrum sichtbar wird. Ein Schließen der verschiedenen Schlupflöcher wurde daher mit dem im Folgenden beschriebenen Experiment nicht angestrebt.

Gleichung (4.41) beschreibt einen der vier Bell-Zustände aus Referenz [83] und damit einen verschränkten Zustand, wie er zu Beginn dieses Abschnittes diskutiert wurde. Die beiden Photonen eines Paares befinden sich in orthogonalen Polarisationszuständen. Wird der lineare Polarisationszustand eines der beiden Photonen durch eine Messung beliebig festgelegt, ist das Partnerphoton entsprechend mit Sicherheit entlang einer dazu orthogonalen Achse polarisiert.

Abbildung 4.32 zeigt die Ergebnisse des durchgeführten Experiments. Der 4 mm-Kristall wird für entartete PDC in den Transmissionsbereich des 3 nm-Bandpassfilters optimiert, die gefilterten Photonenpaare werden mit Hilfe einer polarisationserhaltenden Faser zum Aufbau des Shih-Alley-Interferometers aus Abbildung 4.3 transportiert. Die Lineartischposition in der Verzögerungseinheit wird so gewählt, dass gerade $\Delta z = 0$ gilt. Die Kombination aus Halbwellenplatte und polarisierendem Strahlteiler vor APD-I1, im Folgenden als Analysator A_1 bezeichnet, wird nun für die abgebildeten vier Messungen für die Detektion linearer Polarisationszustände unter 0° , 45° , 90° und 135° eingestellt. Für jede der vier Detektionsrichtungen an A_1 wird die Detektionsrichtung an A_2 , der Kombination aus Halbwellenplatte und polarisierendem Strahlteiler vor APD-I3, in 10° -Schritten zwischen 0° und 200° variiert und jeweils die zeitgleichen Ereignisse zwischen APD-I1 und APD-I3 gezählt.

Die verschiedenen Zählratenverläufe in Abbildung 4.32 zeigen bereits die Polarisationsverschränkung zwischen beiden Photonen eines PDC-Paares. Für klassisch horizontal oder vertikal polarisierte Photonen ergäben sich nach dem Gesetz von Malus⁵⁷ unabhängig von der Stellung von Analysator A_1 Oszillationen in den Zählraten mit Maxima bei $A_2 = 0^\circ + k \cdot 90^\circ$ sowie Minima mit $N_{\min} = N_{\max}/2$ bei $A_2 = 45^\circ + k \cdot 90^\circ$ mit $k \in \mathbb{Z}$. Die Stellung von A_1 hätte dabei lediglich einen Einfluss auf die maximale Zählrate in den einzelnen Messungen.

In Abbildung 4.32 verschieben sich dagegen die Maxima und Minima der Zählratenverläufe bei nahezu konstanter maximaler Zählrate mit den verschiedenen Stellungen an A_1 , zusätzlich geht die Koinzidenzzählrate in den Minima (annähernd) auf Null zurück. Der Polarisationszustand des Photons vor APD-I3 korreliert entsprechend mit dem an APD-I1 gewonnen Ergebnis und ist nicht zufällig.

⁵⁷vgl. beispielsweise Referenz [23]

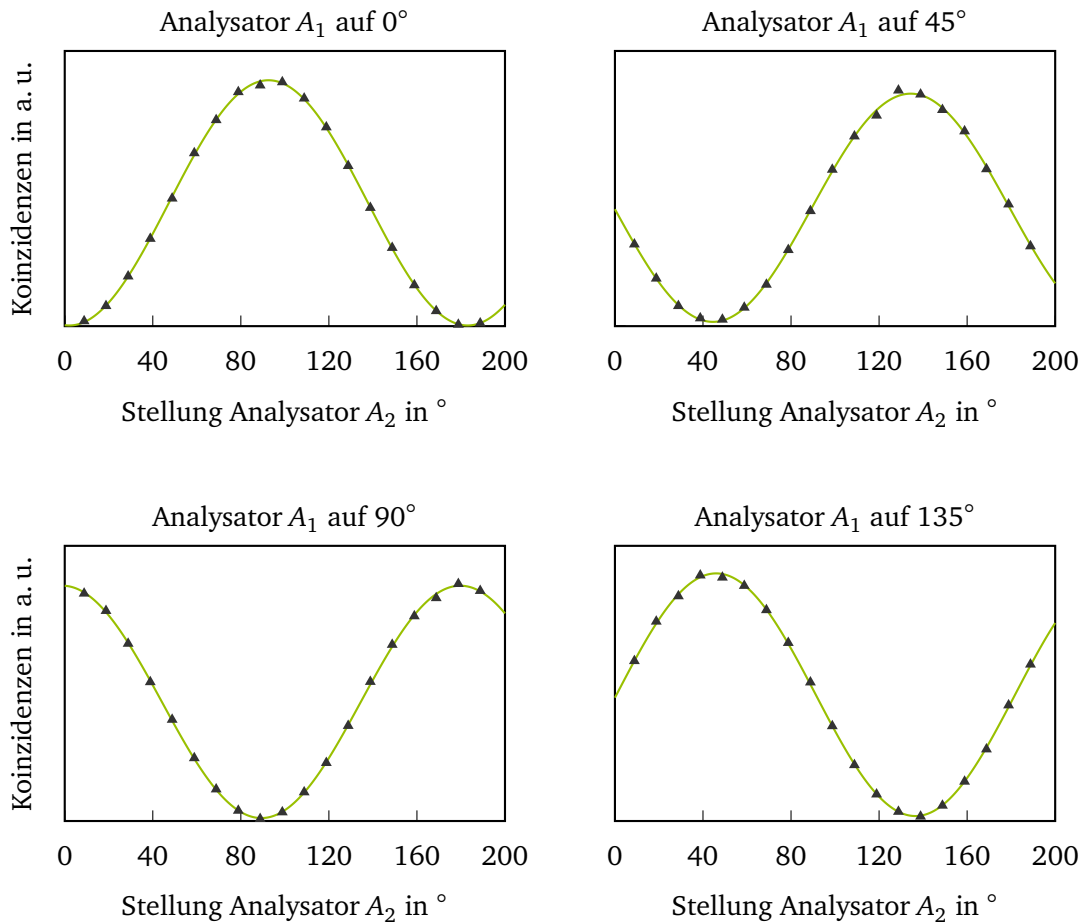


Abbildung 4.32: Experimentelle Ergebnisse zum Test der Bellschen Ungleichung für polarisationsverschränkte Einzelphotonenpaare. Für die Detektion eines PDC-Photons mit vier verschiedenen Analysatorstellungen $A_1 = 0^\circ$ bis $A_1 = 135^\circ$ wird das Partnerphoton unter verschiedenen Stellungen des Analysators A_2 detektiert. Das Maximum der Koinzidenzzahlrate wird wie erwartet der Stellung des ersten Analysators gemäß mit verschoben, die Bellsche Ungleichung wird um 15 Standardabweichungen verletzt.

Für eine quantitative Interpretation der Ergebnisse aus Abbildung 4.32 wird nach Referenz [84] der Wert eines Parameters

$$S = E(\alpha_1, \alpha_2) - E(\alpha_1, \alpha'_2) + E(\alpha'_1, \alpha_2) + E(\alpha'_1, \alpha'_2) \quad (4.42)$$

mit

$$\alpha_1 = 0^\circ, \quad \alpha'_1 = 45^\circ, \quad \alpha_2 = 22,5^\circ, \quad \alpha'_2 = 67,5^\circ, \quad (4.43)$$

$$E(\alpha, \beta) = \frac{N(\alpha, \beta) + N(\alpha_\perp, \beta_\perp) - N(\alpha, \beta_\perp) - N(\alpha_\perp, \beta)}{N(\alpha, \beta) + N(\alpha_\perp, \beta_\perp) + N(\alpha, \beta_\perp) + N(\alpha_\perp, \beta)}, \quad (4.44)$$

$$\alpha_\perp = \alpha + 90^\circ, \quad \beta_\perp = \beta + 90^\circ \quad (4.45)$$

bestimmt. Für $|S| \geq 2$ wird die Bellsche Ungleichung durch die experimentellen Ergebnisse verletzt, eine maximale Verletzung liegt für $|S| = 2\sqrt{2}$ vor.

An die Messdaten aus Abbildung 4.32 wurde für jede Stellung von A_1 eine Funktion mit

$$f(x) = a \cdot \cos^2(b \cdot (x - c)) + d \quad (4.46)$$

angepasst, deren Graphen in Abbildung 4.32 eingezeichnet sind. Diese Funktionen wurden verwendet, um die Zählraten $N(\alpha, \beta)$ aus Gleichung (4.44) für die verschiedenen Analysatorstellungen aus Gleichung (4.43) zu bestimmen. Für den Bellwert aus Gleichung (4.42) ergibt sich damit

$$|S| = 2,75 \pm 0,05, \quad (4.47)$$

die Bellsche Ungleichung wird durch die besprochene Messung um 15 Standardabweichungen verletzt. Trifft ein ununterscheidbares Photonenpaar mit orthogonaler Polarisation zeitgleich auf einen zufälligen Strahlteiler, befinden sich die Photonenpaare, die den Strahlteiler an verschiedenen Ausgängen verlassen, entsprechend tatsächlich in dem in Gleichung (4.41) angegebenen polarisationsverschränkten Zustand.

4.6 Zusammenfassung

Verschiedene Interferenzexperimente mit einzelnen Photonen sowie Einzelphotonenpaaren ermöglichten nicht nur die spektrale Charakterisierung der verwendeten Quelle, mit dem *bunching*-Verhalten der Photonen im Hong-Ou-Mandel-Interferometer sowie der Verletzung der Bellschen Ungleichung im Shih-Alley-Interferometer boten sie darüber hinaus die Möglichkeit, quantenmechanische Phänomene anschaulich darzustellen. Zweiphotoneninterferenzeffekte konnten mit Sichtbarkeiten bis zu $V = 99\%$ gezeigt werden, ein durchgeführter Belltest ergab eine Verletzung der Bellschen Ungleichung um 15 Standardabweichungen.

Der Einfluss verschiedener PDC-Spektren auf den Verlauf der Zweiphotoneninterferenz wurde ausführlich diskutiert. Die Ergebnisse ermöglichten zunächst eine exakte Beschreibung der Nebenmodensituation in der parametrischen Abwärtskonversion, wie sie wegen der geringen Konversionseffizienz der PDC auf der Basis verschiedener Aufnahmen mit einem Gitterspektrographen nicht gelingt. Zusätzlich konnten die beschriebenen systematischen Untersuchungen verschiedener Zweiphotoneninterferenzen auch genutzt werden, um die Abweichungen der Zählratenverläufe für die verwendeten Typ II-PDC-Photonen von der in der Theorie beschriebenen Dreiecksform zu begründen und eine mathematische Beschreibung der experimentellen Ergebnisse zu finden.

5 Aufbau einer Zweiphotonenquelle

In Abschnitt 2.2 wurde die Erzeugung von Photonenpaaren durch den nichtlinearen Prozess der parametrischen Abwärtskonversion diskutiert, das vorliegende Kapitel stellt einen weiteren Ansatz zur Erzeugung ununterscheidbarer Photonenpaare vor. Dabei werden zunächst durch parametrische Abwärtskonversion vom Typ II orthogonal polarisierte Photonenpaare erzeugt. Eines der PDC-Photonen wird anschließend erneut in den nichtlinearen Kristall eingekoppelt und kann durch einen Differenzfrequenzerzeugungsprozess zwischen dem Einzelphoton und einem Pumpphoton verstärkt werden. Das resultierende Photonenpaar wird durch den Nachweis des Partnerphotons aus dem ursprünglichen PDC-Prozess angekündigt.

Angekündigte Zweiphotonenquellen könnten beispielsweise in der Quanteninformation eingesetzt werden, Vorteile gegenüber einem Protokoll mit einzelnen Photonen, wie es im Rahmen dieser Arbeit implementiert wurde, ergeben sich jedoch nur für nahezu verlustfreie Übertragungskanäle zwischen beiden Kommunikationspartnern. Eine ausführliche Diskussion von Quantenschlüsselaustauschprotokollen mit Einzelphotonen erfolgt in Teil II dieser Arbeit, die Vor- und Nachteile eines Zweiphotonenprotokolls werden in Referenz [85] vorgestellt. Auch Interferenzexperimente zur de Broglie-Wellenlänge sind mit Photonenpaarquellen denkbar [70].

Motivation für die in diesem Kapitel besprochenen Experimente war weniger die Implementierung einer konkreten Anwendung als vielmehr eine Bewertung der Realisierbarkeit der vorgestellten Idee. Während die effiziente Konversion von Einzelphotonen aus dem sichtbaren Spektralbereich in das Telekom-C-Band durch Differenzfrequenzerzeugung bereits gezeigt wurde, ist eine Implementierung einer Zweiphotonenquelle durch die Erzeugung und Verstärkung entarteter Photonen in einem einzigen nichtlinearen Kristall bisher nicht bekannt.

Die Konversion von Einzelphotonen in das C-Band wird beispielsweise in Referenz [86] beschrieben. Anders als in den in dieser Arbeit vorgestellten symmetrischen Experimenten ist hier jedoch die Pumpleistung des zusätzlich eingestrahnten klassischen Feldes nicht durch die Geometrie des verwendeten Aufbaus limitiert, eine effiziente Konversion in PPLN ergab sich für Pumpleistungen im Bereich mehrerer 100 mW. In den im Folgenden beschriebenen Experimenten sind die Photonen aus der zu Grunde liegenden PDC sowie die Photonenpaare aus dem DFG-Prozess spektral nicht unterscheidbar und werden mit den selben APDs detektiert. Eine Erhöhung der Pumpleistung führt entsprechend zu einer Erhöhung und schließlich Sättigung der Hintergrundzählraten aus PDC, die Detektion des vergleichsweise geringen Signals der Zweiphotonenereignisse aus DFG wird dann unmöglich.

Im Folgenden werden zunächst die Funktionsweise sowie der experimentelle Aufbau der Zweiphotonenquelle besprochen, bevor in Abschnitt 5.2 einige Herausforderungen in der experimentellen Umsetzung und in Abschnitt 5.3 schließlich verschiedene experimentelle Ergebnisse vorgestellt werden. Auf die zu Grunde liegenden nichtlinearen Prozesse wird hier nicht weiter eingegangen. Theoretische Details können Abschnitt 2.1 entnommen werden, der verwendete PDC-Prozess von 404 nm nach 808 nm in PPKTP wird in Abschnitt 3.4 ausführlich besprochen.

5.1 Experimenteller Aufbau

Abbildung 5.1 gibt zunächst einen Überblick über die physikalischen Abläufe im Rückkopplungsexperiment. Die verschiedenen Schritte sind mit ① bis ⑤ gekennzeichnet, eine kurze Beschreibung wird in Tabelle 5.1 gegenüber gestellt. Eine Zusammenfassung der verschiedenen im Experiment erwarteten koinzidenten Ereignisse kann Tabelle 5.2 entnommen werden, bevor in Abbildung 5.2 schließlich der experimentelle Aufbau einer Zweiphotonenquelle abgebildet ist. Dieser stimmt in großen Teilen mit dem bereits in Abschnitt 3.3 beschriebenen Aufbau zur Kristallcharakterisierung überein, im Folgenden werden daher lediglich die Unterschiede zu diesem Aufbau angesprochen. Zusätzlich soll die grundsätzliche Idee zur Erzeugung ununterscheidbarer Photonenpaare diskutiert werden.

Überblick Die geplante Zweiphotonenquelle basiert auf der Verwendung zweier nichtlinearer Prozesse in PPKTP. S-polarisierte Einzelphotonen aus parametrischer Abwärtskonversion (PDC) werden orthogonal zu ihrem ursprünglichen Zustand polarisiert im Konversionskristall mit den Pumpphotonen der PDC überlagert. Zwischen einem PDC-Photon und einem Pumpphoton kann es dann zu Differenzfrequenzerzeugung (DFG) und damit einer Verstärkung des PDC-Photons kommen. Das so entstandene p-polarisierte Photonenpaar wird anschließend an einem polarisierenden Strahlteiler aus dem Experiment ausgekoppelt und kann mit $p = 1/2$ in beiden Ausgängen eines zufälligen Strahlteilers als koinzidentes Ereignis detektiert werden. Das bei der DFG zusätzlich entstandene s-polarisierte Einzelphoton wird am polarisierenden Strahlteiler zurück in das Rückkopplungsexperiment reflektiert.

Für die Implementierung der Zweiphotonenquelle muss entsprechend in einem ersten Schritt die entartete parametrische Abwärtskonversion in PPKTP optimiert werden. Die Photonenpaare müssen schließlich systematisch getrennt und die Rückkopplung des s-polarisierten Zustands in den Konversionskristall realisiert werden.

PDC-Prozess Die Erzeugung der entarteten PDC-Photonen als Grundlage für den DFG-Prozess zur Photonenpaarerzeugung erfolgt mit dem bereits in Kapitel 3 vorgestellten experimentellen Aufbau. Einzige Modifikation stellt ein Faraday Isolator (FI) zum Schutz der eingesetzten Laserdiode dar.⁵⁸

⁵⁸IO-5-405-LP von Thorlabs

Für die Detektion der DFG-Photonenpaare in Schritt ⑤ aus Abbildung 5.1 folgt dem polarisierenden Strahlteiler zur systematischen Trennung der PDC-Photonenpaare im experimentellen Aufbau der Zweiphotonenquelle ein zufälliger Strahlteilerwürfel⁵⁹ im transmittierten Ausgang. Die Optimierung des zu Grunde liegenden PDC-Prozesses erfolgt über die koinzidente Detektion der p-polarisierten PDC-Photonen im transmittierten Ausgang dieses Strahlteilers sowie der s-polarisierten Partnerphotonen wie gewohnt im reflektierten Ausgang des ersten, polarisierenden Strahlteilers. Die Koinzidenzzählrate liegt entsprechend bei etwa 50 % des aus der Kristallcharakterisierung erwarteten Wertes.

Rückkopplung Für den DFG-Prozess muss eines der PDC-Photonen, im Folgenden das s-polarisierte Photon, im Kristall mit den Pumpphotonen um 404 nm überlagert, also in den Kristall zurück gekoppelt werden. Der Transport des Photons zur Einkopplenseite des nichtlinearen Kristalls erfolgt dabei über eine polarisationserhaltende Faser⁶⁰ im reflektierten Ausgang des PBS, der Polarisationszustand des zurück gekoppelten Photons kann mit Hilfe der Halbwellenplatte zwischen Kristall und polarisierendem Strahlteiler ausgewählt werden. Ein elektronisch ansteuerbarer Schließmechanismus erlaubt außerdem ein Blockieren der Photonen im reflektierten Ausgang, sodass im laufenden Experiment Messungen ohne zurück gekoppeltes Photon möglich sind.

Die Auskopplung der Photonen aus der im Folgenden als „Rückkoppelfaser“ bezeichneten Faser erfolgt mit Hilfe eines Mikroskopobjektivs⁶¹, zwei Spiegel⁶² ermöglichen die Ausrichtung des Strahlengangs der PDC-Photonen. Eine elektronisch regelbare Halbwellenplatte erlaubt außerdem die Manipulation des linearen Polarisationszustands des rückgekoppelten Photons, ohne das Labor betreten und damit das Experiment stören zu müssen. Die PDC-Photonen werden an einem dichroitischen Spiegel⁶³ mit dem Pumplicht der PDC überlagert. Da in verschiedenen Experimenten ein von diesem Spiegel verursachter wellenlängenabhängiger Strahlversatz der Einzelphotonen vermutet wurde, der sich auf die Einkoppleffizienz der Photonen in den Kristall auswirkte, wird dieser durch einen zusätzlichen baugleichen Spiegel im Strahlengang der Einzelphotonen kompensiert.

Die Justage der Rückkopplung erfolgt mit Hilfe eines Justagelasers um 808 nm. Die Strahlung wird dabei zunächst in eine Faser eingekoppelt, die dann mit der eigentlichen Rückkoppelfaser verbunden wird. Die Propagation des Justagelichts im Wellenleiter der PDC aus dem letzten Schritt wird mit Hilfe der sensitiven Kamera kontrolliert.

Der Eingang der Rückkoppelfaser wird nun auf einen Faserkoppler im reflektierten Ausgang des polarisierenden Strahlteilers zur Trennung der PDC-Photonen umgesteckt, der zuvor mit Hilfe einer geeigneten Einzelmodenfaser vorjustiert wurde.

⁵⁹PCBS-800-50-P von CVI Melles Griot

⁶⁰PM780-HP von Thorlabs

⁶¹M-10x von Newport

⁶²100715 von Layertec

⁶³HR400HT700-900 von Laser Components, frühere Bezeichnung 15L400008

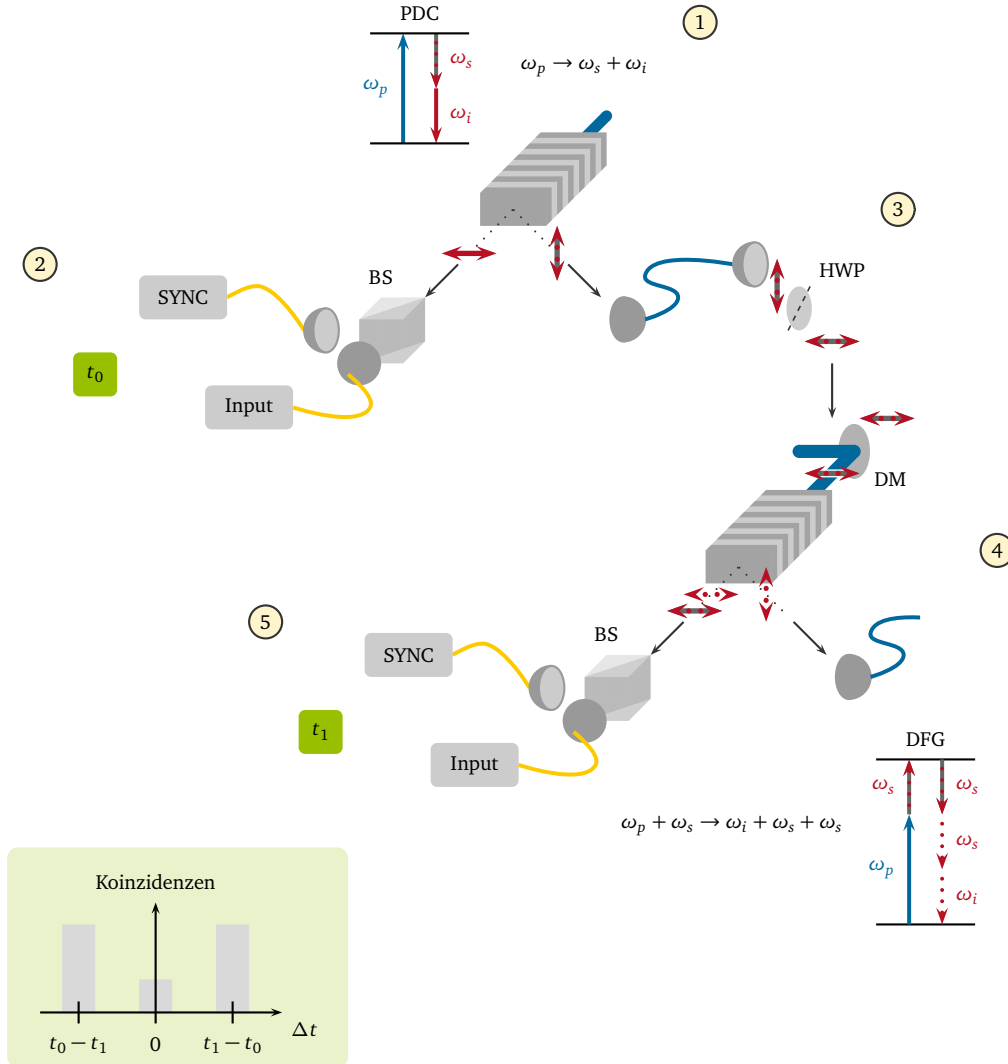


Abbildung 5.1: Erzeugung eines ununterscheidbaren Photonenpaares durch Differenzfrequenzerzeugung in PPKTP auf dem Einzelphotonenniveau. Details zu den verschiedenen Abläufen können Tabelle 5.1 sowie dem Text entnommen werden, eine detaillierte Betrachtung der koinzidenten Ereignisse zwischen beiden Eingängen der Koinzidenzelektronik erfolgt in Tabelle 5.2.

Um die beiden Photonen der parametrischen Abwärtskonversion in Schritt ① besser unterscheiden bzw. insbesondere den Verlauf des s-polarisierten Photons verfolgen zu können, wird dieses Photon in grau-rot gepunktet dargestellt. Das Photonenpaar aus dem DFG-Prozess in Schritt ⑤ ist rot gepunktet gekennzeichnet.

Tabelle 5.1: Beschreibung der einzelnen Schritte aus Abbildung 5.1 zur Erzeugung eines ununterscheidbaren Photonenpaares durch Differenzfrequenzerzeugung.

Schritt	Beschreibung
①	Zunächst zerfällt wie in Abschnitt 2.2 beschrieben ein Pumpphoton mit ω_p durch parametrische Abwärtskonversion vom Typ II in PPKTP in ein orthogonal polarisiertes Photonenpaar mit ω_s und ω_i . Aufgrund der Energieerhaltung gilt $\omega_p = \omega_s + \omega_i$, die Kristallparameter sind für einen entarteten Prozess mit $\omega_s = \omega_i = \omega_p/2$ optimiert.
②	Das p-polarisierte <i>idler</i> -Photon (rot) trifft auf einen zufälligen Strahlteiler (BS) und kann in beiden Ausgängen durch jeweils eine fasergekoppelte Lawinenphotodiode detektiert werden. Der Detektor im reflektierten Ausgang des Strahlteilers ist dabei mit dem Synchronisationseingang der verwendeten Koinzidenzelektronik (SYNC) verbunden, der im transmittierten Ausgang mit ihrem Standardeingang (Input). Ereignisse an jedem der beiden Eingänge bekommen den Zeitstempel t_0 .
③	Das s-polarisierte <i>signal</i> -Photon (grau-rot) wird mit Hilfe einer polarisationserhaltenden Faser (im Folgenden als „Rückkoppelfaser“ bezeichnet) auf die Einkopplenseite des Konversionskristalls geleitet. Nach der Auskopplung kann der lineare Polarisationszustand des Photons mit Hilfe einer Halbwellenplatte (HWP) manipuliert werden. Zunächst wird hier ein p-polarisierter Zustand eingestellt, nach Kapitel 4 ist das Photon dann von seinem ursprünglich p-polarisierten Partnerphoton kaum zu unterscheiden.
④	Das nun p-polarisierte Photon wird an einem dichroitischen Spiegel mit dem Pumplicht der PDC aus Schritt ① überlagert und mit diesem gemeinsam in den Kristall zurück gekoppelt. Zwischen einem Pumpphoton sowie dem zurück gekoppelten PDC-Photon kann es dann zu einem Differenzfrequenzerzeugungsprozess mit $\omega_p + \omega_s \rightarrow \omega_i + \omega_s + \omega_s$ kommen. Sofern der zu Grunde liegende PDC-Prozess entartet war, entstehen dabei aufgrund der Energieerhaltung drei Einzelphotonen mit $\omega_p/2$, zwei der Photonen sind p-, das dritte s-polarisiert. In Abbildung 5.1 ist das hinzu gekommene Photonenpaar gepunktet gekennzeichnet, das rückgekoppelte PDC-Photon aus den vorherigen Schritten ist weiter in grau-rot dargestellt. Das s-polarisierte DFG-Photon wird schließlich gemeinsam mit den s-polarisierten PDC-Photonen in die Rückkoppelfaser eingekoppelt und entsprechend nach Schritt ③ ebenfalls in den Kristall zurück geleitet.
⑤	Wie bereits in Schritt ② für das p-polarisierte PDC-Photon beschrieben, werden nun auch die beiden p-polarisierten Einzelphotonen aus dem DFG-Prozess in beiden Ausgängen des zufälligen Strahlteilers detektiert. Beide Signale bekommen den Zeitstempel t_1 .

Tabelle 5.2: Betrachtung der koinzidenten Ereignisse zwischen beiden Eingängen ‚SYNC‘ und ‚Input‘ der Koinzidenzelektronik für den in Abbildung 5.1 abgebildeten Ablauf der Photonenpaarerzeugung durch zwei nichtlineare Prozesse.

Δt	Beschreibung
$t_1 - t_0$	Das p-polarisierte <i>idler</i> -Photon aus der PDC wird am zufälligen Strahlteiler reflektiert und löst entsprechend zum Zeitpunkt t_0 am SYNC-Eingang der Koinzidenzelektronik ein Triggersignal aus. Das s-polarisierte Partnerphoton wird wie beschrieben in den Kristall zurück gekoppelt und trifft nach einem Umlauf auf den gleichen Strahlteiler. Das Photon wird nun an diesem Strahlteiler transmittiert und führt zum Zeitpunkt t_1 zu einem Signal am Standardeingang der Koinzidenzelektronik. Diese registriert entsprechend ein koinzidentes Ereignis für die Zeitdifferenz $t_1 - t_0$, die gerade der Zeit für einen Umlauf im beschriebenen Aufbau entspricht.
$t_0 - t_1$	Hier löst das p-polarisierte PDC-Photon zunächst im transmittierten Ausgang des Strahlteilers ein Signal am Standardeingang der Koinzidenzelektronik aus, sein s-polarisiertes Partnerphoton trifft nach einem Umlauf im Rückkopplungsaufbau im reflektierten Ausgang des Strahlteilers auf den Detektor, der mit dem Synchronisationseingang verbunden ist. Die Zeitdifferenz zwischen beiden Photonen eines PDC-Paares entspricht damit erneut der Zeit für einen Umlauf des s-polarisierten Photons, da das Synchronisationssignal jedoch nach dem eigentlichen Signal ankommt, werden hier Koinzidenzen für eine negative Zeitdifferenz $t_0 - t_1$ zwischen beiden Signalen detektiert.
0	Zum Zeitpunkt $\Delta t = 0$ registrierte Ereignisse entstehen aus der simultanen Detektion zweier zeitgleich im nichtlinearen Medium entstandener Photonen in beiden Ausgängen des beschriebenen Strahlteilers. Im idealen Fall ist die Koinzidenzzählrate bei $\Delta t = 0$ ein Maß für die Effizienz des DFG-Prozesses zur Erzeugung eines p-polarisierten Photonenpaares im beschriebenen Rückkopplungsaufbau. Im Experiment zeigte sich jedoch ein signifikanter Untergrund, der auch aus der fehlerhaften Trennung des ursprünglichen PDC-Photonenpaares resultiert. Mit $p < 0,001$ transmittiert der eingesetzte polarisierende Strahlteilerwürfel fälschlicherweise ein s-polarisiertes Photon, sodass in der Folge das PDC-Photonenpaar als Koinzidenz nachgewiesen werden kann. Die zeitgleiche Erzeugung zweier PDC-Photonenpaare führt ebenso zu einem Anstieg der Koinzidenzzählrate bei $\Delta t = 0$.

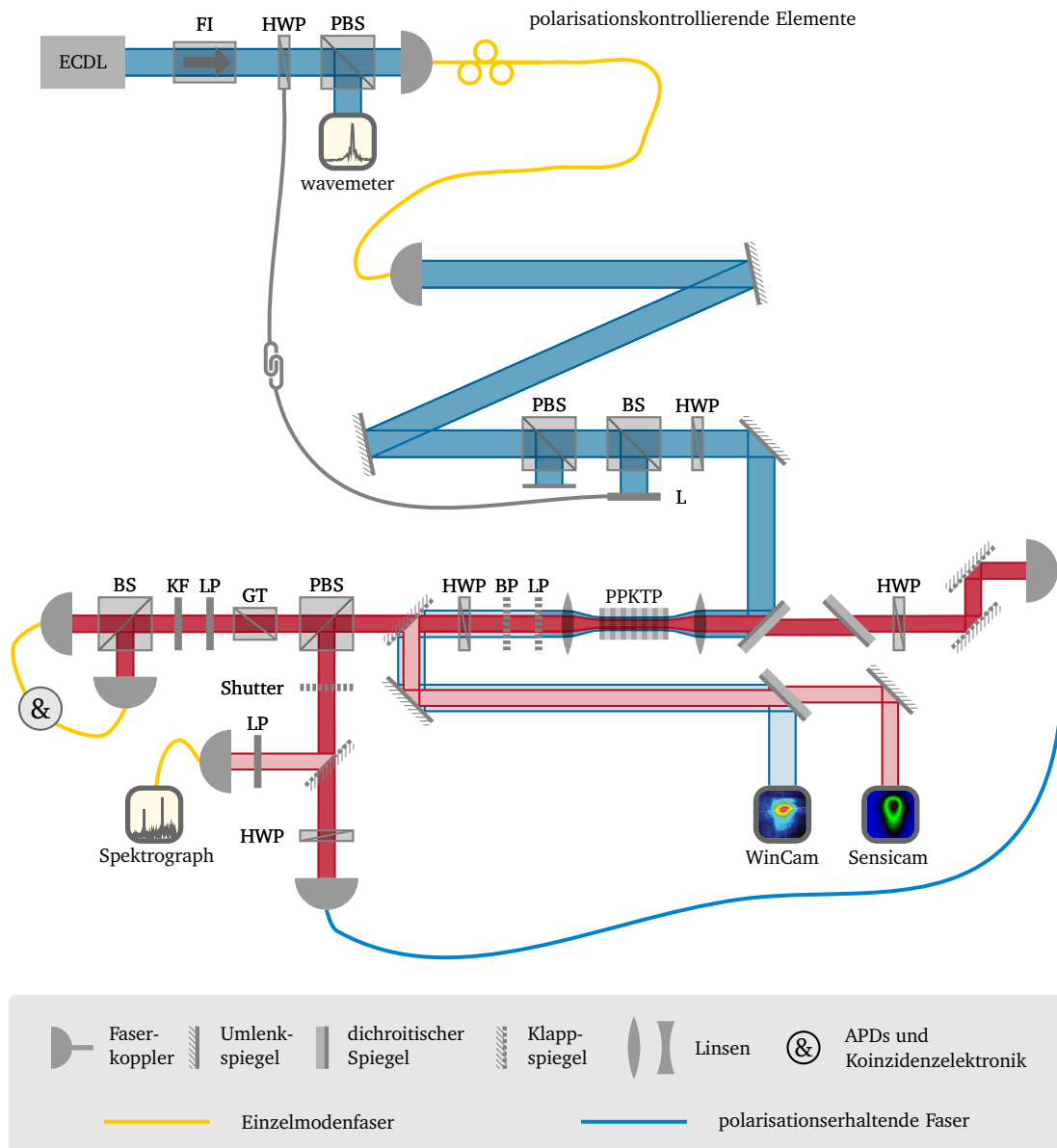


Abbildung 5.2: Experimenteller Aufbau einer Zweiphotonenquelle aus zwei nichtlinearen Prozessen nach Abbildung 5.1 mit FI – Faraday Isolator, HWP – Halbwellenplatte, PBS – polarisierender Strahlteiler, BS – zufälliger Strahlteiler, GT – Glan-Thompson Polarisator, LP – Langpassfilter, BP – Bandpassfilter, KF – Kantenfilter, L – Leistungsmessgerät.

DFG-Prozess Die aus dem PDC-Prozess zurück gekoppelten Photonen mit ω_s werden linear parallel zum Tisch polarisiert im für die PDC verwendeten Wellenleiter des nichtlinearen Kristalls mit den Pumpphotonen mit ω_p überlagert. Da das zurück gekoppelte Photon in einem zu seinem ursprünglichen Zustand orthogonalen Polarisationszustand in den Kristall zurück gekoppelt wird, ist eine Phasenanpassung des Differenzfrequenzerzeugungsprozesses nicht automatisch gegeben. Für die PDC gilt $\omega_{p,\leftrightarrow} \rightarrow \omega_{s,\uparrow} + \omega_{i,\leftrightarrow}$. Der angestrebte DFG-Prozess mit

$$\text{DFG: } \omega_{p,\leftrightarrow} + \omega_{s,\leftrightarrow} \rightarrow \omega_{s,\uparrow} + \omega_{i,\leftrightarrow} + \omega_{s,\leftrightarrow} \quad (5.1)$$

ist entsprechend nur phasenangepasst, falls $\omega_s = \omega_i$ gilt. Trivialerweise ist dies für entartete PDC der Fall. Da sich im Spektrum der PDC neben der erwarteten Hauptmode jedoch wie angesprochen auch mehrere zum Teil sehr dominante Nebenmoden im nahen PDC-Spektrum zeigten, kann eine Phasenanpassung des DFG-Prozesses auch für von dem entarteten Prozess verschiedene Kristallparameter erreicht werden. Ausschlaggebend ist die Möglichkeit der Phasenanpassung der zurück gekoppelten Wellenlänge in beiden Polarisierungen des PDC-Prozesses.

Für die im DFG-Prozess erwartete Leistung P_{DFG} gilt nach Referenz [48]

$$P_{\text{DFG}} = P_{808} \cdot P_{404} \cdot \kappa^2 \cdot L^2 \quad (5.2)$$

mit κ^2 der Effizienz des Prozesses in $1/\text{W}\cdot\text{cm}^2$, L der Länge des nichtlinearen Mediums in cm und P_i den Leistungen der beteiligten Fundamentalen. Die Effizienz des DFG-Prozesses in den verschiedenen Kristallen ist nicht bekannt, für den SHG-Prozess von 808 nm nach 404 nm gilt laut Datenblatt für den hauptsächlich eingesetzten 11 mm langen Kristall BCT1212-B33 (vgl. Abschnitt B.4) $\kappa^2 = 0,3 \text{ } 1/\text{W}\cdot\text{cm}^2$.

Die Zahl der PDC-Photonenpaare pro Sekunde je μW Pumpleistung wird mit ca.

$$N_{\text{PDC}} \approx 75\,000 \text{ Photonenpaare}/\text{s}\cdot\mu\text{W} \quad (5.3)$$

abgeschätzt, die Rückkopplungseffizienz in den Konversionskristall beträgt etwa 30 %. Eine detaillierte Abschätzung der verschiedenen Konversions- und Kopplungseffizienzen kann Anhang F entnommen werden.

Für die Zahl der DFG-Photonenpaare im beschriebenen Experiment ergibt sich dann etwa

$$\begin{aligned} N_{\text{DFG}} &= \frac{1}{2} \cdot \frac{P_{\text{DFG}}}{E_{808}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{P_{808}}{E_{808}} \cdot P_{404} \cdot \kappa^2 \cdot L^2 = \frac{1}{2} \cdot N_{808} \cdot P_{404} \cdot \kappa^2 \cdot L^2 \\ &\approx 4 \times 10^{-3} \cdot |P_{404}|^2 \text{ Photonenpaare}/\text{s}. \end{aligned} \quad (5.4)$$

Dabei ist $|P_{404}|$ der Betrag der Pumpleistung in μW , der Faktor $1/2$ ist notwendig, um aus der Energie des DFG-Prozesses die Zahl der PhotonenPAARE pro Zeiteinheit zu bestimmen. Die verwendeten Pumpleistungen liegen im Bereich einiger $100 \mu\text{W}$, wegen der geringen

Detektionseffizienz um 3 % für Photonenpaare im beschriebenen Aufbau werden in den im Folgenden vorgestellten Experimenten einige wenige Ereignisse pro Sekunde erwartet.

Detektion Die Detektion des DFG- sowie des zu Grunde liegenden PDC-Prozesses erfolgt in beiden Ausgängen des zufälligen Strahlteilers im transmittierten Ausgang des polarisierenden Strahlteilers zur Trennung der PDC-Photonen. Für die Auswertung der koinzidenten Ereignisse wird hier das TimeHarp 260 Nano-Board von PicoQuant verwendet. Das Board verfügt über einen Synchronisations- sowie zwei Standardeingänge und ermöglicht die zeitgleiche Darstellung der koinzidenten Ereignisse zwischen dem Synchronisationseingang und jedem der beiden Standardeingänge für verschiedene Verzögerungszeiten. Die Auflösung beträgt dabei 1 ns.

Tabelle 5.2 gibt einen Überblick über die koinzidenten Ereignisse in beiden Ausgängen des Strahlteilerwürfels. Insbesondere kann der zu Grunde liegende PDC-Prozess für $|\Delta t| = t_1 - t_0$ mit t_0 und t_1 den Zeitstempeln aus Abbildung 5.1 detektiert werden. Diese Zählraten ermöglichen die Optimierung des gesamten Rückkopplungsexperiments. Photonenpaare aus dem DFG-Prozess werden als koinzidente Ereignisse bei $\Delta t = 0$ registriert. In Abschnitt 5.2 wird ausführlich auf die Herausforderungen bei der Detektion zeitgleicher Ereignisse im beschriebenen Experiment eingegangen.

Strategien zur Datenaufnahme Da sich im Laufe der Vorbereitungen für das beschriebene Experiment die Detektion des erwarteten Zählratenanstiegs um $\Delta t = 0$ als schwierig erwies, wurden zwei Ansätze zum Nachweis des DFG-Prozesses verfolgt. Zunächst wurden Koinzidenzen mit und ohne rückgekoppelte Photonen für verschiedene Pumpwellenlängen aufgenommen, da wie oben beschrieben ein Maximum der DFG-Photonenpaare für entartete PDC erwartet wurde. Nachdem diese Messungen keine zuverlässige Bewertung des Experiments zuließen, wurde die Ansteuerung der beschriebenen Halbwellenplatte im Strahlengang des rückgekoppelten Photons motorisiert und Koinzidenzzählraten für verschiedene Polarisationszustände des rückgekoppelten Photons aufgenommen.

Die experimentellen Herausforderungen und Strategien zum Nachweis der Photonenpaarerzeugung sowie die gewonnenen Ergebnisse werden in den folgenden Abschnitten vorgestellt.

5.2 Vorbereitungen und Herausforderungen

Bei der Umsetzung der beschriebenen Idee zur Erzeugung ununterscheidbarer Photonenpaare durch zwei nichtlineare Prozesse ergaben sich verschiedene Herausforderungen, die in diesem Abschnitt diskutiert werden sollen. Abbildung 5.3 zeigt eine erste Koinzidenzmessung in beiden Ausgängen des zufälligen Strahlteilers im transmittierten Ausgang des PBS zur Trennung der PDC-Photonen in Abbildung 5.2 mit (grün) und ohne (grau) Rückkopplung. Erwartungsgemäß ergeben sich zwei Anstiege in den Koinzidenzzählraten mit Rückkopplung, die wie beschrieben aus dem zu Grunde liegenden PDC-Prozess resultieren. Während das p-polarisierte Photon nach der Erzeugung am Strahlteiler transmittiert und zum Zeitpunkt t_0 an einer der APDs detektiert wird, wird sein s-polarisiertes Partnerphoton

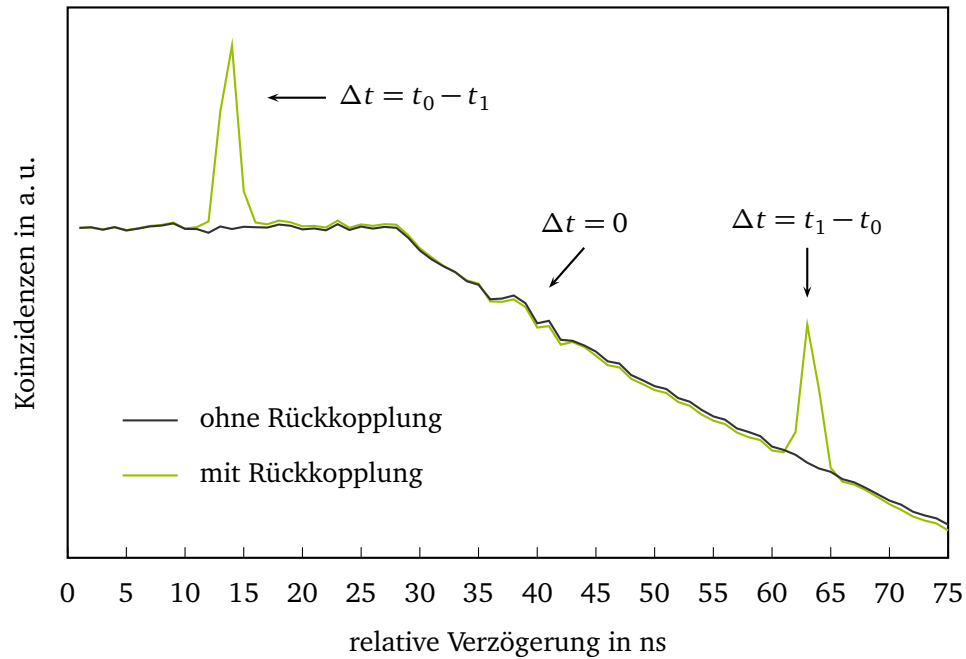


Abbildung 5.3: Erste Koinzidenzmessung mit dem in Abbildung 5.2 beschriebenen experimentellen Aufbau. Zu erkennen sind die beiden PDC-Peaks mit $|\Delta t| = t_1 - t_0$ um 13 bzw. 63 ns in der Messung mit Rückkopplung. Um $\Delta t = 0$ bei 38 ns ist sowohl in der Messung mit (grün) als auch in der ohne (grau) Rückkopplung ein geringer Anstieg in der Koinzidenzzählrate erkennbar. Die Messung lässt allgemein einen systematischen Untergrund in den Zählraten vermuten, außerdem ist ein scharfer Knick in den Zählraten um 30 ns zu erkennen. Für größere Verzögerungszeiten fällt der Untergrund annähernd linear ab.

zunächst in den Kristall zurück gekoppelt, bevor es nach einem Umlauf zum Zeitpunkt t_1 ebenfalls detektiert wird. Die Zeitdifferenz $|\Delta t| = t_1 - t_0$ entspricht der Umlaufzeit eines Photons im beschriebenen Aufbau und kann durch die Länge der zur Rückkopplung verwendeten polarisationserhaltenden Faser beeinflusst werden.

Neben den beschriebenen Anstiegen in der Koinzidenzzählrate für die Detektion der PDC-Photonen wird für $\Delta t = 0$ ein dritter, deutlich geringerer Anstieg aus der Detektion zeitgleich erzeugter DFG-Photonenpaare erwartet.

In der abgebildeten Messung entspricht die relative Verzögerung für zeitgleiche Photonenpaare etwa 38 ns, im Verlauf der Zählrate mit Rückkopplung ist hier ein leichter Anstieg zu erkennen. Dieser zeigt sich jedoch auch in der Messung mit blockierter Rückkopplung. Im Folgenden sollen daher verschiedene Experimente vorgestellt werden, die die Ursachen für

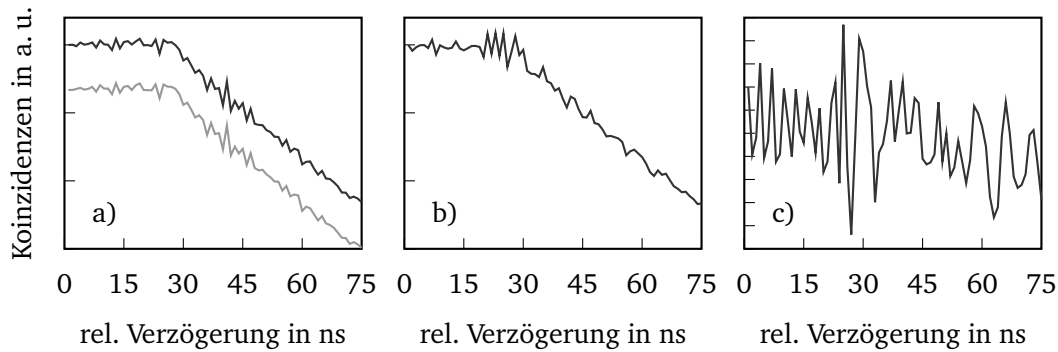


Abbildung 5.4: Koinzidenzzählraten mit dem TimeHarp-Board für unkorreliertes Hintergrundlicht. Die abgebildeten Messungen wurden für verschiedene Eingänge des TimeHarp-Boards sowie Kabel zwischen der Spannungsversorgung der Detektoren und dem Board aufgenommen. Es zeigt sich ein von der Konfiguration der Messelektronik abhängiger Hintergrund in den Koinzidenzzählraten. Details können dem Text entnommen werden.

den beobachteten systematischen Verlauf der Hintergrundzählrate untersuchen. Abschließend wird kurz auf die Probleme während der eigentlichen Messungen eingegangen.

5.2.1 Hintergrundeffekte der Koinzidenzelektronik

Da für die in Abbildung 5.3 gezeigte Messung sowohl in der Zählrate mit als auch in der ohne Rückkopplung systematische Anstiege und Einbrüche erkennbar sind, wurde der Verlauf der Hintergrundzählrate zunächst separat untersucht. Um jegliche Effekte durch reale Korrelationen in den Einzelzählraten an beiden Eingängen der Koinzidenzelektronik ausschließen zu können, wurden die ersten Testmessungen ohne PDC-Photonen durchgeführt. Die eigentlich fasergekoppelten Lawinenphotodioden wurden ohne Fasern betrieben, sodass verbleibendes Umgebungslicht ungehindert auf den Detektor treffen und eine konstante, unkorrelierte Hintergrundzählrate erzeugen konnte. In Abbildung 5.4 sind verschiedene solcher Messungen abgebildet. Dabei wurden sowohl die beiden Standardeingänge des TimeHarp-Boards als auch die Auswirkungen verschiedener Kabel zwischen der Spannungsversorgung der APDs und den Standardeingängen der Koinzidenzelektronik getestet. Das Signal am Synchronisationseingang wurde nicht verändert.

Abbildung 5.4 a) zeigt zwei verschiedene Messungen für ein Signal an Input 1 des TimeHarp-Boards. Die zweite Messung ist hier als Beispiel für die Reproduzierbarkeit der Verläufe in allen folgenden Messungen abgebildet und zur besseren Unterscheidbarkeit gegenüber der ersten vertikal verschoben. Für beide Messungen ergeben sich identische Schwankungen in der Hintergrundzählrate, die sich auch in weiteren Messungen systematisch reproduzieren ließen. Abbildung 5.4 b) und c) zeigen daher jeweils nur eine repräsentative Messung für den getesteten Aufbau. Abbildung 5.4 b) zeigt den Verlauf der Hintergrundzählrate für den Transport des Signals mit Hilfe eines zweiten Kabels an Input 2 der Koinzidenzelektronik,

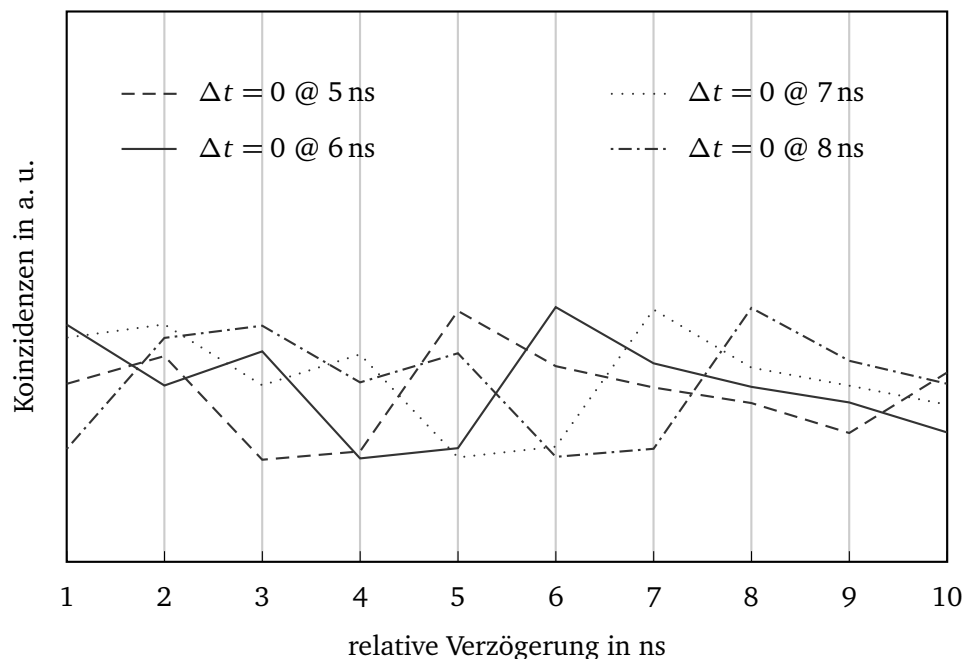


Abbildung 5.5: Koinzidenzzählraten mit dem TimeHarp-Board für unkorreliertes Hintergrundlicht für verschiedene im Programm fest eingestellte Verzögerungen zwischen den Signalen an beiden Eingängen des TimeHarp-Boards. Die relative Verzögerungszeit zwischen zeitgleichen Ereignissen wird so zwischen 5 und 8 ns verschoben, der Hintergrund zeigt jeweils an dieser Stelle einen leichten Anstieg in den Zählraten.

Abbildung 5.4 c) zeigt eine Kombination aus dem zweiten Kabel und dem ersten Eingang des TimeHarp-Boards. In allen drei Messungen ist ein deutlicher Einfluss der experimentellen Parameter auf die Hintergrundzählrate zu erkennen. In der Folge wurden daher für die Verbindung der Spannungsversorgung der Detektoren mit dem TimeHarp-Board möglichst kurze Kabel mit jeweils ca. 30 cm Länge eingesetzt, es wurden ausschließlich Signale an Input 2 des Boards aufgenommen. Für die Hintergrundzählraten ergab sich so ein vergleichsweise ruhiger Verlauf.

Neben signifikanten Schwankungen in der Hintergrundzählrate zeigen die bisherigen Messungen außerdem einen Abfall der Zählrate ab einer relativen Verzögerung um 30 ns. Für die folgenden Messungen wurde daher die relative Verzögerung für zeitgleiche Ereignisse durch Anpassen einer internen Verzögerungszeit in der Auswertungssoftware in den einstelligen ns-Bereich verschoben, der Zählratenanstieg für $\Delta t = t_1 - t_0$ wurde zunächst durch die Verwendung einer 2 m langen polarisationserhaltenden Faser für die Rückkopplung des PDC-Photons in den konstanten Bereich $< 30 \text{ ns}$ verschoben. Der zweite PDC-Peak um $\Delta t = t_0 - t_1$ ist in dieser Konfiguration nicht mehr sichtbar.

Abbildung 5.5 zeigt die Hintergrundzählrate in einem Ausschnitt bis zu der relativen Verzögerung 10 ns. Mit Hilfe der im Programm einstellbaren zusätzlichen Verzögerung zwischen beiden Eingängen des TimeHarp-Boards wurde die relative Verzögerung für zeitgleiche Ereignisse zwischen 5 und 8 ns verschoben. In der Hintergrundzählrate, die erneut aus unkorreliertem Umgebungslicht gewonnen wird, zeigt sich hier jeweils ein leichter Anstieg in den Zählraten. Da die für den Nachweis des DFG-Prozesses erwarteten Koinzidenzzählraten um $\Delta t = 0$ sehr niedrig sind, ist dieser Anstieg im Untergrund nicht optimal, er lässt sich jedoch nicht vermeiden. Die Einstellungen wurden im Folgenden so gewählt, dass $\Delta t = 0$ um 6 ns relative Verzögerungszeit zwischen den Signalen an beiden Eingängen des TimeHarp-Boards liegt.

5.2.2 Hintergrundeffekte aus PDC-Photonenpaaren

Weitere Testmessungen zur Zweiphotonenquelle zeigen sowohl in Messungen mit Rückkopplung als auch in solchen ohne zurück gekoppeltes Photon um $\Delta t = 0$ einen Anstieg in der Koinzidenzzählrate, der deutlich über dem in Unterabschnitt 5.2.1 beschriebenen systematischen Hintergrund aus der Koinzidenzelektronik liegt. Dieser kann hauptsächlich auf eine fehlerhafte Trennung der PDC-Photonenpaare zurück geführt werden, auch ein konkurrierender Typ I-Prozess muss berücksichtigt werden. Im Folgenden werden verschiedene Ursachen für den Anstieg der Zählraten um $\Delta t = 0$ besprochen.

Ungenauigkeiten in der Justage Stimmt die Basis der PDC-Photonen nicht exakt mit der des polarisierenden Strahlteilers überein, werden die Photonenpaare nicht zuverlässig getrennt. Es besteht eine Restwahrscheinlichkeit $p = \cos^2(\alpha) \cdot \sin^2(\alpha)$ für die Transmission eines PDC-Photonenpaares am PBS, falls die Basis der PDC-Photonen gegenüber der des Strahlteilers um den Winkel α gedreht ist. Mit $p = 1/2$ kommt es dann zu einer Koinzidenz um $\Delta t = 0$.

Um eine möglichst exakte Trennung der PDC-Photonenpaare zu ermöglichen, wurde die Halbwellenplatte zwischen dem Konversionskristall und dem zur Trennung verwendeten polarisierenden Strahlteiler rotiert und jeweils die Zahl der Koinzidenzen aufgenommen. Wegen $\cos^2(\alpha) \cdot \sin^2(\alpha) \propto \sin^2(2\alpha)$ wird ein \cos^2 -förmiger Verlauf der Zählraten mit der Periode 45° für die Stellung der Halbwellenplatte erwartet. Tatsächlich ergab sich jedoch zunächst ein periodischer Verlauf mit verschiedenen ausgeprägten Maxima, die Verhältnisse der Maxima unterschieden sich dabei für verschiedene Pumpwellenlängen λ_p des PDC-Prozesses. Abbildung 5.6 zeigt oben zwei Beispielkurven für $\lambda_p = 404$ nm und $\lambda_p = 405$ nm. Bei der verwendeten Halbwellenplatte handelte es sich um eine *zero order waveplate* von Thorlabs, sie zeigt eine deutliche Abhängigkeit von der Wellenlänge der PDC-Photonen. Für die in der Abbildung gezeigte Funktionsanpassung wurde eine wellenlängenabhängige Orientierung der Achsen des doppelbrechenden Mediums angenommen, Details können Anhang G entnommen werden. Da für den Nachweis der Photonenpaarerzeugung durch DFG unter anderem Koinzidenzen für verschiedene Pumpwellenlängen aufgenommen werden sollten, wurde die beschriebene Halbwellenplatte zwischen Kristall und Strahlteilerwürfel

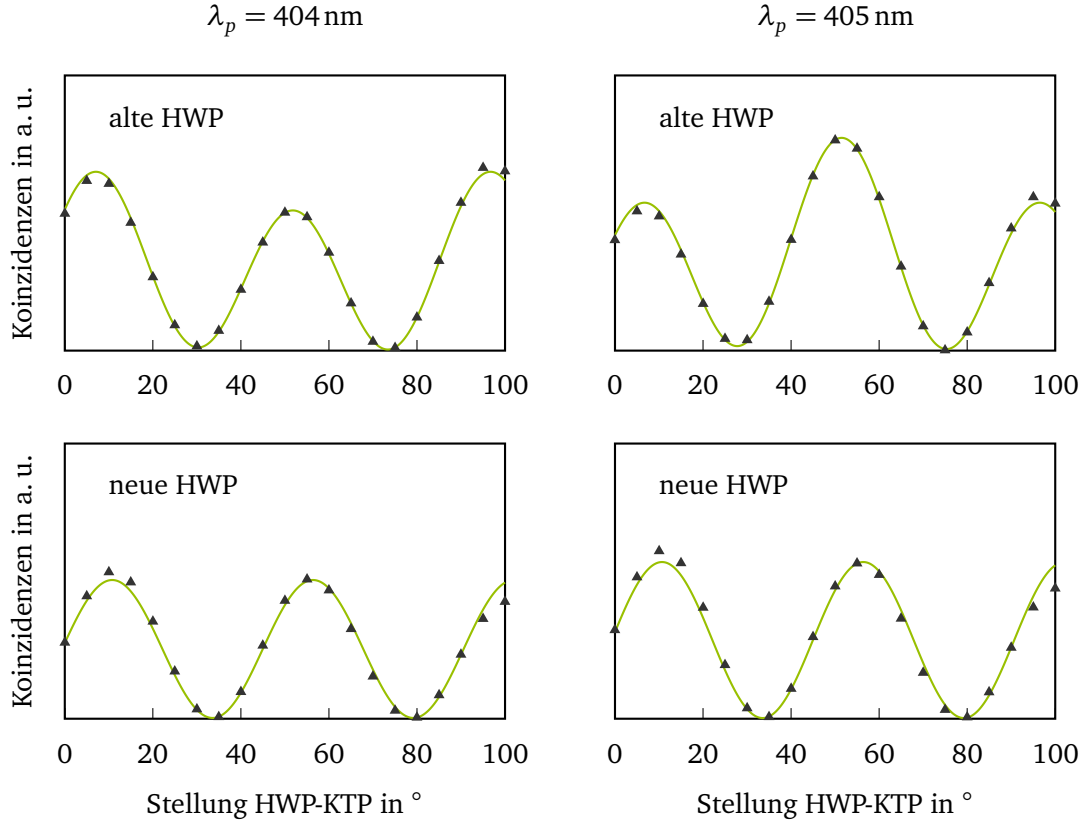


Abbildung 5.6: Koinzidenzzählrate in beiden Ausgängen eines zufälligen Strahlteilers im transmittierten Ausgang des polarisierenden Strahlteilers nach dem Konversionskristall als Funktion der Stellung einer Halbwellenplatte zwischen PBS und Kristall. Für zwei Pumpwellenlängen $\lambda_p = 404 \text{ nm}$ (links) und $\lambda_p = 405 \text{ nm}$ (rechts) wurden die Koinzidenzzählraten bei $\Delta t = 0$ beobachtet. Für die zunächst eingesetzte alte Halbwellenplatte (oben) ergibt sich ein stark asymmetrischer Verlauf der einzelnen Zählraten für verschiedene Pump- und damit PDC-Wellenlängen. Die Halbwellenplatte wurde daher durch eine achromatische Halbwellenplatte (unten) ausgetauscht, der Zählratenverlauf ist dann symmetrisch und von der verwendeten Pumpwellenlänge unabhängig. Details zu den angepassten Kurven können dem Text entnommen werden.

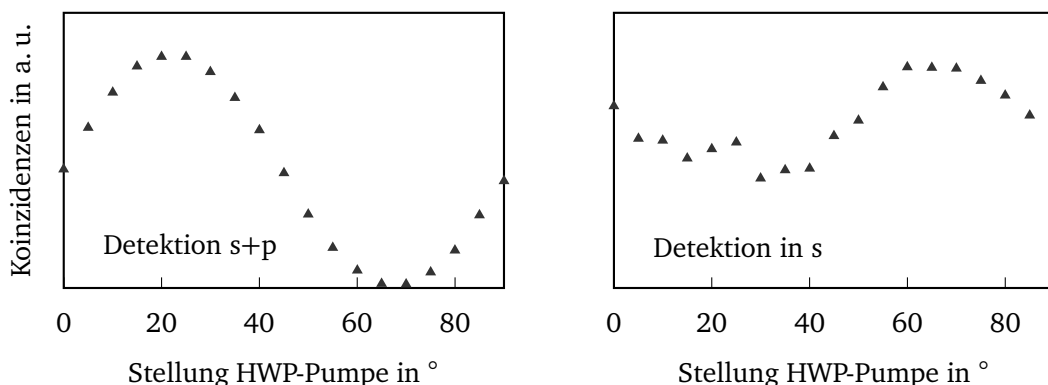


Abbildung 5.7: Koinzidenzzählraten im transmittierten Ausgang des polarisierenden Strahlteilers als Funktion der Pump polarisation. Für die links abgebildete Messung ist die Stellung der Halbwellenplatte zwischen Strahlteilerwürfel und Konversionskristall so gewählt, dass die PDC-Photonen unter 45° auf den Strahlteiler treffen und entsprechend zufällig reflektiert oder transmittiert werden. Der Verlauf der Zählraten gibt entsprechend die Zahl der Typ II-PDC-Photonenpaare für verschiedene Pump polarisationen wieder. Für die rechte Messung werden am Strahlteiler lediglich s-polarisierte Photonen transmittiert, abgebildet ist die Zahl der s-polarisierten Photonenpaare für verschiedene Pump polarisationen.

durch eine achromatische Halbwellenplatte⁶⁴ ersetzt. Abbildung 5.6 unten zeigt analoge Messungen bei zwei verschiedenen Pumpwellenlängen für die neue Halbwellenplatte. Es ist kein Einfluss der Wellenlänge mehr erkennbar, die Kurven folgen dem erwarteten \cos^2 -Verlauf. Für alle angepassten Kurven wurde der leichte Abfall/Anstieg der gesamten Zählraten im Verlauf der Messungen durch Justageeffekte nicht berücksichtigt.

Typ I-Prozess Im Rahmen der gezeigten Messungen zeigte sich ein geringfügiger Unterschied in den Absolutzählraten der verschiedenen Minima. Das Minimum für die Detektion koinzidenter Ereignisse in der p-Polarisation der PDC (in den gezeigten Messungen das Minimum um 80°) lag systematisch unter dem Minimum für eine Koinzidenzmessung in der s-Polarisation (um 35°). Diese Beobachtung ist konsistent mit dem Suszeptibilitätstensor zweiter Ordnung für KTP, wie er in Abschnitt 2.1 angegeben ist. Der größte nichtlineare Koeffizient in Kaliumtitanylphosphat ist d_{33} , der die parametrische Abwärtskonversion eines s-polarisierten Pumpphotons in zwei s-polarisierte Tochterphotonen erlaubt. Obwohl die Phasenanpassung für diesen Prozess im verwendeten Kristall nicht bekannt ist, scheint dieser im beschriebenen Aufbau schwach sichtbar. Minimale Unsauberkeiten in der Pump polarisation können so zu systematischen Photonenpaaren in der s-Polarisation der PDC führen.

Zur Bestätigung dieser Annahme wurde die Zahl der Koinzidenzen im beschriebenen

⁶⁴RAC 4.2.10L von Bernhard Halle Nachfolger

Aufbau für verschiedene Polarisationszustände der Pumpphotonen aufgenommen. Abbildung 5.7 zeigt die Ergebnisse dieser Messung. In einem ersten Schritt wurde die Zahl der PDC-Photonenpaare als Funktion der Stellung einer Halbwellenplatte im Pumpstrahlengang vor dem Konversionskristall aufgenommen. Die Halbwellenplatte zwischen Kristall und PBS war hier gerade so eingestellt, dass die PDC-Photonenpaare am PBS zufällig getrennt wurden. Die Ergebnisse dieser Messung sind in Abbildung 5.7 links abgebildet, es ergibt sich ein Maximum in der Koinzidenzzählrate um 22° . Da der eingesetzte Typ II-PDC-Prozess lediglich p-polarisierte Pumpphotonen konvertiert, entspricht diese Stellung der Halbwellenplatte parallel zum Tisch linear polarisiertem Pumplicht.

In einer zweiten Messung wurde nun die Stellung der Halbwellenplatte zwischen Kristall und PBS so gewählt, dass lediglich s-polarisierte Photonen am Strahlteiler transmittiert werden. Die Zahl der Koinzidenzen ist hier entsprechend ein Maß für die Zahl der s-polarisierten Photonenpaare. In den in Abbildung 5.7 rechts abgebildeten Ergebnissen dieser Messung ist ein deutlicher Anstieg der Koinzidenzzählrate um 67° zu erkennen. Aus der vorherigen Messung ist bekannt, dass das Pumplicht hier gerade senkrecht zum Tisch polarisiert ist. Diese Messung ist folglich ein Hinweis auf einen schwachen Typ I-Prozess in der s-Polarisation. Bereits minimale Unsauberkeiten in der Polarisation des Pumplichts, wie sie sich im Experiment nicht vermeiden lassen, haben entsprechend einen Anstieg der Photonenpaare in der s-Polarisation der PDC zur Folge. Im beschriebenen Experiment wurde daher das s-polarisierte Photon aus der Typ II-PDC als Rückkopplungsphoton ausgewählt, die DFG-Photonenpaare werden in der p-Polarisation erzeugt und detektiert.

Ungenauigkeiten der eingesetzten Optiken Der Verlauf der Koinzidenzzählrate in der s-Polarisation in Abbildung 5.7 um 70° bestätigt zwar die Existenz eines Typ I-Prozesses für s-polarisiertes Pumplicht, der Verlauf um 20° folgt dagegen nicht dem erwarteten \cos^2 -Verlauf der Zählrate für verschiedene Pumppolarisationen. Ein Grund für den konstanten Untergrund in der Koinzidenzzählrate auch in der p-Polarisation der PDC in dieser Messung sowie in den Messungen aus Abbildung 5.6 ist die endliche Präzision des zur Trennung der PDC-Photonenpaare verwendeten polarisierenden Strahlteilerwürfels⁶⁵. Parallel zur Einfallsebene polarisierte Photonen werden am Strahlteiler mit einer Wahrscheinlichkeit $p > 0,95$ transmittiert. Gleichzeitig wird jedoch mit $p < 0,001$ das senkrecht zur Einfallsebene polarisierte Partnerphoton ebenfalls am Strahlteiler transmittiert, sodass es zu einer Koinzidenz im transmittierten Ausgang des Strahlteilers kommen kann. Die Zahl der Koinzidenzen in der p-Polarisation ist damit proportional zur Zahl der PDC-Photonenpaare. Um diesen unerwünschten Hintergrund um $\Delta t = 0$ möglichst zu unterdrücken, passieren die Photonen im transmittierten Ausgang des PBS zusätzlich einen Glan-Thompson Polarisator, bevor sie auf den zufälligen Strahlteiler treffen. Bei diesem Polarisator handelt es sich um eine Sonderanfertigung von Bernhard Halle Nachfolger mit einem Lösungsverhältnis von 10^{-8} , der gerade so eingestellt ist, dass lediglich p-polarisierte Photonen transmittiert werden. Abbildung 5.8 zeigt die Koinzidenzzählrate im Rückkopplungsaufbau ohne Rück-

⁶⁵ zuletzt PTW 1.15 von Bernhard Halle Nachfolger

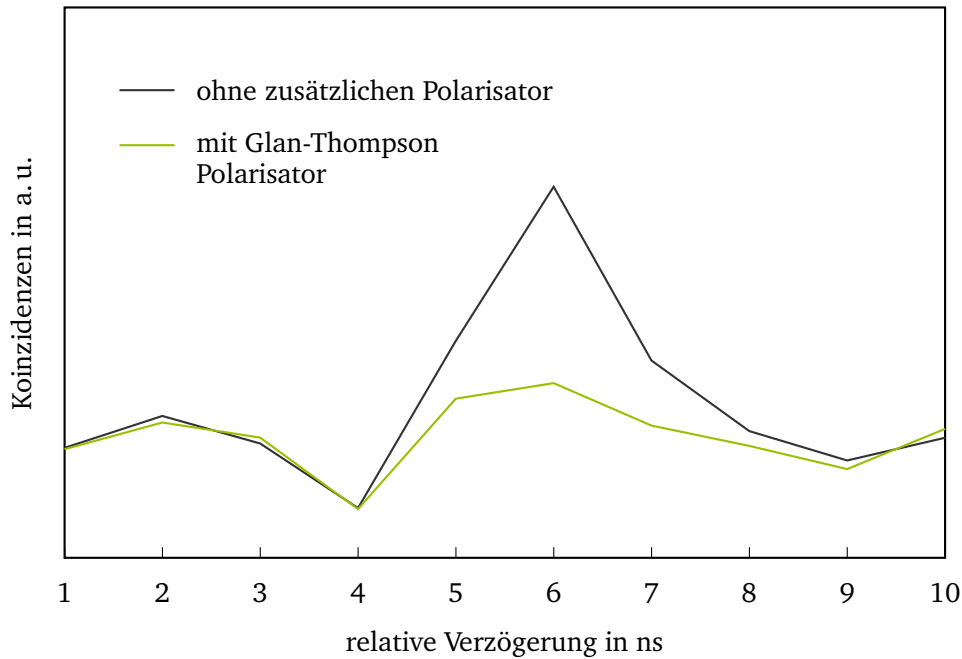


Abbildung 5.8: Koinzidente Ereignisse in der p-Polarisation der PDC. Für die in Grau eingezeichnete Messung werden die PDC-Photonen lediglich an einem polarisierenden Strahlteiler systematisch getrennt, die Koinzidenzmessung erfolgt im transmittierten Ausgang des Strahlteilers. Für zeitgleiche Ereignisse um 6 ns ist in der Messung ein deutlicher Anstieg der Zählraten zu erkennen. Dieser Anstieg kann durch einen zusätzlichen Glan-Thompson Polarisator im transmittierten Ausgang des polarisierenden Strahlteilers deutlich reduziert werden, die entsprechende Messung ist in Grün dargestellt.

kopplung mit (grün) und ohne (grau) den Glan-Thompson Polarisator. Mit Polarisator ist eine deutliche Reduktion des Anstiegs um 6 ns erkennbar.

Konversion zweier PumpPhotonen im betrachteten Zeitfenster Eine weitere Ursache für echte Koinzidenzen um $\Delta t = 0$ auch ohne Rückkopplung ist die Erzeugung von p-polarisierten Photonennpaaren durch die zufällige Konversion zweier PumpPhotonen im betrachteten Zeitfenster.

Die Auflösung der Koinzidenzelektronik beträgt 1 ns, bei $75\,000 \text{ Photonenpaare/s} \cdot \mu\text{W}$ aus der PDC mit dem 11 mm-Kristall liegt der Erwartungswert für die mittlere Zahl der Photonennpaare in einem Zeitfenster mit 1 ns Breite bei

$$\mu = 7,5 \times 10^{-5} \text{ Photonenpaare/ns} \cdot \mu\text{W}. \quad (5.5)$$

Die Wahrscheinlichkeit für die Erzeugung eines zweiten Photonenpaares innerhalb von 1 ns nach der Erzeugung des ersten kann dann für $|7,5 \times 10^{-5} \cdot x| \ll 1$ mit Hilfe der Poissonverteilung zu

$$P(\text{zweites Paar}) = 1 - e^{-7,5 \times 10^{-5} \cdot x} \approx 7,5 \times 10^{-5} \cdot x \quad (5.6)$$

abgeschätzt werden. Dabei ist x die Pumpleistung in μW , die Zahl der PDC-Photonenpaare pro Zeitraum verhält sich zu dieser proportional.

Die zufällige Konversion zweier Pumpphotonen innerhalb einer Nanosekunde hat zwei PDC-Photonenpaare und entsprechend eine Koinzidenz in der p-Polarisation der PDC zur Folge. Da die gezeigte Rechnung nach Gleichung (3.1) jedoch für jede beliebige Verzögerung nach einem Triggersignal am Synchronisationseingang der Koinzidenzelektronik gilt, führen diese koinzidenten Ereignisse nicht zu einem punktuellen Anstieg der Zählrate um $\Delta t = 0$, sondern vielmehr zu einem konstanten Untergrund über alle relativen Verzögerungszeiten, der folglich von der Zählrate um $\Delta t = 0$ subtrahiert werden kann.

Differenzfrequenzerzeugung ohne Rückkopplung Abbildung 5.9 zeigt die Zahl der koinzidenten Ereignisse im p-polarisierten Ausgang des Strahlteilers mit blockierter Rückkopplung bei 300 s Messzeit als Funktion der am Strahlteiler vor dem Konversionskristall reflektierten Pumpleistung. Die Messdaten zeigen deutlich einen nichtlinearen Anstieg der Zählrate mit der Pumpleistung, an die Datenpunkte wurde eine Funktion der Form $y = a \cdot x^2 + b \cdot x$ angepasst.

Beispielsweise in Referenz [87] wird ein linearer Zusammenhang zwischen PDC-Rate und Pumpleistung gezeigt. Der quadratische Zusammenhang zwischen zeitgleichen Ereignissen in der p-Polarisation und der verwendeten Pumpleistung kann daher nicht durch die oben beschriebenen Ungenauigkeiten der verwendeten Optiken zur Trennung der PDC-Photonenpaare begründet werden. Vielmehr wird hier bereits ein DFG-Prozess zwischen einem PDC-Photon und einem Pumpphoton angenommen, das entstandene Photonenpaar kann dann als Koinzidenz um $\Delta t = 0$ detektiert werden, falls das PDC-Photon p-polarisiert war.

Da der PDC-Prozess zunächst an einer beliebigen Stelle im Kristall stattfindet, wird die effektive Länge des nichtlinearen Mediums für den ersten DFG-Prozess mit $l/2$ abgeschätzt, während für den zweiten DFG-Prozess zwischen einem Pumpphoton und einem wie besprochen in den Kristall zurückgekoppelten PDC-Photon die gesamte Länge des nichtlinearen Mediums zur Verfügung steht. Die Effizienz des DFG-Prozesses steigt quadratisch mit der Länge des nichtlinearen Mediums an, die Wahrscheinlichkeit für die Rückkopplung eines s-polarisierten PDC-Photons in den Kristall liegt bei etwa 0,3. Für beide DFG-Prozesse werden daher ähnlich viele Photonenpaare erwartet.

Zwischenzeitlich ließen die Ergebnisse verschiedener Experimente einen Zusammenhang zwischen dem Zählratenuntergrund um $\Delta t = 0$ ohne Rückkopplung und der Kohärenzlänge des eingesetzten Pump lasers vermuten. Dieser Einfluss erschien zunächst glaubhaft und stützte die Theorie eines neben dem PDC-Prozess ablaufenden DFG-Prozesses: Die aus den *wavemeter*-Spektren abgeschätzte Kohärenzlänge des Pumplichts lag etwa in der Größen-

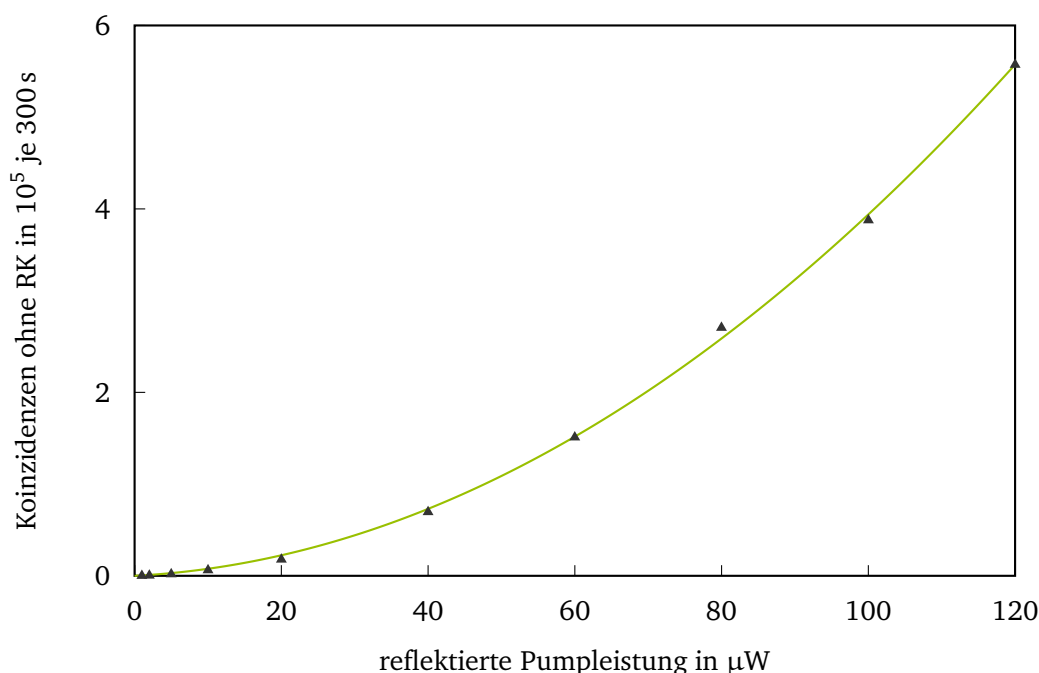


Abbildung 5.9: Koinzidenzzählrate im transmittierten Ausgang des polarisierenden Strahlteilers im Rückkopplungsaufbau, jedoch mit blockierter Rückkopplung, für verschiedene Pumpleistungen des PDC-Prozesses. Die Pumpleistung wird auf den Anteil im reflektierten Ausgang eines 30:70 Strahlteilers vor dem Konversionskristall stabilisiert, die angegebene Leistung entspricht diesem reflektierten Teil.

Es ergibt sich ein quadratischer Zusammenhang zwischen Koinzidenzzählrate und Pumpleistung, an die Messdaten wurde eine Funktion der Form $y = a \cdot x^2 + b \cdot x$ angepasst.

ordnung der Kristalllänge, sodass eine Variation direkten Einfluss auf die Effizienz des DFG-Prozesses hätte. Langfristig konnte dieser Zusammenhang jedoch nicht bestätigt werden. Vielmehr unterlag die emittierte Leistung des Pump-ECDLs umso größeren Schwankungen, je schmäler das entsprechende Spektrum war. Die Breite des Pumpspektrums wurde wie oben bereits angesprochen nie detailliert vermessen, da sie für die beschriebenen Experimente von vernachlässigbar geringer Bedeutung ist. Um die verschiedenen Laserdioden bzw. Einstellungen untereinander zu unterscheiden, wurde auf die Angaben des *wavemeters* zurück gegriffen. Für Bandbreiten des Pumpspektrums unterhalb von 12 pm ergaben sich mit allen verwendeten Laserdioden auf Zeitskalen kleiner als eine Minute Schwankungen der Pumpleistung um mehr als 50 %. Obwohl anfänglich angenommen wurde, dass der Einfluss dieser Schwankungen durch die vergleichsweise lange Messdauer vernachlässigbar ist, zeigte sich schließlich, dass diese Instabilitäten einen objektiven Vergleich verschiedener

Datenpunkte schlicht unmöglich machten, der vermutete Zusammenhang mit dem Zählratenuntergrund um $\Delta t = 0$ ergab sich zufällig aus den verschiedenen Messungen.

5.2.3 Herausforderungen bei der Detektion der DFG

Die Betrachtungen aus den beiden letzten Abschnitten machen bereits einige Herausforderungen bei der Detektion des DFG-Prozesses durch die Rückkopplung eines Einzelphotons in den Konversionskristall deutlich. Im Folgenden soll ein kurzer Überblick über die Schwierigkeiten während der verschiedenen Messungen gegeben werden.

Diskriminieren der echten Ereignisse um $\Delta t = 0$ von der Hintergrundzählrate Bereits die Messung aus Abbildung 5.3 zeigt über die verschiedenen relativen Verzögerungszeiten betrachtet einen deutlichen Untergrund in der Koinzidenzzählrate. Da dieser Untergrund wie gezeigt eine systematische Modulation aufweist und das erwartete Signal um $\Delta t = 0$ sich nicht sehr stark vom Hintergrund abhebt, wurde jeweils an die Datenpunkte bei 3 und 9 ns eine Gerade angepasst, die im relevanten Bereich zwischen 4 und 8 ns als Untergrund von den Absolutzählraten abgezogen wurde. Die korrigierten Zählraten für die verschiedenen Verzögerungszeiten wurden schließlich zu einer Absolutzählrate um $\Delta t = 0$ addiert.

Messdauer und Instabilitäten Da sich auch in Messungen ohne Rückkopplung ein deutlicher Untergrund für die Zahl zeitgleicher Ereignisse in der p-Polarisation zeigt, kann die erfolgreiche Implementierung einer Zweiphotonenquelle nicht durch den direkten Vergleich der Absolutzählraten mit und ohne Rückkopplung bestätigt werden. Vielmehr wurden Messungen für verschiedene Pumpwellenlängen bzw. Polarisationen des rückgekoppelten Photons durchgeführt und die entsprechenden Koinzidenzzählraten verglichen. Da die Zahl der erwarteten DFG-Photonenpaare im Experiment bei einigen wenigen Paaren in der Sekunde liegt, während die verschiedenen Untergrundeffekte deutlich dominant sind, wurden diese Messungen über bis zu zwölf Stunden pro Datenpunkt durchgeführt, die durchschnittliche Messzeit lag um vier Stunden pro Datenpunkt. Ein Vergleich dieser Messungen erfordert eine hohe Stabilität des experimentellen Aufbaus im Verlauf der gesamten Messungen. Der Einfluss von Erschütterungen im Labor konnte minimiert werden, indem der Aufbau des Pumplasers aus dem Labor heraus verlagert und die Manipulation verschiedener Polarisationszustände sowie das Blockieren der rückgekoppelten Photonen durch elektrisch regelbare Mechaniken über Fernzugriff auf den Computer im Labor ermöglicht wurde. Das Betreten des Labors während einer laufenden Messung war so nicht mehr nötig, die Justage des Aufbaus erfolgte in kurzen Intervallen von maximal 30 Minuten, um die Labortemperatur auch während der Justage möglichst konstant zu halten. Bei der Justage kritischer Elemente wie beispielsweise der verschiedenen Strahlteiler im Aufbau wurde danach jeweils über Nacht gewartet, um die Störungen durch Anwesenheit im Labor korrigieren zu können. Dennoch wurden Schwankungen in den Koinzidenzzählraten beobachtet, die mit äußeren Einflüssen wie beispielsweise dem Wetter oder auch Arbeiten am Gebäude korrelieren. In Abbildung 5.10 ist beispielhaft die Koinzidenzzählrate im Aufbau zur Kristallcharakterisierung

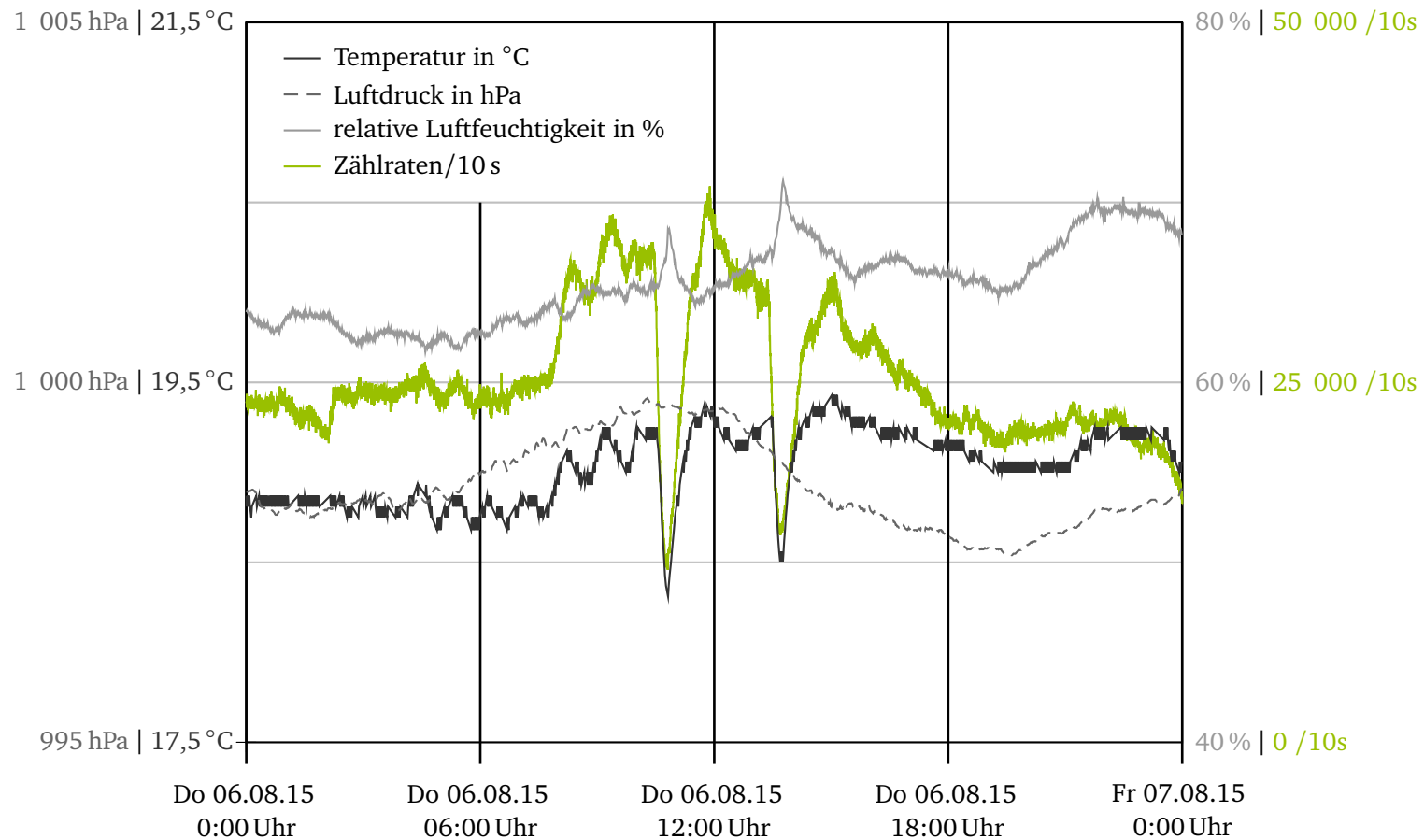


Abbildung 5.10: Protokoll der Temperatur (dunkelgrau), des Luftdrucks (gestrichelt) und der relativen Luftfeuchtigkeit (hellgrau) im Labor im Verlauf des 06.08.15 als Beispiel für einen typischen Sommertag. Ebenfalls aufgetragen ist in Grün die Koinzidenzzählrate im Aufbau zur Kristallcharakterisierung aus Abbildung 3.3, die simultan aufgenommen wurde.

aus Abbildung 3.3 über 24 Stunden im Sommer 2015 aufgetragen. Der gleichen Abbildung kann der Verlauf der Labortemperatur, des Luftdrucks sowie der relativen Luftfeuchtigkeit im Labor entnommen werden. Es zeigt sich ein deutlicher Einfluss insbesondere der Temperatur auf die Zahl der koinzidenten Ereignisse. Die starken Temperatureinbrüche, wie sie um die Mittagszeit beobachtet werden können, traten umso häufiger auf, je höher die Außentemperatur anstieg.

Gerade während verschiedener Messungen im Winter wurde außerdem ein Zusammenhang mit dem Luftdruck beobachtet, der jedoch nicht protokolliert wurde. Luftdruckschwankungen > 20 hPa machten stets eine Korrektur der z -Position der verschiedenen Fasern relativ zu den Einkoppelobjektiven erforderlich.

Einfluss der Pumpwellenlänge Nachdem sich der direkte Vergleich absoluter Koinzidenzzählraten mit und ohne Rückkopplung als unzuverlässig herausstellte, da bereits Messungen unter identischen experimentellen Bedingungen großen Schwankungen unterlagen, wurden die Koinzidenzzählraten aus den Messungen mit dem TimeHarp-Board jeweils durch den Mittelwert der Hintergrundzählraten dividiert und so die relativen Zählraten verglichen. Der Anteil des Zählratenanstiegs ohne Rückkopplung an der Untergrundzählrate lag dabei systematisch höher als derjenige des Zählratenanstiegs mit Rückkopplung, sodass Messungen mit Rückkopplung für verschiedene Pumpwellenlängen durchgeführt wurden. Wegen der besprochenen Phasenanpassungsbedingungen für den DFG-Prozess wurde ein Maximum in der Koinzidenzzählrate um $\Delta t = 0$ für entartete Kristallparameter erwartet. Tatsächlich ergab sich jedoch zunächst ein Anstieg der Zählraten des zu Grunde liegenden PDC-Prozesses mit zunehmender Pumpwellenlänge, die Zahl der rückgekoppelten Photonen zeigte außerdem ein Maximum für die während der Justage eingestellte Pumpwellenlänge. Als Ursachen für diese Abhängigkeit der Zählrate von der Pumpwellenlänge wurden die Stabilisierung der Pumpleistung vor dem Kristall sowie die Einkopplung der PDC-Photonen in diesen ausgemacht.

Zur Stabilisierung der Pumpleistung im Messzeitraum wird wie beschrieben ein Teil des Pumplichts vor dem Kristall an einem Strahlteiler abgelenkt und mit einem Leistungsmessgerät detektiert. Dieser gemessene Wert wird über den gesamten Messzeitraum konstant gehalten. Zunächst wurde hier eine Kombination aus Halbwellenplatte und polarisierendem Strahlteiler eingesetzt, um einen Anteil des Pumplichts zu detektieren, während der verbleibende Teil für die parametrische Abwärtskonversion zur Verfügung stand. Bereits für verschiedene Pumpwellenlängen mit $\Delta\lambda_p < 0,5$ nm ergaben sich signifikant verschiedene Polarisationszustände nach der Halbwellenplatte und entsprechend verschiedene Teilungsverhältnisse am PBS. Die Kombination wurde daher zunächst durch einen 50:50 Strahlteiler ersetzt, der keine Wellenlängenabhängigkeit zeigte. In neusten Messungen wurde zur Trennung ein 30:70 Strahlteiler eingesetzt, weil ein Bandpassfilter im externen Resonator des Pumpasers zur Bereinigung des Pumpspektrums die verfügbare Gesamtleistung drastisch reduziert hatte. Dieser 30:70 Strahlteiler zeigt erneut eine Wellenlängenabhängigkeit, im Folgenden wird daher für die jeweiligen Messungen angegeben, welcher Strahlteiler zum Einsatz kam.

Als Ursache für die Wellenlängenabhängigkeit der Rückkopplung wurde der dichroitische Spiegel zur Überlagerung von Pumplicht und PDC-Photonen angenommen. Die Einzelphotonen werden am Spiegel transmittiert und erfahren entsprechend einen Strahlversatz, der sich für verschiedene PDC-Wellenlängen unterscheidet. Für $\Delta\lambda_p < 0,5 \text{ nm}$ beträgt die Änderung der Wellenlänge im Roten nach Unterabschnitt 3.4.1 etwa 5 nm, der resultierende minimale Strahlversatz hat Auswirkungen auf die Effizienz der Einkopplung der Photonen in den Konversionskristall. Folglich ergibt sich ein Maximum der in den Kristall zurück gekoppelten Photonenzahl bei der während der Justage der Rückkopplung eingestellten Wellenlänge, für abweichende Pump- und PDC-Wellenlängen nimmt die Zahl der zurück gekoppelten Photonen ab. Diese Problematik konnte deutlich eingeschränkt werden, indem ein zweiter, baugleicher dichroitischer Spiegel im Strahlengang der Einzelphotonen eingesetzt wurde, um den Strahlversatz des ersten Spiegels zu kompensieren.

5.3 Vermeintliche Ergebnisse durch Rückreflexe

Die bereits im letzten Abschnitt gezeigten Ergebnisse in Abbildung 5.11 sind typisch für die verschiedenen Messungen, die über einen langen Zeitraum zur Zweiphotonenquelle durchgeführt wurden. Die Koinzidenzzählrate im Rückkopplungsaufbau wurde hier für fünf verschiedene Wellenlängen des Pumpphotons über jeweils 7 Stunden aufgenommen. Die Abbildung zeigt den Quotienten aus der absoluten Zählrate für die jeweilige Verzögerungszeit und dem Mittelwert der absoluten Zählraten zwischen 8 und 16 ns. Zur Stabilisierung der Pumpleistung wurde hier der wellenlängenunabhängige 50:50 Strahlteiler eingesetzt, ein Vergleich der Absolutzählraten der einzelnen PDC-Peaks in Tabelle 5.3 zeigt eine vergleichsweise gute Stabilität des gesamten Aufbaus im Messzeitraum. Entartete PDC wird für die gezeigte Messung bei $\lambda_p = 404,486 \text{ nm}$ phasenangepasst, insgesamt ist kein Einfluss der Pumpwellenlänge auf den Anteil der zeitgleichen Ereignisse am Zählratenuntergrund erkennbar. Die beschriebene Messung wurde wiederholt für verschiedene Messdauern zwischen einigen Minuten und bis zu 12 Stunden durchgeführt. Dabei waren die Messbedingungen nicht immer so stabil wie während der abgebildeten Messung, insgesamt zeigte sich jedoch weder in der relativen noch in der absoluten Koinzidenzzählrate um $\Delta t = 0$ ein Zusammenhang mit der Pumpwellenlänge, der über die oben beschriebenen systematischen Fehler hinaus ging.

Neben der Pumpwellenlänge bzw. Phasenanpassungsbedingung des PDC-Prozesses ist für die Effizienz des beschriebenen DFG-Effektes auch der Polarisationszustand des rückgekoppelten Photons entscheidend. Da zeitgleiche Photonenpaare im transmittierten Ausgang eines polarisierenden Strahlteilers detektiert werden, kann der DFG-Effekt nur sichtbar gemacht werden, falls zwei p-polarisierte Photonen entstehen. Ein DFG-Prozess zwischen einem Pumpphoton sowie einem s-polarisierten rückgekoppelten Photonen kann zwar ebenfalls stattfinden, die entstandenen Photonenpaare werden am PBS jedoch in den Aufbau zurück gekoppelt und können entsprechend nicht nachgewiesen werden. In einem nächsten Experiment wurden die Kristallparameter daher für entartete PDC optimiert, anschließend wurde der Polarisationszustand des in den Kristall zurück gekoppelten Photons

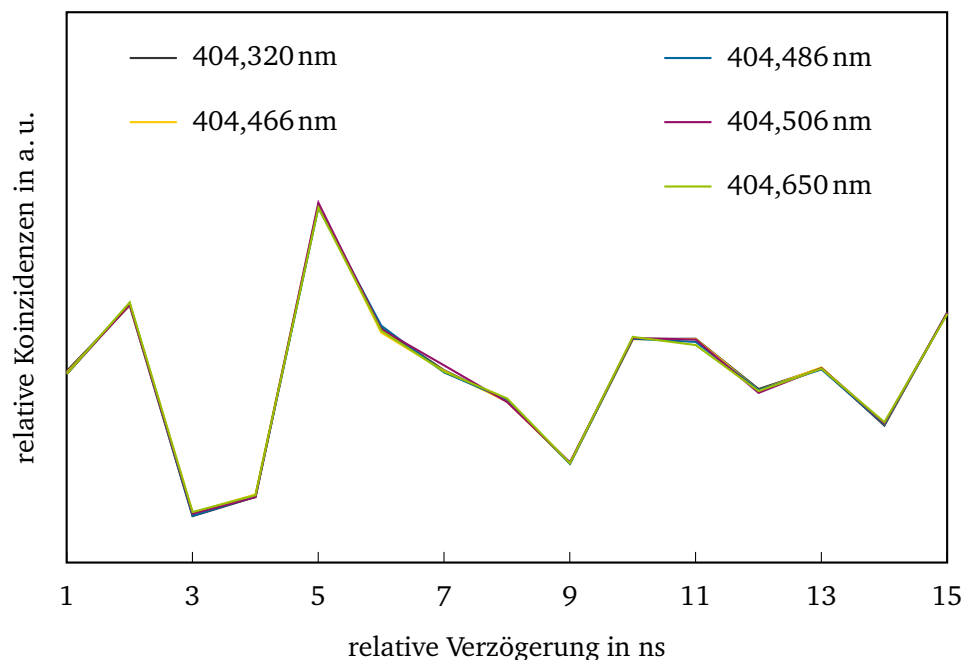


Abbildung 5.11: Relative Koinzidenzen im Rückkopplungsexperiment für verschiedene Pumpwellenlängen der PDC bei 7 Stunden Messzeit je Wellenlänge. Entartete PDC liegt um $\lambda_p = 404,486$ nm vor, es ist kein Einfluss der Pumpwellenlänge auf den $\Delta t = 0$ -Anteil um 5 ns ersichtlich. Die Absolutzählraten um $\Delta t = 0$ für die abgebildeten Messungen sind in Tabelle 5.3 zusammengefasst.

Tabelle 5.3: Absolute Koinzidenzen bei $\Delta t = 0$ für die in Abbildung 5.11 gezeigte Messung. Die Ergebnisse wurden auf ganze 5 000 gerundet. Auch hier ist kein Zusammenhang zwischen den absoluten Zählraten und der Pumpwellenlänge der PDC ersichtlich.

404,320 nm	404,466 nm	404,486 nm	404,506 nm	404,650 nm
7 320 000	6 800 000	7 175 000	6 850 000	6 915 000

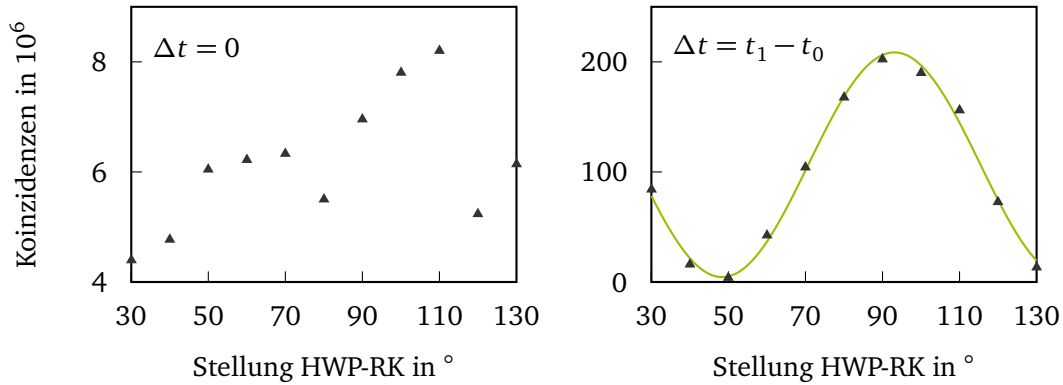


Abbildung 5.12: Koinzidenzzählraten um $\Delta t = 0$ (links) sowie um $\Delta t = t_1 - t_0$ (rechts) für verschiedene Stellungen der Halbwellenplatte in der Rückkopplung für eine 2 m lange Rückkoppelfaser. Der Verlauf des PDC-Peaks um $\Delta t = t_1 - t_0$ zeigt einen \cos^2 -Verlauf, der Polarisationszustand des rückgekoppelten Photons ist um HWP-RK = 95° parallel, um HWP-RK = 40° orthogonal zum Tisch polarisiert. Für den Verlauf der Anzahl zeitgleicher Ereignisse um $\Delta t = 0$ wird ein äquivalenter Verlauf erwartet, der sich in der Messung jedoch nicht zeigt.

mit Hilfe einer elektronisch ansteuerbaren Halbwellenplatte manipuliert und die jeweiligen Zählraten aufgenommen. Sowohl für die PDC-Photonen bei $|\Delta t| = t_1 - t_0$ als auch für die Photonenpaare um $\Delta t = 0$ wird hier ein \cos^2 -förmiger Verlauf der Zählraten erwartet. Das Maximum sowohl in den PDC-Partnerphotonen, die den Kristall lediglich passieren und am PBS zu einer der beiden APDs transmittiert werden, als auch in der Zahl der zeitgleichen Ereignisse aus DFG im nichtlinearen Kristall ergibt sich erwartungsgemäß, falls das rückgekoppelte Photon p-polarisiert ist. Befindet sich das Photon dagegen in einem senkrecht zum Tisch polarisierten Zustand, kommt es in beiden Koinzidenzzählraten zu einem Minimum. Abbildung 5.12 zeigt eine solche Messung mit einer Messdauer von zwei Stunden je Datenpunkt, das rückgekoppelte Photon ist p-polarisiert für eine Stellung der Halbwellenplatte in der Rückkopplung um HWP-RK = 95° und entsprechend s-polarisiert für HWP-RK $\approx 50^\circ$. Die Zahl der PDC-Photonenpaare mit $\Delta t = t_1 - t_0$ in der rechten Abbildung folgt dem erwarteten Verlauf. Das p-polarisierte Photon aus der PDC wird zum Zeitpunkt t_0 am SYNC-Eingang der Koinzidenzelektronik detektiert, sein ursprünglich s-polarisiertes Partnerphoton wird in den Kristall zurück gekoppelt, mit $p = \cos^2(2\alpha)$ mit α dem Drehwinkel der Halbwellenplatte am PBS transmittiert und mit $p = 0,5$ zum Zeitpunkt t_1 am Standardeingang der Koinzidenzelektronik registriert. Die Zahl der zeitgleichen Ereignisse um $\Delta t = 0$ folgt dagegen keiner Regelmäßigkeit, der gezeigte Verlauf ist in weiteren Messungen außerdem nicht reproduzierbar.

In allen bisher vorgestellten Experimenten wurde zur Rückkopplung des PDC-Photons eine polarisationserhaltende Faser mit 2 m Länge verwendet. Die resultierende Zeit für einen Umlauf des Photons im Aufbau liegt dabei mit $|\Delta t| = t_1 - t_0 \approx 15$ ns unterhalb der mitt-

leren Totzeit der Lawinenphotodioden zur Detektion der Einzelphotonen um 20 ns (vgl. auch Abschnitt 3.1). Ein DFG-Photonenpaar kann folglich nur detektiert werden, falls das zugehörige p-polarisierte Photon aus dem ursprünglichen PDC-Prozess NICHT detektiert wurde. Da die Wahrscheinlichkeit für die Detektion des PDC-Photons an einer der beiden APDs jedoch nur um 25 % liegt (vgl. Anhang F), können etwa 75 % der sonst nachweisbaren DFG-Photonenpaare auch innerhalb der Totzeit der APDs detektiert werden.

Obwohl die geringe Umlaufzeit des rückgekoppelten Photons als Ursache für den unerwarteten Verlauf der Koinzidenzzählrate um $\Delta t = 0$ in Abbildung 5.12 nicht realistisch erschien, wurde in einem weiteren Experiment für die Rückkopplung der Einzelphotonen in den Kristall eine polarisationserhaltende Faser mit 5 m Länge eingesetzt. Abbildung 5.13 zeigt exemplarisch Ergebnisse dieser Messungen. Oben sind erneut die Zählraten der zeitgleichen Photonenpaare (links für $\Delta t = 0$) sowie des zu Grunde liegenden PDC-Prozesses (rechts für $\Delta t = t_1 - t_0$) für verschiedene Stellungen der Halbwellenplatte in der Rückkopplung abgebildet. Im Gegensatz zu den Ergebnissen mit der 2 m-Faser aus Abbildung 5.12 zeigt sich hier auch in den zeitgleichen Ereignissen links der erwartete \cos^2 -förmige Verlauf. In Abbildung 5.13 unten ist außerdem der Verlauf der zeitgleichen Ereignisse als Funktion der am Strahlteiler vor dem Kristall reflektierten Leistung aufgetragen. Die Messung ohne Rückkopplung (grau) entspricht der bereits in Abbildung 5.9 gezeigten, die Zählraten mit Rückkopplung (grün) verlaufen deutlich oberhalb der Messdaten ohne Rückkopplung. Auch an diese Messdaten wurde eine Funktion der Form $y = a \cdot x^2 + b \cdot x$ angepasst, für den Vorfaktor des quadratischen Terms ergab sich mit $a \approx 58 \text{ Koinzidenzen}/\mu\text{W}^2$ im Vergleich zu $a \approx 35 \text{ Koinzidenzen}/\mu\text{W}^2$ für die Messung ohne Rückkopplung ein etwas schwächerer Anstieg der Koinzidenzzählrate mit Rückkopplung, als dies oben erwartet wurde. Dennoch sprechen die Ergebnisse aus Abbildung 5.13 zunächst für eine erfolgreiche Photonenpaarerzeugung durch Differenzfrequenzerzeugung.

Oben wurde bereits die Abhängigkeit der Effizienz des DFG-Prozesses von den Phasenanpassungsbedingungen des zu Grunde liegenden PDC-Prozesses angesprochen. Erwartungsgemäß müsste daher für von entarteter PDC abweichende Kristallparameter der \cos^2 -förmige Verlauf der Zählraten um $\Delta t = 0$ verschwinden, der quadratische Anstieg der Zahl der Photonenpaare mit der Pumpleistung müsste auf das Niveau einer Messung ohne Rückkopplung absinken. Tatsächlich konnte auch für diese Messungen wie schon in Abbildung 5.11 kein Einfluss der Phasenanpassungsbedingungen auf den Verlauf der Koinzidenzzählrate beobachtet werden. Abbildung 5.14 zeigt beispielhaft den Verlauf der Koinzidenzzählraten im Rückkopplungsaufbau mit einer 5 m langen Rückkoppelfaser für drei verschiedene Pumpwellenlängen als Funktion der Stellung der Halbwellenplatte in der Rückkopplung. Dabei liegt für $\lambda_p = 404,272 \text{ nm}$ ein entarteter PDC-Prozess zu Grunde. Die Absolutzählraten sind für die verschiedenen Pumpwellenlängen zwar weder für zeitgleiche Ereignisse noch für den PDC-Peak vergleichbar, dennoch verschwindet die Modulation der Zählraten aus dem vermeintlichen DFG-Prozess nicht mit der Phasenanpassungsbedingung.

Da die Trennung des Pumplichts zur Leistungsstabilisierung vor dem Kristall während der abgebildeten Messungen mit dem wellenlängenabhängigen 30:70-Strahlteiler erfolgte, steigt die Zählrate des zu Grunde liegenden PDC-Prozesses mit steigender Pumpwellenlänge an. Außerdem ist eine deutliche Reduktion der Rückkoppleffizienz für $\lambda_p = 404,862 \text{ nm}$

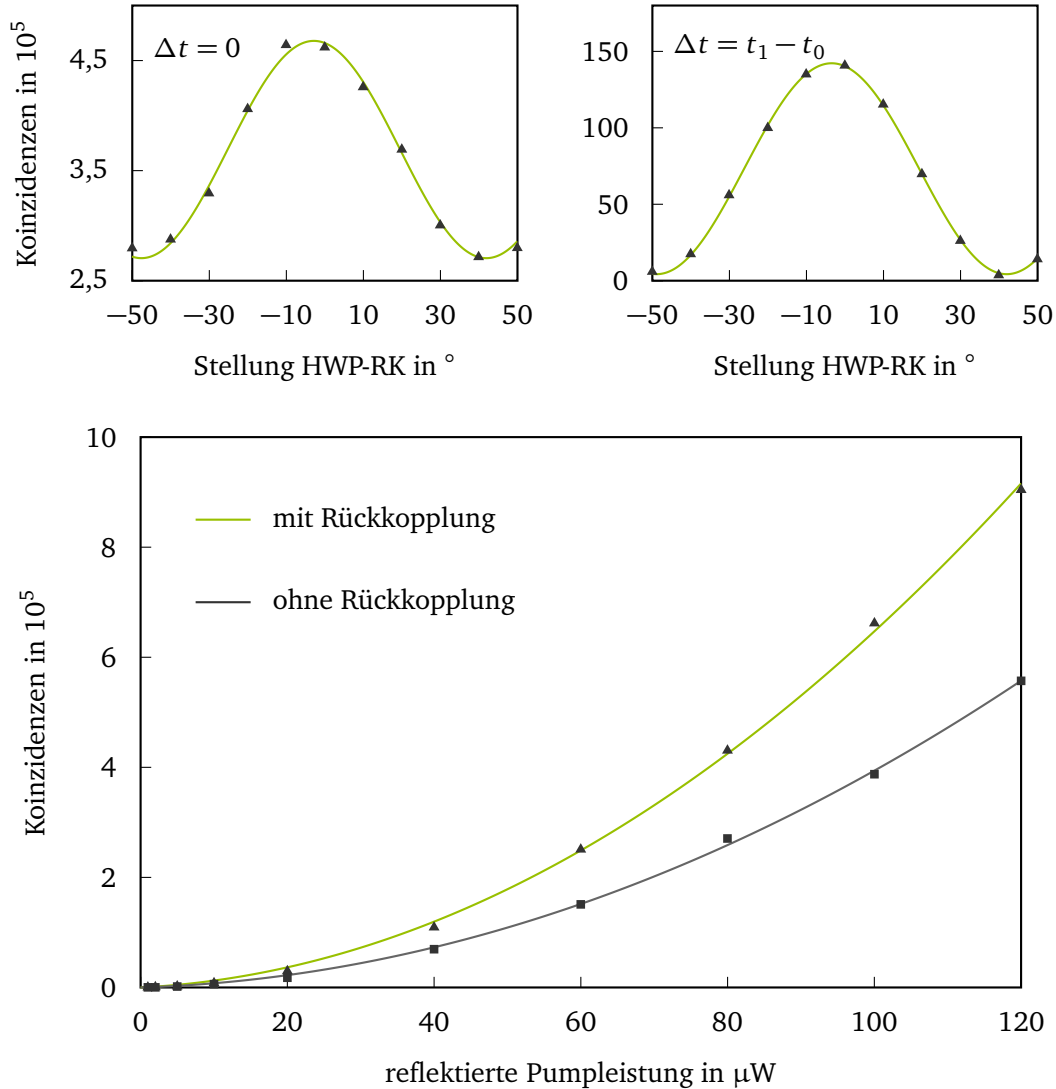


Abbildung 5.13: Koinzidenzzählraten im Rückkopplungsaufbau mit einer 5 m langen Rückkoppelfaser bei je 300 s Messzeit. In der Abbildung oben ist der Verlauf der Koinzidenzen für zeitgleiche Ereignisse ($\Delta t = 0$, links) sowie des getrennten PDC-Photonenpaares bei $\Delta t = t_1 - t_0$ (rechts) für verschiedene Stellungen der Halbwellenplatte in der Rückkopplung gezeigt. In der Abbildung unten ist der Verlauf der Koinzidenzzählraten für zeitgleiche Ereignisse mit und ohne Rückkopplung bei verschiedenen Pumpleistungen zu sehen. Details können dem Text entnommen werden.

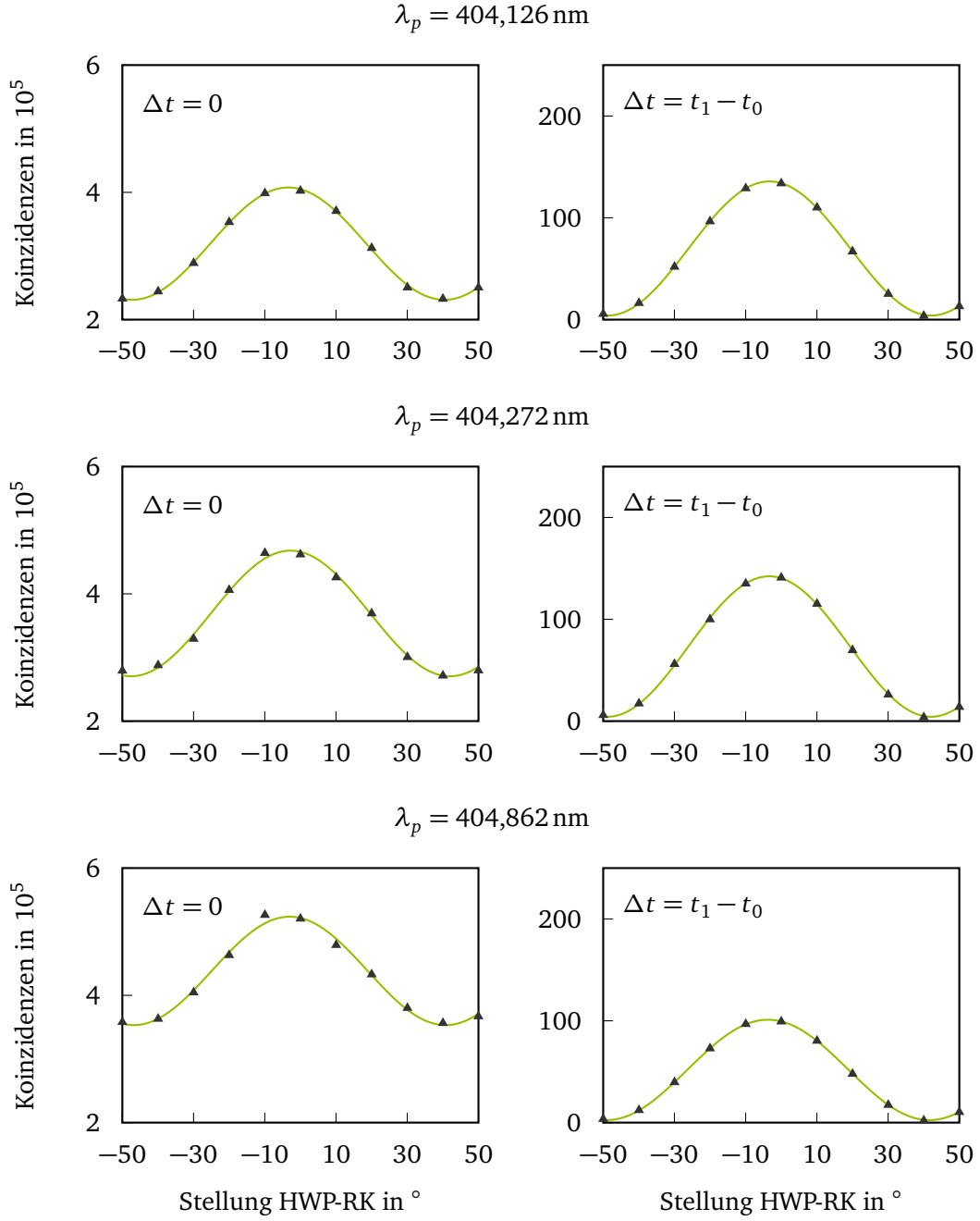


Abbildung 5.14: Verlauf der Koinzidenzzählraten für zeitgleiche Photonenpaare (links) sowie die PDC-Photonenpaare nach einem Umlauf im Rückkopplungsaufbau (rechts) für verschiedene Stellungen der Halbwellenplatte im Rückkopplungsaufbau. Bei fester Kristalltemperatur wurde die Wellenlänge der Pumpphotonen variiert, entartete PDC liegt für $\lambda_p = 404,272 \text{ nm}$ vor.

sichtbar, die vermutlich durch den angesprochenen Strahlversatz im Strahlengang der Rückkopplung für verschiedene PDC-Wellenlängen verursacht wird. Die Unterschiede in den abgebildeten Messungen können daher durch systematische Messfehler begründet werden. Durch die Wahl verschiedener Wellenleiter, Kristalltemperaturen und Pumpwellenlängen wurde in verschiedenen Experimenten versucht, die Phasenanpassungsbedingung für entartete PDC möglichst nicht zu erfüllen. Dennoch zeigte sich für alle Konfigurationen der angesprochene \cos^2 -förmige Verlauf der Koinzidenzzählraten zeitgleicher Ereignisse für verschiedene Polarisierungen des rückgekoppelten Photons.

Dieses unerwartete Verhalten des vermeintlichen DFG-Prozesses für verschiedene Phasenanpassungsbedingungen lässt Raum für Zweifel an der Existenz des Prozesses. Neben der Koinzidenzzählrate um $\Delta t = 0$ und $|\Delta t| = t_1 - t_0$ wurde daher mit $|\Delta t| = 2(t_1 - t_0)$ zunächst auch die Koinzidenzzählrate für 2 Umlaufzeiten des rückgekoppelten Photons im Aufbau untersucht. Abbildung 5.15 zeigt im Vergleich die Aufnahme der Koinzidenzzählraten für einen (oben) sowie für zwei Umläufe (unten) für die Messung aus Abbildung 5.13 mit der 5 m langen Rückkoppelfaser für verschiedene Stellungen der Halbwellenplatte im Strahlengang des rückgekoppelten Photons.

Um den Verlauf der Zählraten bei $\Delta t = 2(t_1 - t_0)$ abschätzen zu können, werden die folgenden Überlegungen für die signifikanten Polarisierungen des rückgekoppelten Photons senkrecht, orthogonal sowie diagonal zum Tisch betrachtet:

Zustand	Im Rückkopplungsaufbau
s-polarisiert:	Das PDC-Photon wird in jedem Umlauf am PBS reflektiert und daher zu keinem Zeitpunkt an einer der beiden APDs nachgewiesen.
unter $\pm 45^\circ$ polarisiert:	Das PDC-Photon wird in jedem Durchgang mit $p = 0,5$ am PBS transmittiert und entsprechend an einer der beiden APDs detektiert, für die verbleibenden Fälle erfolgt ein weiterer Umlauf im Aufbau.
p-polarisiert:	Das PDC-Photon wird bereits im ersten Durchgang am PBS transmittiert und an einer der APDs nachgewiesen, es findet kein zweiter Umlauf im Aufbau statt.

Werden bei $\Delta t = 2(t_1 - t_0)$ lediglich Photonenpaare betrachtet, die aus dem ursprünglichen PDC-Prozess stammen, ergeben sich also Maxima für $\pm 45^\circ$ -polarisierte Photonen in der Rückkopplung, ist das rückgekoppelte Photon dagegen unter 0° oder auch 90° polarisiert, ergibt sich ein Zählratenminimum. Entsprechend kann der Verlauf der Koinzidenzzählraten mit einer \sin^2 -Funktion beschrieben werden, die Periode beträgt dann 45° bezogen auf die Stellung der Halbwellenplatte in der Rückkopplung.

Findet im Kristall zusätzlich der beschriebene DFG-Prozess statt, kommt es nach Gleichung (5.1) für p-polarisierte Photonen in der Rückkopplung zu einem systematischen Anstieg der Zählraten bei $\Delta t = 2(t_1 - t_0)$. Das nach einem Umlauf im DFG-Prozess entstandene senkrecht polarisierte Photon mit $\omega_{s,\downarrow}$ wird am polarisierenden Strahlteiler in den Aufbau zurück gekoppelt und nach einem Umlauf an einer der APDs detektiert. Bezüglich des ur-

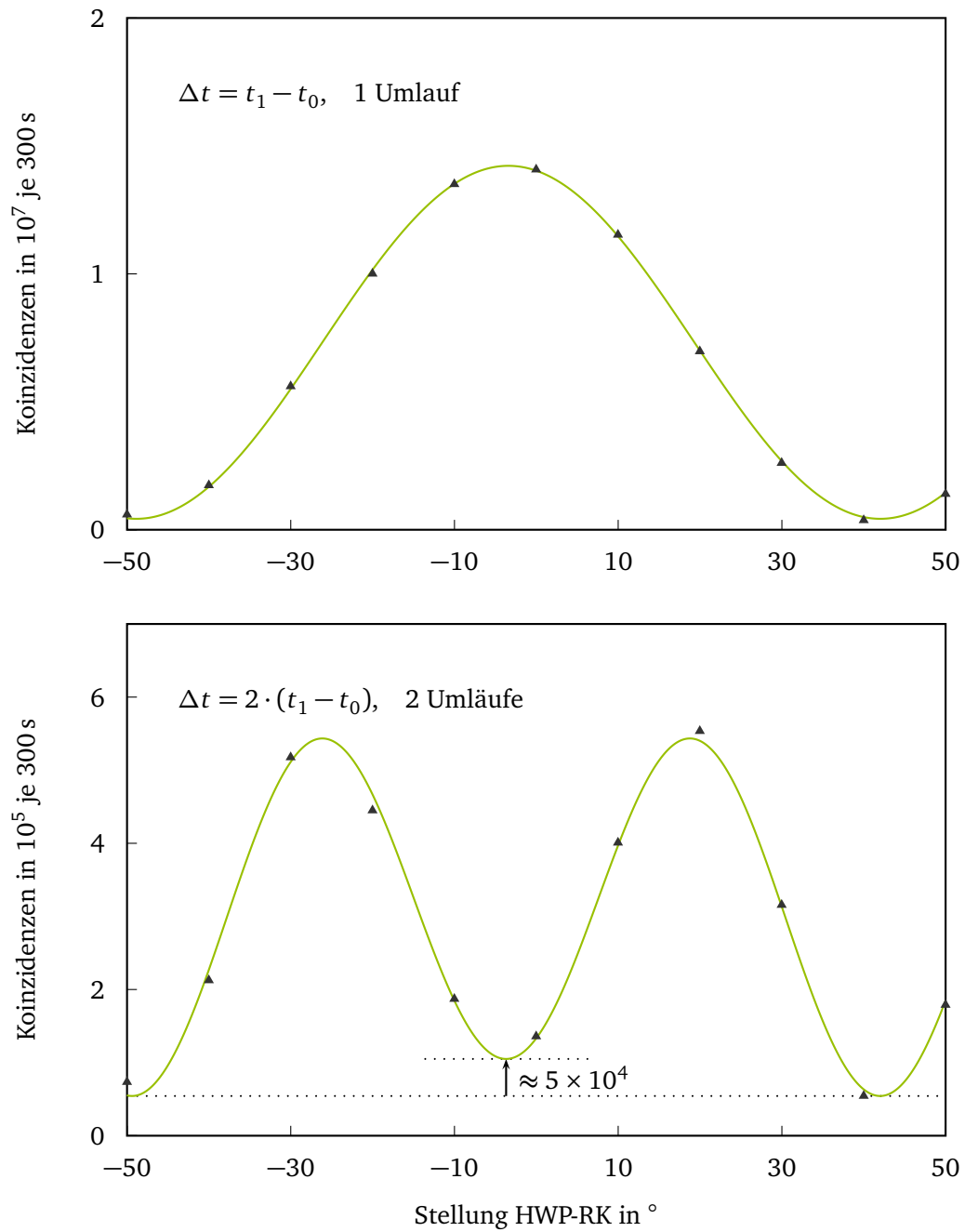


Abbildung 5.15: Verlauf der Koinzidenzzählraten für verschiedene relative Verzögerungszeiten. Im oberen Graphen entspricht die Verzögerung gerade der Zeit für einen Umlauf des rückgekoppelten Photons im beschriebenen Aufbau, im unteren Graphen läuft das Partnerphoton dagegen zwei Mal um. Für die Zählrate nach zwei Umläufen liegt das Minimum für ein rückgekoppeltes Photon in der p-Polarisation deutlich über dem Minimum für ein s-polarisiertes Photon in der Rückkopplung.

sprünglich p-polarisierten Partnerphotons aus der PDC ergibt sich eine relative Verzögerung von gerade $\Delta t = 2(t_1 - t_0)$. Zusätzlich zu dem oben beschriebenen \sin^2 -förmigen Verlauf der PDC-Photonen ergibt sich bei $\Delta t = 2(t_1 - t_0)$ entsprechend ein dem Verlauf der Koinzidenzzählrate nach einem Umlauf proportionaler \cos^2 -förmiger Verlauf aus DFG, der sich besonders im Vergleich der Minima für rückgekoppelte Photonen in der s- bzw. p-Polarisation zeigt. Abbildung 5.15 zeigt im Vergleich den Verlauf der Koinzidenzzählrate im beschriebenen Aufbau mit einer 5 m langen Rückkoppelfaser für eine (oben) bzw. zwei Umlaufzeiten (unten) relative Verzögerung. An die Messdaten bei $\Delta t = 2(t_1 - t_0)$ wurde eine Summe aus $\sin^2(2\alpha)$ und $\cos^2(\alpha)$ mit α der Stellung der Halbwellenplatte in der Rückkopplung angepasst, es zeigt sich ein deutlicher Unterschied zwischen den beschriebenen Minima. Für Stellungen der Halbwellenplatte um 0° befindet sich das in den Kristall zurück gekoppelte Photon in einem parallel zum Tisch linear polarisierten Zustand, das entsprechende Minimum bei $\Delta t = 2(t_1 - t_0)$ liegt deutlich über den Minima um $\text{HWP-RK} \approx \pm 45^\circ$. Auch diese Messung entspricht den Erwartungen für einen erfolgten Differenzfrequenzerzeugungsprozess.

Dennoch erschien die erfolgreiche Implementierung einer Zweiphotonenquelle unglaublich. Zwar lassen die Spektren der PDC-Photonen, wie sie in Abschnitt 3.4 vorgestellt wurden, eine Phasenanpassung des DFG-Prozesses nach Gleichung (5.1) für von entarteter PDC abweichende Kristallparameter vermuten, dennoch erschien eine derart große Akzeptanzbandbreite des Kristalls fraglich. Wie oben bereits beschrieben konnte außerdem nicht schlüssig begründet werden, warum sich in zahlreichen vorherigen Messungen mit einer 2 m langen Rückkoppelfaser auch über lange Messzeiträume kein DFG-Prozess beobachten ließ. Die beschriebenen Variationen der Stellung der Halbwellenplatte in der Rückkopplung wurde daher für verschiedene Faserlängen und entsprechend Umlaufzeiten wiederholt. Der Aufbau wurde für diese Messung mit einer 10 m langen Rückkoppelfaser optimiert, in der Folge wurde diese Faser zunächst in 5 ns-Schritten, später in 1 ns Schritten gekürzt, indem Stücke aus der Mitte der Faser entfernt wurden. Die Justage der Einkopplung der Einzelphotonen in den Konversionskristall war somit für alle durchgeführten Messungen vergleichbar. Abbildung 5.16 zeigt exemplarisch die Verläufe der auf $\Delta t = 1$ ns normierten Koinzidenzzählraten für vier verschiedene Umlaufzeiten $t_1 - t_0 = 25$ ns, 30 ns, 32 ns, 39 ns als Funktion der relativen Verzögerung zwischen beiden APDs im Rückkopplungsaufbau. Abgebildet ist jeweils das Intervall für zeitgleiche Ereignisse (links), für einen (Mitte) sowie zwei Umläufe (rechts) im beschriebenen Aufbau, falls das zurück gekoppelte Photon senkrecht (schwarz) oder parallel zum Tisch (grün) bzw. unter 45° polarisiert ist (gestrichelt).⁶⁶ Für die beschriebene 5 m lange Rückkoppelfaser gilt $t_1 - t_0 = 30$ ns. Die entsprechenden Graphen in Abbildung 5.16 zeigen das erwartete Verhalten: In den relativen Koinzidenzen im Falle eines p-polarisierten rückgekoppelten Photons zeigen sich sowohl um $\Delta t = 0$ als auch um $\Delta t = 2 \cdot (t_1 - t_0)$ Anstiege, die für die Existenz eines Differenzfrequenzerzeugungsprozesses sprechen. Für von $t_1 - t_0 = 30$ ns verschiedene Verzögerungszeiten zeigte sich

⁶⁶Da die Halbwellenplatte in der Rückkopplung während der abgebildeten Messungen in 10° -Schritten variiert wurde, sind die Angaben der verschiedenen Polarisationszustände hier lediglich als Richtwerte zu betrachten.

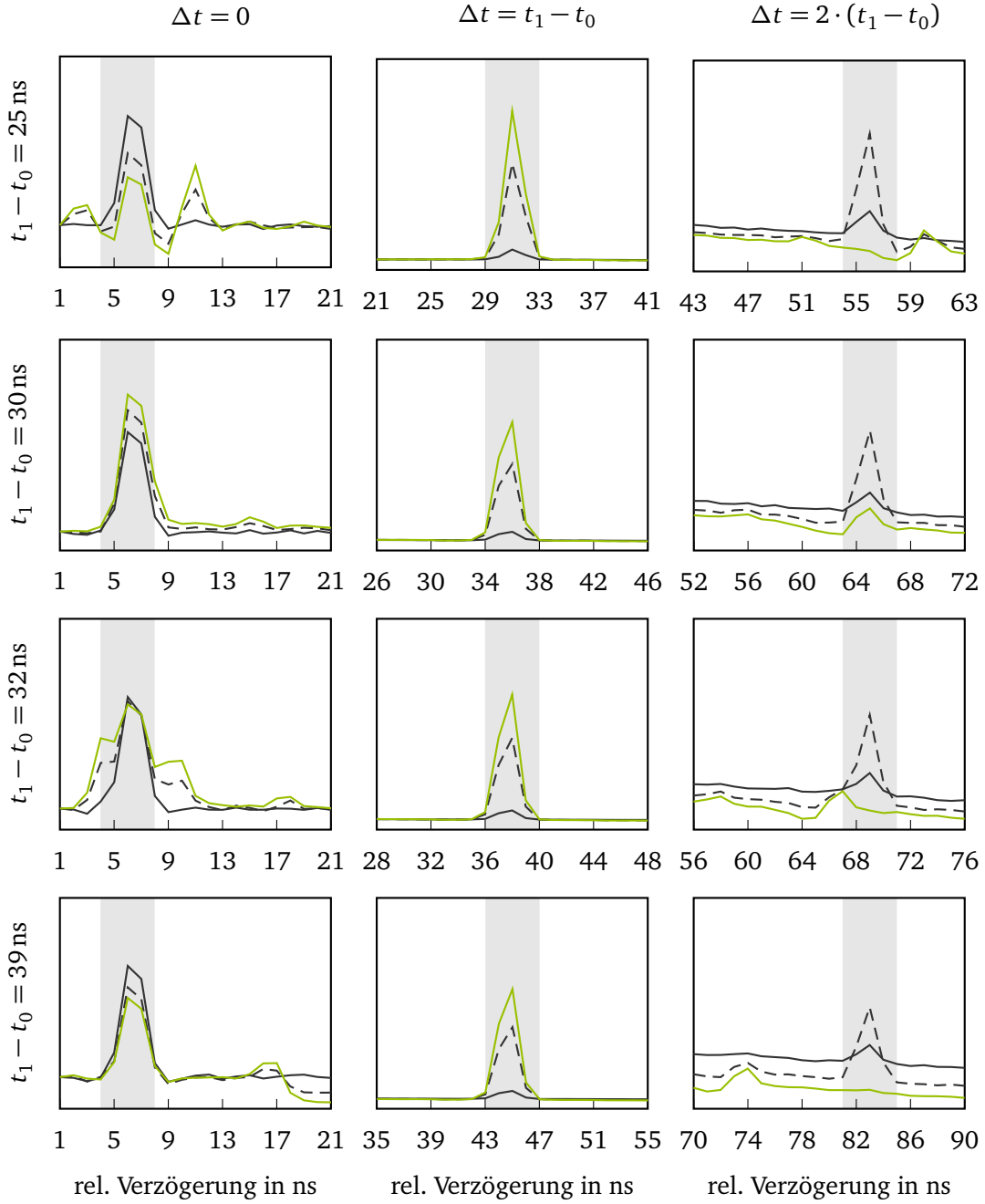


Abbildung 5.16: Relative Koinzidenzen für verschiedene Längen der Rückkoppelfaser und entsprechend verschiedene Umlaufzeiten $t_1 - t_0$. Dargestellt sind jeweils die Zeitfenster für zeitgleiche Ereignisse (links) sowie für einen (mitte) und zwei (rechts) Umläufe des rückgekoppelten Photons im Aufbau, das zurück gekoppelte Photon befindet sich dabei in einem senkrecht (schwarz) bzw. parallel zum Tisch (grün) polarisierten Zustand oder ist etwa unter 45° polarisiert (gestrichelt).

jedoch in allen Messungen das hier in Teilen dargestellte Bild: Der Zählratenanstieg für p-polarisiertes rückgekoppeltes Photon, in der Abbildung in Grün dargestellt, findet sich gegenüber den Anstiegen für nicht p-polarisiertes rückgekoppeltes Photon um $\Delta t = 0$ und insbesondere um $\Delta t = 2 \cdot (t_1 - t_0)$ verschoben. Ein Vergleich aller Messungen mit Verzögerungszeiten zwischen 55 ns für die 10 m lange Faser in der Rückkopplung und 15 ns für die 2 m lange Rückkoppelfaser zeigt für die Anstiege in der Zählrate für p-polarisiertes rückgekoppeltes Photon einen Abstand ± 29 ns zu den PDC-Peaks bei $\Delta t = |t_1 - t_0|$. Die Ursache für diese Art Rückreflex des PDC-Peaks konnte nicht gefunden werden. Nachpulse der APDs konnten ebenso ausgeschlossen werden wie Reflexe in den verwendeten Kabeln zwischen Detektor und Auswertungelektronik oder im experimentellen Aufbau selbst. Es wird daher ein systematischer Einfluss der verwendeten Koinzidenzelektronik angenommen, der nicht weiter untersucht werden kann. Für $\Delta t \approx 30$ ns führt dieser Rückreflex fälschlicherweise zu einem Verhalten der verschiedenen Zählraten, das in das erwartete Schema passt. Für folgende Messungen musste daher auf eine saubere Trennung zwischen echten sowie zufälligen Anstiegen in der Koinzidenzzählrate geachtet werden, indem die Umlaufzeit im experimentellen Aufbau möglichst von $\Delta t \approx 30$ ns verschieden gewählt wurde. Da sich für größere relative Verzögerungen der bereits in Abschnitt 5.2 besprochene lineare Abfall in den Koinzidenzzählraten zeigte, wurde auch weiterhin die 2 m lange Faser zur Rückkopplung des PDC-Photons in den Kristall verwendet. Die beschriebene Reduktion der Detektionseffizienz für den DFG-Prozess muss dabei hingenommen werden.

5.4 Zusammenfassung

Durch Differenzfrequenzerzeugung zwischen einem Einzelphoton aus PDC um 808 nm und einem Photon aus einem klassischen Feld um 404 nm sollte eine Zweiphotonenquelle implementiert werden.

Im Verlauf dieser Arbeit wurden zahlreiche Messungen zur experimentellen Umsetzung der beschriebenen Zweiphotonenquelle durchgeführt. Die vergleichsweise geringe Effizienz des erwarteten DFG-Prozesses zusammen mit sehr großen, teils systematischen Hintergrundeffekten sowohl aus der Detektionselektronik als auch aus Unsauberkeiten der experimentellen Implementierung machten eine sorgfältige Umsetzung der vorgestellten Ideen unter möglichst idealen Rahmenbedingungen erforderlich.

Der experimentelle Aufbau wurde wie beschrieben optimiert, Langzeitmessungen wurden stets an Wochenenden oder Feiertagen bei möglichst stabiler Wetterlage durchgeführt. Dennoch lieferte keine dieser Messungen belastbare Indizien für die erfolgreiche Generierung eines ununterscheidbaren Photonenpaares durch DFG, sodass weitere Bemühungen schließlich eingestellt wurden.

Teil II

Quanteninformation

6 Kryptographische Protokolle

Dieses Kapitel gibt einen kurzen Überblick über die Quantenkryptographie bzw. besser den Quantenschlüsselaustausch. Dabei werden zunächst grob die Vor- und Nachteile klassischer Verschlüsselungsverfahren skizziert, um auf dieser Grundlage die Möglichkeiten des Quantenschlüsselaustauschs zu motivieren. Mit dem BB84- und dem Ekert-Protokoll werden die geläufigsten Schlüsselaustauschverfahren vorgestellt. Am Beispiel des BB84-Protokolls werden außerdem die Sicherheit von Quantenschlüsselaustauschverfahren besprochen sowie mögliche und nötige (klassische) Nachbearbeitungsverfahren vorgestellt.

6.1 Klassische Kryptographie

Seit jeher bestand insbesondere in der taktischen Kriegsführung das Bedürfnis des sicheren Austauschs von Nachrichten auf der einen und der Kenntnis von Angriffsplänen auf der anderen Seite. Der Entwicklung geschickter Verschlüsselungsverfahren standen daher immer auch Wissenschaftler gegenüber, die sich auf die Entschlüsselung dieser Verfahren spezialisiert hatten. Die Wissenschaft der Kryptographie (von altgriechisch *kryptós* – geheim und *gráphein* – schreiben) entstand.

1883 formulierte Auguste Kerckhoff verschiedene Anforderungen an sichere Verschlüsselungsverfahren. Darunter findet sich der heute als Kerckhoffsches Prinzip bekannte Grundsatz der Unabhängigkeit der Sicherheit der Nachricht von der Unkenntnis des Verschlüsselungsverfahrens. Die Sicherheit der Nachricht muss im Gegenteil auch bei völliger Offenlegung der Verschlüsselungsmethode so lange gewährleistet sein, wie der verwendete Schlüssel geheim ist [88]. Die Einhaltung dieses Grundsatzes erforderte eine intensivere Beschäftigung mit der Thematik, der im Verlauf des 20. Jahrhunderts auch aus militärischem Interesse Folge geleistet wurde. Mit der Digitalisierung erlangte der sichere Austausch von Nachrichten schließlich eine größere gesellschaftliche Relevanz [89].

Bis zur Mitte des 20. Jahrhunderts wurden ausschließlich symmetrische Verschlüsselungsverfahren verwendet. Sowohl dem Sender der Nachricht (meist als ‚Alice‘ bezeichnet) als auch ihrem Empfänger (‚Bob‘) müssen dafür identische Schlüssel vorliegen.

Symmetrische Verschlüsselungsverfahren verwenden das Prinzip eines klassischen Schlosses, das von einem einzelnen Schlüssel sowohl verschlossen als auch wieder geöffnet werden kann. Das bekannteste symmetrische Verschlüsselungsverfahren, das ‚One-Time-Pad‘, geht auf Gilbert S. Vernam zurück [90]. Jeder Schlüssel darf hier nur ein einziges Mal verwendet werden, um die Sicherheit des Geheimtextes zu gewährleisten. Der Schlüssel besteht aus einer zufälligen Abfolge aller Zeichen des verwendeten Alphabets und ist mindestens so lang wie die Nachricht selbst. Er wird zeichenweise modulo dem Betrag

des Alphabets, also der Anzahl seiner Elemente, auf die Nachricht aufaddiert. Beispielhaft soll hier eine Nachricht nach dem *One-Time-Pad* mit dem binären Alphabet $\{0, 1\}$ codiert werden, die einzelnen Bits werden also modulo 2 aufaddiert. Diese Verknüpfung wird auch als Exklusiv-Oder (XOR) bezeichnet:

Nachricht	1	0	1	1	0	0	1	0	1	1
Schlüssel	1	1	0	1	0	1	0	1	1	0
Geheimtext	0	1	1	0	0	1	1	1	0	1

Abbildung 6.1: Verschlüsselung einer Nachricht nach dem *One-Time-Pad*. Der Geheimtext wird dabei durch die XOR-Verknüpfung von Schlüssel und Nachricht gewonnen und ist nachweislich nicht angreifbar.

Ohne Kenntnis des Schlüssels lässt die verschlüsselte Nachricht, der Geheimtext, keine Rückschlüsse auf die eigentliche Nachricht zu: Für eine zufällige Verteilung der Schlüsselbits kann beispielsweise eine ,1‘ im Geheimtext zu jeweils 50 % eine ,0‘ oder eine ,1‘ in der Nachricht bedeuten. Ist der Schlüssel dagegen bekannt, lässt sich der Geheimtext fehlerfrei dechiffrieren:

Geheimtext	0	1	1	0	0	1	1	1	0	1
Schlüssel	1	1	0	1	0	1	0	1	1	0
Nachricht	1	0	1	1	0	0	1	0	1	1

Abbildung 6.2: Um einen nach dem *One-Time-Pad* verschlüsselten Geheimtext zu dechiffrieren, wird er erneut mit dem Schlüssel verknüpft. Ohne Kenntnis des Schlüssels ist ein Rückschluss auf die ursprüngliche Nachricht nicht möglich.

In den 1940er Jahren konnte Claude Shannon die informationstheoretische Sicherheit des *One-Time-Pads* bei korrekter Anwendung, also mit zufälligen Schlüsseln mit mindestens der Länge der verschlüsselten Nachricht, die jeweils nur ein einziges Mal verwendet werden, zeigen [91]. Das *One-Time-Pad* hat jedoch einen großen Nachteil: Sender und Empfänger der Nachricht müssen ein Geheimnis, den Schlüssel, teilen, die Notwendigkeit des sicheren Schlüsselaustauschs macht dieses Verfahren aufwändig und unflexibel.

Mit ihrem Artikel zur ‚*Public-Key-Kryptographie*‘, einer asymmetrischen Verschlüsselungsmethode, die kein gemeinsames Geheimnis mehr erforderte, revolutionierten Whitfield Diffie und Martin Hellman daher 1976 die Welt der Kryptographie und ermöglichten erst die routinemäßige Verwendung von Verschlüsselungsalgorithmen, wie wir sie im Internet heute täglich nutzen [92]. Die *Public-Key-Kryptographie* funktioniert wie ein Briefkasten, in den zwar jeder Nachrichten einwerfen kann, den jedoch nur die Person öffnen (und damit die Nachrichten lesen) kann, die den Schlüssel besitzt. Vereinfacht lässt sich die Umsetzung der asymmetrischen Verschlüsselung mit der Verwendung sogenannter ‚Einwegfunktionen‘ beschreiben. Das sind Funktionen, die leicht auszuwerten sind (\Rightarrow Verschlüsselung mit

dem öffentlichen Schlüssel), deren Umkehrung (\Rightarrow Entschlüsselung) ohne ‚Tricks‘ (\Rightarrow mit Hilfe des privaten Schlüssels) jedoch sehr schwierig zu realisieren ist [93]. Das bekannteste asymmetrische Verschlüsselungsverfahren wurde 1978 von Ronald L. Rivest, Adi Shamir und Leonard Adleman entwickelt und wird auch heute noch verwendet. Es wird nach seinen Erfindern als RSA-Algorithmus bezeichnet [10].

Die verwendete Einwegfunktion ist dabei die Multiplikation von zwei (sehr großen) Primzahlen, die sehr einfach auszuführen ist, während es für genügend große Zahlen sehr schwierig ist, sie wieder in ihre beiden Primfaktoren zu zerlegen. Der ‚Trick‘ zur Entschlüsselung basiert auf dem kleinen Satz von Fermat bzw. der Verallgemeinerung von Euler

$$x^{\varphi(n)+1} = x \mod n \quad (6.1)$$

mit $\varphi(n)$ der Eulerschen φ -Funktion, die einer natürlichen Zahl n die Anzahl der zu n teilerfremden Zahlen zwischen 1 und $n - 1$ zuordnet.

Zur Verschlüsselung nach dem RSA-Algorithmus wählt der Empfänger der Nachricht zufällig zwei Primzahlen p und q und bildet sowohl $N = p \cdot q$ als auch $\varphi(N) = (p - 1) \cdot (q - 1)$. Anschließend wählt er eine zu $\varphi(N)$ teilerfremde Zahl e , die zusammen mit N den öffentlichen Schlüssel bildet. Aus dem öffentlichen Schlüssel wird der private Schlüssel d so bestimmt, dass

$$e \cdot d = k \cdot (p - 1) \cdot (q - 1) + 1 \text{ mit } k \in \mathbb{N}, \text{ also} \quad (6.2)$$

$$e \cdot d = 1 \mod \varphi(N) \quad (6.3)$$

gilt. Wegen

$$(m^e)^d \mod N = (m^d)^e \mod N = m \quad (6.4)$$

gilt für die Verschlüsselung (*encryption*) der Nachricht m nach dem RSA-Algorithmus:

$$f_e(m) = m^e \mod N = c \quad (6.5)$$

Die Entschlüsselung (*decryption*) erfolgt mit Hilfe des privaten Schlüssels d :

$$f_d(c) = c^d \mod N = m \quad (6.6)$$

Damit ist die Entschlüsselung der Nachricht denkbar einfach, sofern der private Schlüssel d vorliegt. Ist das nicht der Fall, müsste d und damit p und q aus N berechnet werden. Diese Aufgabe ist theoretisch lösbar, erfordert jedoch einen hohen Rechenaufwand.

Die Sicherheit einer Nachricht ist immer nur für eine gewisse Zeitspanne relevant. Für eine Kreditkarte mit einer Gültigkeit von vier Jahren ist eine Entschlüsselung der zugehörigen Daten nach beispielsweise sechs Jahren nicht mehr kritisch. Sofern die Verschlüsselung mit Hilfe des RSA-Algorithmus also so gewählt wird, dass eine Entschlüsselung ohne Kenntnis des privaten Schlüssels länger dauert, als die Nachricht für den Angreifer von Wert ist, kann sie praktisch als sicher angenommen werden. Diese Verschlüsselungsmethoden werden als

„komplexitätstheoretisch sicher“ bezeichnet, im Gegensatz zur informationstheoretischen Sicherheit des *One-Time-Pads*.

Die Zeit, die ein klassischer Computer braucht, um N in zwei Primfaktoren zu zerlegen, also um RSA ohne Verwendung des privaten Schlüssels zu entschlüsseln, hängt zunächst exponentiell von der Länge von N ab und sinkt außerdem mit der besseren Rechenleistung neuerer Computer. Aktuell⁶⁷ empfiehlt die Bundesnetzagentur Schlüssellängen (also Stellen von N) von 2048 Bit, um die Sicherheit der Daten bis 2022 zu gewährleisten [94].

Der RSA-Algorithmus ermöglicht also eine verschlüsselte Kommunikation mit einem beliebigen Kommunikationspartner, mit dem KEIN GEHEIMNIS geteilt werden muss. Gerade im Vergleich mit den zuvor beschriebenen symmetrischen Verschlüsselungsverfahren sind *Public-Key-Verfahren* damit deutlich einfacher in den Alltag zu integrieren. Während das *One-Time-Pad* jedoch nachweislich sicher ist, basiert die Sicherheit des RSA-Algorithmus lediglich auf seiner mathematischen Komplexität und der dadurch zum Dechiffrieren nötigen Rechenzeit. Da diese Rechenzeit für klassische Computer exponentiell mit der Länge des verwendeten Schlüssels wächst, kann Entwicklungen im Bereich der klassischen Computer mit größeren Schlüsseln begegnet werden. Peter W. Shor veröffentlichte jedoch bereits 1994 den nach ihm benannten Shor-Algorithmus für die Primfaktorzerlegung auf dem Quantencomputer, dessen Rechenzeit nur noch polynomial mit der Länge der verwendeten Primzahlen ansteigt [9]. Mit der Entwicklung eines leistungsfähigen Quantencomputers wäre daher die Verschlüsselungspraxis wie wir sie heute kennen und nutzen hinfällig.

Doch nicht nur vor dem Hintergrund eines möglichen Quantencomputers ist es interessant, die Vorteile von symmetrischer und asymmetrischer Verschlüsselung zu kombinieren und ein Verfahren zu finden, das sowohl praktikabel als auch mathematisch sicher ist.

Eine Lösung bietet die Physik, die den sicheren Austausch eines symmetrischen Schlüssels für das *One-Time-Pad* ermöglicht.

6.2 Quantenschlüsselaustauschverfahren

Bereits Ende der 1960er Jahren erkannte Stephen Wiesner das Potential quantenmechanischer Eigenschaften für die Implementierung kryptographischer Protokolle, seine Arbeit blieb jedoch zunächst unveröffentlicht. Erst 1979 wurde das Thema in Gesprächen zwischen Gilles Brassard und Charles H. Bennett, der Wiesner und seine Ideen kannte, wieder aufgegriffen. Wiesners Artikel wurde veröffentlicht [95], Bennett und Brassard stellten 1984 auf der *International Conference on Computers, Systems & Signal Processing* in Indien das heute bekannteste und nach seinen Erfindern BB84 genannte Protokoll zum Quantenschlüsselaustausch vor [96, 97]. Das auf der Präparation einzelner Quantenzustände basierende BB84-Protokoll sowie das 1991 von Arthur K. Ekert entwickelte Ekert-Protokoll [98], das das Phänomen der Verschränkung ausnutzt, werden in den nächsten Abschnitten beschrieben. Zunächst soll hier jedoch kurz auf die grundsätzliche Idee des Quantenschlüsselaustauschs (QKD von englisch *Quantum Key Distribution*) eingegangen werden.

⁶⁷ Empfehlung vom 09.12.2015.

Nach den Gesetzmäßigkeiten der Quantenphysik lässt sich der Polarisationszustand eines Photons nicht gleichzeitig in zwei zueinander um 45° gedrehten Basen detektieren. Außerdem ruft jede Messung an einem Quantensystem eine Störung hervor und das *No-Cloning*-Theorem verbietet das Kopieren eines unbekannten Quantenzustandes [99].

Diese wenigen Eigenschaften der Quantenphysik ermöglichen einen sicheren Schlüsselaustausch zwischen Alice und Bob: Alice codiert ihre Nachricht in einem einzelnen Quantenzustand, dem sogenannten ‚Quantenbit‘ oder kurz Qubit, meistens einem Photon. Da jede Messung an diesem Qubit Fehler verursachen kann, folgt aus einem ungestörten Quantensystem bei Bob der sichere Transfer einer Nachricht von Alice.

So haben Alice und Bob zwar die Möglichkeit, einen Lauscher (‚Eve‘ von englisch *eavesdropping*) zu enttarnen, indem sie nach Störungen in den übertragenen Zuständen suchen, sie können ihn jedoch nicht grundsätzlich am Lauschen hindern. Alice codiert daher nicht die eigentliche Nachricht, sondern lediglich einen Schlüssel, also eine zufällige Bitfolge, die nach dem Austausch von Quantenzuständen zur (klassischen) Verschlüsselung nach dem *One-Time-Pad* verwendet werden kann, sofern sie von Alice und Bob als sicher eingestuft wurde. Der Begriff der Quantenkryptographie ist daher etwas irreführend und wird besser durch den oben genannten Begriff des Quantenschlüsselaustauschs ersetzt.

6.2.1 Das BB84-Protokoll

Der Schlüsselaustausch nach dem BB84-Protokoll erfolgt meist über die Manipulation des Polarisationszustandes einzelner Photonen, die über den ‚Quantenkanal‘ entweder durch die Luft oder unter Verwendung von Glasfasern von Alice an Bob gesendet werden. Die Photonen werden dabei in zwei orthogonalen Basen so präpariert, dass jeweils zwei Zustände aus verschiedenen Basen den gleichen Überlapp haben. Für die fasergekoppelte Übertragung werden hier typischerweise horizontal und vertikal bzw. rechts-zirkular und links-zirkular polarisierte Einzelphotonen um 1550 nm verwendet, da für diese Wellenlänge Fasern mit der vergleichsweise geringsten Absorption verfügbar sind. Ein Quantenschlüsselaustausch durch die Luft erfolgt mit einzelnen Photonen um 800 nm, die horizontal und vertikal bzw. $+45^\circ$ und -45° polarisiert sind. Die Wahl der Wellenlänge erfolgt dabei entsprechend den Transmissionseigenschaften von Luft und der Verfügbarkeit von Einzelphotonendetektoren mit einer hohen Quanteneffizienz in diesem Wellenlängenbereich [11].

Da die in der weiteren Arbeit beschriebenen Experimente zum Quantenschlüsselaustausch auf einer Freistrah-Übertragung der Qubits basieren, soll das BB84-Protokoll im Folgenden am Beispiel linear polarisierter Photonen beschrieben werden. Eine Übertragung auf beliebige abweichende konjugierte Basen ist jedoch problemlos möglich.

Die verwendeten Basen und Zustände sind für die Freistrahübertragung die Plus-Basis \oplus mit den Zuständen horizontal \leftrightarrow und vertikal \updownarrow und die X-Basis \otimes mit $\pm 45^\circ$ polarisierten Photonen, also \nearrow und \searrow .

Es gilt

$$|\nearrow\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\leftrightarrow\rangle + |\updownarrow\rangle) \quad (6.7)$$

$$|\searrow\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\leftrightarrow\rangle - |\updownarrow\rangle) \quad (6.8)$$

und

$$|\langle\updownarrow|\nearrow\rangle|^2 = |\langle\updownarrow|\searrow\rangle|^2 = |\langle\leftrightarrow|\nearrow\rangle|^2 = |\langle\leftrightarrow|\searrow\rangle|^2 = \frac{1}{2}. \quad (6.9)$$

In jeder Basis wird einem Zustand die 1, dem anderen die 0 zugeordnet, also beispielsweise so wie in der folgenden Abbildung:





	\oplus	\otimes
1		
0		

Abbildung 6.3: Zuordnung der Bitwerte 0 und 1 zu den verwendeten Zuständen.

Dabei ist lediglich wichtig, dass die Zuordnungen bei Alice und Bob übereinstimmen. Alice präpariert nun einzelne Photonen zufällig in einem der vier Zustände. Jedem Zustand entspricht dabei ein Bitwert und eine ‚richtige‘ Messbasis, also eine Messbasis, die das richtige Ergebnis liefert: Wird ein horizontal polarisiertes Photon \leftrightarrow in der Plus-Basis \oplus detektiert, wird der Zustand des Photons erkannt und der entsprechende Bitwert mit Sicherheit richtig zugeordnet. Wird das gleiche Photon dagegen in der X-Basis \otimes detektiert, ergibt sich ein zufälliges und mit Sicherheit falsches Ergebnis für den Zustand des Photons (nämlich \nearrow oder \searrow), entsprechend wird in 50 % der Fälle ein falscher Bitwert zugeordnet.

Bob wählt zur Detektion der ankommenden Photonen zufällig eine Messbasis aus und ordnet den erhaltenen Zuständen den entsprechenden Bitwert zu. Dabei wird seine Messbasis in der Hälfte der Fälle mit der Präparationsbasis übereinstimmen und er ordnet den richtigen Bitwert zu, in der anderen Hälfte der Fälle wird der Bitwert zufällig zugeordnet. Diese erste übertragene zufällige Bitfolge wird auch als ‚raw key‘ bezeichnet, ein Vergleich der beiden Zahlenfolgen ergibt eine Fehlerrate von etwa 25 %. Abbildung 6.4 skizziert den beschriebenen Ablauf eines Schlüsselaustauschs nach dem BB84-Protokoll.

Nach dem Austausch der Photonen gleichen Alice und Bob die verwendeten Messbasen über einen klassischen öffentlichen Kanal ab, ohne dabei den jeweiligen Bitwert veröffentlichen zu müssen. Da es in jeder Basis sowohl eine ‚0‘ als auch eine ‚1‘ gibt, kann die Basis ohne Informationsverlust bekannt gegeben werden. Anschließend werden alle Bitwerte gestrichen, für die Bob den entsprechenden Zustand in der falschen Basis detektiert hat. Übrig bliebe im Idealfall eine zufällige Bitfolge, die bei Alice und Bob identisch wäre und entsprechend als Schlüssel für das *One-Time-Pad* verwendet werden könnte. Da dieser Schlüssel, der ‚sifted

Alice	Bitwert	1	0	0	1	1	0	1
	Basis	\otimes	\otimes	\oplus	\otimes	\oplus	\otimes	\oplus
	Zustand							
Bob	Basis	\oplus	\otimes	\otimes	\oplus	\oplus	\otimes	\oplus
	Zustand							
	Bitwert	0	0	1	1	1	0	1
Basenabgleich	Basis?							
	Schlüssel		0			1	0	1

Abbildung 6.4: Ablauf eines Quantenschlüsselaustauschs nach dem BB84-Protokoll: Alice präpariert einzelne Photonen in einem von vier Zuständen und sendet diese an Bob, der das Photon in einer zufälligen Messbasis detektiert. Stimmen die beiden Basen überein, ordnen Alice und Bob ihrem Zustand den gleichen Bitwert zu, der damit für den Schlüssel verwendet werden kann. Hat Bob in einer anderen als der Präparationsbasis gemessen, stimmt seine Zuordnung nur zufällig mit der bei Alice überein, das zugehörige Bit wird verworfen.

key', jedoch in der Realität durch Ungenauigkeiten, beispielsweise in der Übertragung und Detektion der Photonen, nie fehlerfrei sein wird, folgt der reinen Schlüsselübertragung immer eine Routine zur Fehlerkorrektur, die den Schlüssel um solche Fehler bereinigen soll. Auf (klassische) Verfahren zur Fehlerkorrektur und auch zur Privatsphärenverstärkung wird in Abschnitt 6.4 kurz eingegangen.

Fehler im *sifted key* können neben rein technischen Ursachen auch entstehen, weil die Übertragung der Qubits von Alice an Bob belauscht wurde. Abschnitt 6.3 diskutiert mögliche Lauschangriffe sowie den Umgang mit verschiedenen hohen Fehlerraten im *sifted key*.

6.2.2 Das Ekert-Protokoll

Obwohl Artur Ekert das nach ihm benannte Protokoll zum Quantenschlüsselaustausch 1991 unabhängig von Bennetts und Brassards BB84-Protokoll entwickelte, lassen sich Parallelen zwischen den beiden Protokollen finden.

Während der Quantenkanal für das BB84-Protokoll nur in eine Richtung genutzt wird, indem Alice präparierte Einzelphotonen an Bob verschickt, basiert das Ekert-Protokoll auf einer Quelle, die polarisationsverschränkte Photonenpaare erzeugt und jeweils ein Photon

an Alice und Bob sendet. Wie schon bei der Umsetzung des BB84-Protokolls detektieren Alice und Bob dieses Photon zufällig in einer von zwei konjugierten Basen, beispielsweise bei einer freistrahle-Übertragung wieder in der Plus-Basis \oplus oder der X-Basis \otimes . Wählen Alice und Bob zufällig die gleiche Messbasis, ergeben sich korrelierte Ergebnisse, die zur Schlüsselerzeugung verwendet werden können. Emittiert die Quelle beispielsweise einen Zustand der Form

$$|\Psi^{(\pm)}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\leftrightarrow\rangle \pm |\leftrightarrow\rangle), \quad (6.10)$$

erhalten Alice und Bob immer komplementäre Ergebnisse: Detektieren beispielsweise beide in der \oplus -Basis und Alice detektiert ein horizontal polarisiertes Photon, ist das Photon bei Bob mit Sicherheit vertikal polarisiert. Für Basen, die Bell-Zustände der Form

$$|\Phi^{(\pm)}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\uparrow\uparrow\rangle \pm |\leftrightarrow\leftrightarrow\rangle) \quad (6.11)$$

emittieren, stimmen die Ergebnisse immer überein. Detektiert Alice ein horizontal polarisiertes Photon, ergibt sich bei Bob in der gleichen Messbasis entsprechend auch eine horizontale Polarisation [83].

Ist die Funktionsweise der verwendeten Quelle bekannt, kann so mit der Zuordnung aus Abbildung 6.3, wie schon für das BB84-Protokoll beschrieben, ein Schlüssel ausgetauscht werden. Um die Sicherheit des übertragenen Schlüssels zu beurteilen, kann hier die Quantennatur der verwendeten Quelle ausgenutzt werden. Alice und Bob führen mit den Ergebnissen aus den Messungen mit ALLEN Messbasen (also auch den Zuständen, die Alice und Bob in verschiedenen Messbasen detektiert haben) einen Bell-Test durch. Wird die Bellsche Ungleichung verletzt, haben Alice und Bob ihre Messungen an einem ungestörten System vorgenommen. Wird keine Verletzung der Bellschen Ungleichung festgestellt, wurden die Messungen an unkorrelierten Photonenpaaren vorgenommen und nicht an den ursprünglich durch die Quelle emittierten. Die Photonen wurden also auf dem Übertragungsweg von der Quelle zu Alice und/oder Bob gestört, was auf die Anwesenheit eines Lauschers schließen lässt. Zusätzlich lassen sich jedoch die Überlegungen aus Abschnitt 6.3 auch auf das Ekert-Protokoll übertragen [11].

Auf den Test der Bellschen Ungleichung für polarisationsverschränkte Zustände wird in Abschnitt 4.5 genauer eingegangen.

6.3 Lauschangriffe und Sicherheit des Quantenschlüsselaustauschs

Der perfekte Lauschangriff auf einen Quantenschlüsselaustausch gelänge Eve, wenn sie

- jedes Photon auf dem Weg von Alice zu Bob abfinge,
- eine Kopie anfertigte und abspeicherte,
- das ursprüngliche Photon an Bob weiterschickte,

- das Verkünden der Messbasen abwartete und schließlich
- jedes gespeicherte Photon in der richtigen Messbasis detektierte.

Eben diesen Angriff verbietet jedoch das *No-Cloning*-Theorem. Da Eve keine Kopie eines unbekannten Quantenzustandes anfertigen kann, muss sie ebenso wie Bob jedes Photon in einer der beiden Messbasen detektieren und ein anderes, ihrem Ergebnis entsprechend präpariertes, Photon an Bob weiterschicken, um nicht aufzufallen. In Abbildung 6.5 wird dieser Angriff schematisch dargestellt: Da Alice und Bob nach dem Quantenaustausch diejenigen Bitwerte aus dem Schlüssel streichen, für die sich Bobs Messbasis von Alices Präparationsbasis unterscheidet, werden nur die Fälle betrachtet, für die Alice und Bob die gleiche ‚richtige‘ Basis verwendet haben. Ohne Störungen in der Übertragung sollten entsprechend alle Bitwerte übereinstimmen. Im Falle eines Lauschangriffs wird in der Hälfte der Fälle (in Abbildung 6.5 in der oberen Hälfte des Baumdiagramms dargestellt) auch Eve die ‚richtige‘ Messbasis auswählen, das Photon also in der Präparationsbasis detektieren und entsprechend den Initialzustand an Bob weiterschicken. In diesem Fall detektiert Bob sicher den richtigen Polarisationszustand und ordnet entsprechend den richtigen Bitwert zu.

Da Eve die Präparationsbasis nicht kennt, wird sie jedoch in der anderen Hälfte der Fälle (in Abbildung 6.5 unten) eine andere Basis für ihren Angriff auswählen als Alice und Bob zur Präparation und Detektion des Zustandes verwendet haben. Bob erhält in diesem Szenario ein Photon in einem Polarisationszustand, den er mit seiner (zu Eves Basis konjugierten) Messbasis nicht nachweisen kann. Er erhält entsprechend ein zufälliges Ergebnis und ordnet folglich nur in der Hälfte der Fälle den ‚richtigen‘, von Alice präparierten, Bitwert zu.

Um einen potentiellen Lauscher zu entdecken, wählen Alice und Bob daher nach dem Basenabgleich einen hinreichend großen Teil ihrer Schlüsselbits aus und vergleichen deren Werte. Stimmen alle Bitwerte überein, wurde der übertragene Schlüssel mit sehr großer Wahrscheinlichkeit nicht abgehört⁶⁸. Bei einer realen Schlüsselübertragung werden jedoch selbst dann nicht alle Bitwerte übereinstimmen, wenn sie nicht abgehört wurde. Wie oben angesprochen sind allein die Präparation, Übertragung und Detektion der einzelnen Photonen schon fehlerbehaftet. Da Alice und Bob nicht zwischen unkritischen technischen Fehlern und kritischen realen Fehlern durch einen Lauschangriff unterscheiden können, wird hier konservativ jeder Fehler dem potentiellen Lauscher zugeschrieben.

Die einfache Gleichung ‚Fehler = Lauscher = Verwerfen‘ ist damit nicht praktikabel, weil es immer zu Fehlern und damit immer zum Verwerfen des ausgetauschten Schlüssels käme. Soll eine Entscheidungsregel gefunden werden, wann ein Schlüssel als sicher eingestuft und verwendet werden kann und wann er im Gegensatz als unsicher verworfen werden muss, muss die Fehlerrate im *sifted key*, die ‚*Quantum Bit Error Rate*‘ QBER, also differenzierter betrachtet werden.

Um die Bedeutung einer bestimmten QBER besser einordnen zu können, werden Eves Möglichkeiten betrachtet: Die ‚*intercept resend*-Strategie‘, die einfachste Angriffsmöglichkeit, wurde oben bereits beschrieben. Im wiederum einfachsten Fall detektiert Eve jedes ankommende

⁶⁸Der konkrete Wert der Wahrscheinlichkeit hängt mit dem Konfidenzniveau des verwendeten Tests und der Größe der Stichprobe zusammen [100].

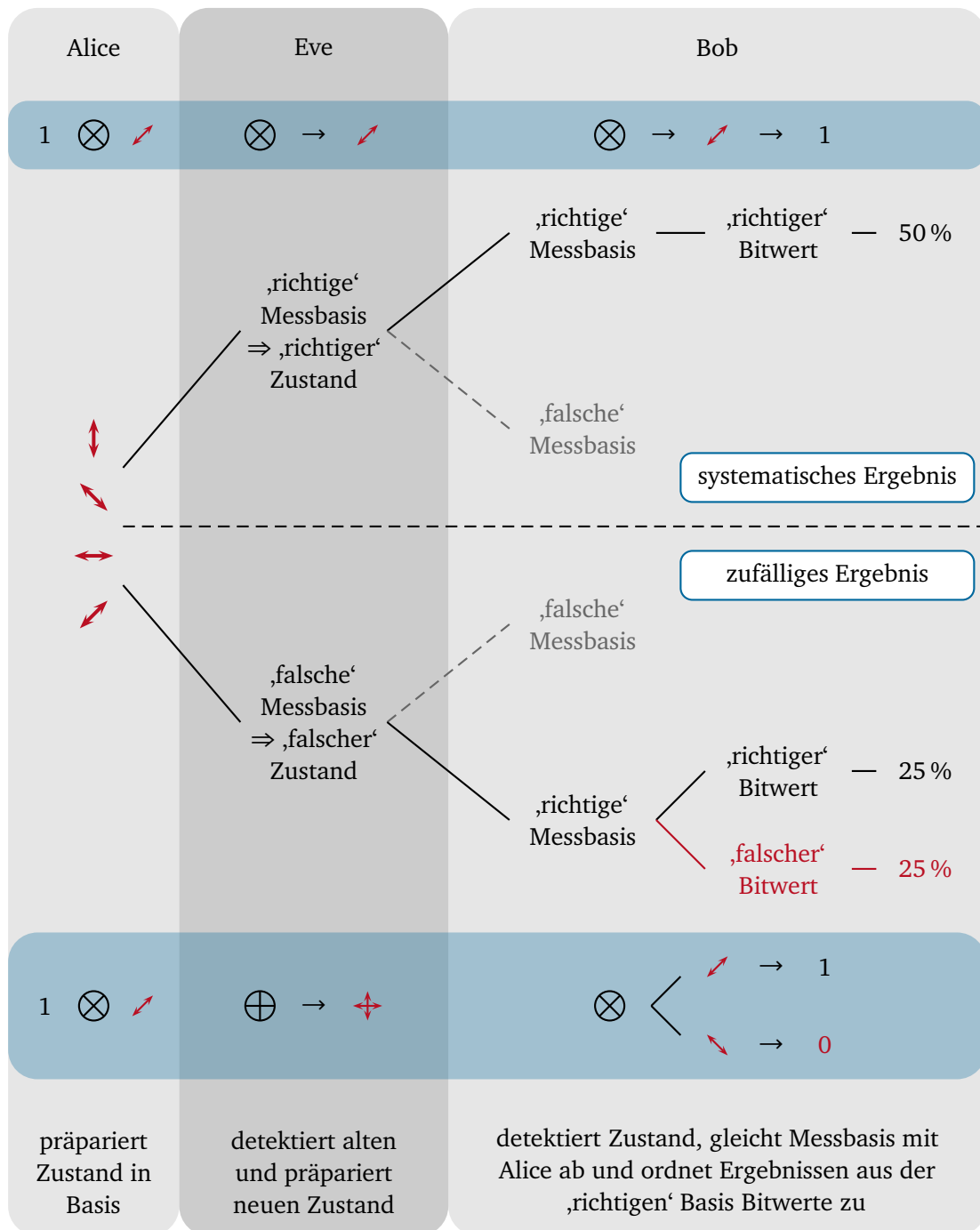


Abbildung 6.5: Folgen eines Lauschangriffs auf den Schlüsselaustausch nach BB84. Blau hinterlegt wird beispielhaft die Übertragung des $+45^\circ$ -Photons für den Fall eines Angriffs in der 'richtigen' Präparations- und Messbasis (oben) bzw. eines Angriffs in der dazu konjugierten 'falschen' Basis (unten) dargestellt. Details können dem Text entnommen werden.

mende Photon und sendet ein neues an Bob weiter. Dabei verursacht sie im *sifted key* einen Fehler um 25 %, wie Abbildung 6.5 verdeutlicht.

Bei Fehlerraten in dieser Größenordnung werden Alice und Bob den übertragenen Schlüssel daher sicher verwerfen. Unauffälliger wird Eve, wenn sie nicht jedes ankommende Photon belauscht, sondern beispielsweise nur jedes zweite. Dabei sinkt die Fehlerrate im Schlüssel, Eve verliert jedoch gleichzeitig auch Informationen gegenüber Alice und Bob. Verlässliche Aussagen bezüglich tolerierbarer Fehlergrenzen können daher nur getroffen werden, wenn der Informationsgewinn von Bob und Eve gegenüber Alice verglichen wird.

Nach jeder Messung eines ankommenden Photons und der Bekanntgabe der zugehörigen Präparationsbasis durch Alice verringert sich für Bob bzw. Eve die Unsicherheit über den jeweiligen Zustand. Der Informationsgewinn gegenüber Alice $I(A; Z)$ entspricht also dem Betrag des Verlustes ihrer Unsicherheit

$$I(A; Z) = H_{\text{vorher}} - H_{\text{nachher}}, \quad (6.12)$$

wobei H jeweils der Shannon-Entropie vor bzw. nach der Messung/Bekanntgabe der Präparationsbasis entspricht und A für Alice, Z für Eve oder Bob steht. Ein zwischen Alice und Bob ausgetauschter Schlüssel gilt so lange als sicher, wie

$$I(A; B) > I(A; E) \quad (6.13)$$

gilt, Alice und Bob also mehr Informationen teilen als Alice und Eve. Nach Shannon ist der Informationsgehalt I eines Ereignisses X die Anzahl der Ja/Nein-Fragen, die gestellt werden müssten, um das Ereignis zu kennen. Mit $P(X) = p_X$ gilt für den Informationsgehalt von X

$$I(X) = -\log_2(p_X) \quad (6.14)$$

und entsprechend mit $|\Omega| = N$ für den gesamten Informationsgehalt der Verteilung

$$I_{\text{ges}} = -\sum_{n=1}^N \log_2(p_n). \quad (6.15)$$

Der Erwartungswert des Informationsgehaltes der Verteilung

$$H = -\sum_{n=1}^N p_n \cdot \log_2(p_n) \quad (6.16)$$

wird als Shannon-Entropie bezeichnet [91]. Für stochastisch abhängige Ereignisse X und Y gilt für die Shannon-Entropie des Merkmals X bei Kenntnis von Y

$$H(X | Y) = -\sum_x \sum_y p(x, y) \cdot \log_2(p(x | y)). \quad (6.17)$$

Auf dieser Grundlage wird zunächst die gemeinsame Information von Alice und Bob betrachtet. Diese ist lediglich von der Fehlerrate im *sifted key* abhängig.

Vor der Messung hat Bob keinerlei Kenntnis über den Bitwert bei Alice. Da es zwei mögliche Werte (0 oder 1) gibt, ist also $H_{\text{vorher}} = 1$. Nach der Messung und der Bekanntgabe der Präparationsbasis ist

$$H_{\text{nachher}} = H(B | A) = - \sum_a \sum_b p(a, b) \cdot \log_2(p(b | a)) . \quad (6.18)$$

Dabei wird mit A der von Alice präparierte und mit B der von Bob detektierte Zustand beschrieben.

Es ist

$$\begin{aligned} -H(B | A) = & p(\oplus, \nearrow) \cdot \log_2(p(\nearrow | \oplus)) + p(\oplus, \searrow) \cdot \log_2(p(\searrow | \oplus)) \\ & + p(\oplus, \leftrightarrow) \cdot \log_2(p(\leftrightarrow | \oplus)) + p(\oplus, \downarrow) \cdot \log_2(p(\downarrow | \oplus)) \\ & + p(\otimes, \nearrow) \cdot \log_2(p(\nearrow | \otimes)) + p(\otimes, \searrow) \cdot \log_2(p(\searrow | \otimes)) \\ & + p(\otimes, \leftrightarrow) \cdot \log_2(p(\leftrightarrow | \otimes)) + p(\otimes, \downarrow) \cdot \log_2(p(\downarrow | \otimes)) . \end{aligned} \quad (6.19)$$

Da Alice und Bob nur die Zustände betrachten, die Bob in der richtigen Basis gemessen hat, vereinfacht sich Gleichung (6.19) zunächst zu

$$\begin{aligned} -H(B | A) = & p(\oplus, \leftrightarrow) \cdot \log_2(p(\leftrightarrow | \oplus)) + p(\oplus, \downarrow) \cdot \log_2(p(\downarrow | \oplus)) \\ & + p(\otimes, \nearrow) \cdot \log_2(p(\nearrow | \otimes)) + p(\otimes, \searrow) \cdot \log_2(p(\searrow | \otimes)) . \end{aligned} \quad (6.20)$$

Im Folgenden werden die einzelnen von Alice präparierten Zustände berücksichtigt:

$$\begin{aligned} -H(B | A) = & p(\leftrightarrow, \leftrightarrow) \cdot \log_2(p(\leftrightarrow | \leftrightarrow)) + p(\leftrightarrow, \downarrow) \cdot \log_2(p(\downarrow | \leftrightarrow)) \\ & + p(\downarrow, \downarrow) \cdot \log_2(p(\downarrow | \downarrow)) + p(\downarrow, \leftrightarrow) \cdot \log_2(p(\leftrightarrow | \downarrow)) \\ & + p(\nearrow, \nearrow) \cdot \log_2(p(\nearrow | \nearrow)) + p(\nearrow, \searrow) \cdot \log_2(p(\searrow | \nearrow)) \\ & + p(\searrow, \searrow) \cdot \log_2(p(\searrow | \searrow)) + p(\searrow, \nearrow) \cdot \log_2(p(\nearrow | \searrow)) \end{aligned} \quad (6.21)$$

Dabei ist die Wahrscheinlichkeit für Bob, einen falschen Zustand zu messen und damit einen falschen Bitwert zuzuordnen, gerade $P(\text{Fehler}) = \text{QBER}$. Die betreffenden Terme sind in Gleichung (6.21) grau hinterlegt.

Die Wahrscheinlichkeit für Eve, nicht aufzufallen, weil Bob zufällig den richtigen Bitwert zuordnet, ist entsprechend $P(\text{kein Fehler}) = 1 - \text{QBER}$.

Damit ergibt sich für die geteilte Information zwischen Alice und Bob nach der Messung und dem Basenabgleich als Funktion der Fehlerrate QBER

$$I(A; B) = 1 - h(\text{QBER}) \quad (6.22)$$

mit der binären Entropiefunktion

$$h(p) = -p \cdot \log_2(p) - (1-p) \cdot \log_2(1-p) \quad (6.23)$$

nach Referenz [11]. Für $\text{QBER} = 0$ ist Bobs Informationsgewinn mit $I = 1$ maximal. Für $\text{QBER} = 1$ ergibt sich der gleiche Wert, da hier jeder Bitwert falsch ist und Bob dadurch im Grunde die gleichen Informationen hat wie für $\text{QBER} = 0$. Für eine Fehlerrate von 50 % ist Bobs Informationsgewinn mit $I = 0$ minimal.

Im Gegensatz zu Bobs Informationsgewinn hängt der Informationsgewinn von Eve nicht nur von der Fehlerrate ab, die sie induziert, sondern auch von der Art ihres Angriffs. Sie ist damit nicht pauschal zu bestimmen. Hier soll lediglich kurz auf den effizientesten Angriff, also den Angriff mit maximalem Informationsgewinn bei fester Fehlerrate, eingegangen werden. Fuchs *et al.* geben in [101] einen umfangreicheren Überblick über Eves Möglichkeiten, für weiterführende Informationen sei daher auf diese Referenz verwiesen.

Neben der bereits besprochenen *intercept resend*-Methode mit verschiedenen ‚Lauschquoten‘ hat Eve die Möglichkeit, jedes ankommende Photon mit einem beliebigen ‚Hilfsphoton‘ wechselwirken zu lassen. Dabei sind die Art der Wechselwirkung sowie der Ausgangszustand grundsätzlich beliebig, die Wechselwirkung muss sich jedoch durch einen unitären Operator beschreiben lassen.

Eve präpariere einen Ausgangszustand $|0\rangle$. Dann gilt beispielsweise für die Photonen, die Alice in der Plus-Basis präpariert hat:

$$\begin{aligned} U|\uparrow\rangle \otimes |0\rangle &= \sqrt{\mathcal{F}}|\uparrow\rangle \otimes \psi_{\uparrow} + \sqrt{\mathcal{D}}|\leftrightarrow\rangle \otimes \phi_{\uparrow} \\ U|\leftrightarrow\rangle \otimes |0\rangle &= \sqrt{\mathcal{F}}|\leftrightarrow\rangle \otimes \psi_{\leftrightarrow} + \sqrt{\mathcal{D}}|\uparrow\rangle \otimes \phi_{\leftrightarrow} \end{aligned}$$

Dabei ist U der Wechselwirkungsoperator, die ψ_i stellen den Zustand des Hilfsphotons nach der Wechselwirkung dar, wenn ein ungestörtes Photon bei Bob ankommt, Eve also nicht bemerkt wird. Entsprechend stehen die ϕ_i für den Zustand des Hilfsphotons, wenn bei Bob ein gestörter Zustand ankommt und \mathcal{F} (*fidelity*) und \mathcal{D} (*disturbance*) mit $\mathcal{F} + \mathcal{D} = 1$ jeweils für die Wahrscheinlichkeiten, dass dieser Fall eintritt. Die Wahrscheinlichkeit \mathcal{D} für eine Störung des Systems bei Bob entspricht dabei der Fehlerrate QBER [101, 102].

Schließlich detektiert Eve den Zustand des Hilfsphotons erst nach dem Basenabgleich zwischen Alice und Bob. Bei diesem Lauschangriff (wie bei allen anderen Angriffen auch) sind Eves technische Möglichkeiten lediglich durch die Gesetze der Physik begrenzt, ihr wird also beispielsweise der Besitz perfekter Detektoren zugesprochen.

Im oben angesprochenen Fall des optimalen Lauschangriffs wählt Eve für eine feste Fehlerrate die Wechselwirkung mit ihrem Hilfsphoton sowie die Detektion seines Zustands so aus, dass ihr Informationsgewinn maximal ist.

Nach [101] maximiert Eve ihren Informationsgewinn für eine feste Fehlerrate, wenn sie in beiden Präparationsbasen symmetrische Fehler hervorruft. Der Operator U hat dann auf alle Zustände, die Alice präpariert, den gleichen Einfluss. Der Angriff wird daher als ‚symmetrisch‘ bezeichnet. Da Eve außerdem auch hier wieder jedes ankommende Photon einzeln

manipuliert, wird diese Art des Angriffs auch als *symmetric individual attack* bezeichnet. Im Fall eines idealen Lauschangriffs ist

$$\mathcal{F} = \frac{1 + \langle \phi_{\uparrow} | \phi_{\leftrightarrow} \rangle}{2 - \langle \psi_{\uparrow} | \psi_{\leftrightarrow} \rangle + \langle \phi_{\uparrow} | \phi_{\leftrightarrow} \rangle}, \quad (6.24)$$

eine Begründung von Gleichung (6.24) kann Anhang H entnommen werden.

Die Wahrscheinlichkeit eines störungsfreien Eingriffs durch Eve hängt also vom Überlapp

$$\langle \phi_{\uparrow} | \phi_{\leftrightarrow} \rangle = \cos(\alpha) \quad \text{und} \quad \langle \psi_{\uparrow} | \psi_{\leftrightarrow} \rangle = \cos(\beta) \quad (6.25)$$

der Zustände nach der Interaktion mit dem Hilfsphoton ab. Dabei ist für einen idealen Angriff $\alpha = \beta$ und Gleichung (6.24) vereinfacht sich zu

$$\mathcal{F} = \frac{1 + \cos(\alpha)}{2}. \quad (6.26)$$

Außerdem ist der beschriebene Angriff symmetrisch, sodass die Betrachtung einer der beiden Präparationsbasen für die Sicherheitsüberlegungen ausreicht. Beispielhaft soll hier von der \oplus -Basis als Präparationsbasis ausgegangen werden.

Nach der Verkündung der Basis durch Alice weiß Eve, dass sich ihr Hilfsphoton in einem der folgenden Zustände befindet:

$$\rho_{\text{Eve}}(\uparrow) = \mathcal{F} \cdot P(\psi_{\uparrow}) + \mathcal{D} \cdot P(\phi_{\uparrow}) \quad (6.27)$$

$$\rho_{\text{Eve}}(\leftrightarrow) = \mathcal{F} \cdot P(\psi_{\leftrightarrow}) + \mathcal{D} \cdot P(\phi_{\leftrightarrow}) \quad (6.28)$$

Wegen der Orthogonalität der Unterräume der ψ_i und ϕ_i kann Eve zunächst entscheiden, ob Bob (mit Wahrscheinlichkeit \mathcal{F}) einen ungestörten oder (mit Wahrscheinlichkeit \mathcal{D}) einen gestörten Zustand erhalten hat. Anschließend unterscheidet sie die ψ_i bzw. ϕ_i .

Wegen $\langle \psi_{\uparrow} | \psi_{\leftrightarrow} \rangle = \langle \phi_{\uparrow} | \phi_{\leftrightarrow} \rangle = \cos(\alpha)$, also nicht-orthogonalen Zuständen, die den Winkel α einschließen, ist die Wahrscheinlichkeit für eine Separation der ψ_i bzw. ϕ_i gerade

$$P(\psi_{\uparrow}) = P(\psi_{\leftrightarrow}) = P(\phi_{\uparrow}) = P(\phi_{\leftrightarrow}) = \frac{1 + \sin(\alpha)}{2}. \quad (6.29)$$

Mit

$$\mathcal{F} \cdot \mathcal{D} = \frac{\sin^2(\alpha)}{4} \quad (6.30)$$

und $\mathcal{F} = 1 - \mathcal{D} = 1 - \text{QBER}$ ist Eves maximaler Informationsgewinn dann durch

$$I(A; E)^{\max} = 1 - h\left(\frac{1 + \sin(\alpha)}{2}\right) = 1 - h\left(\frac{1 + 2 \cdot \sqrt{\text{QBER} \cdot (1 - \text{QBER})}}{2}\right) \quad (6.31)$$

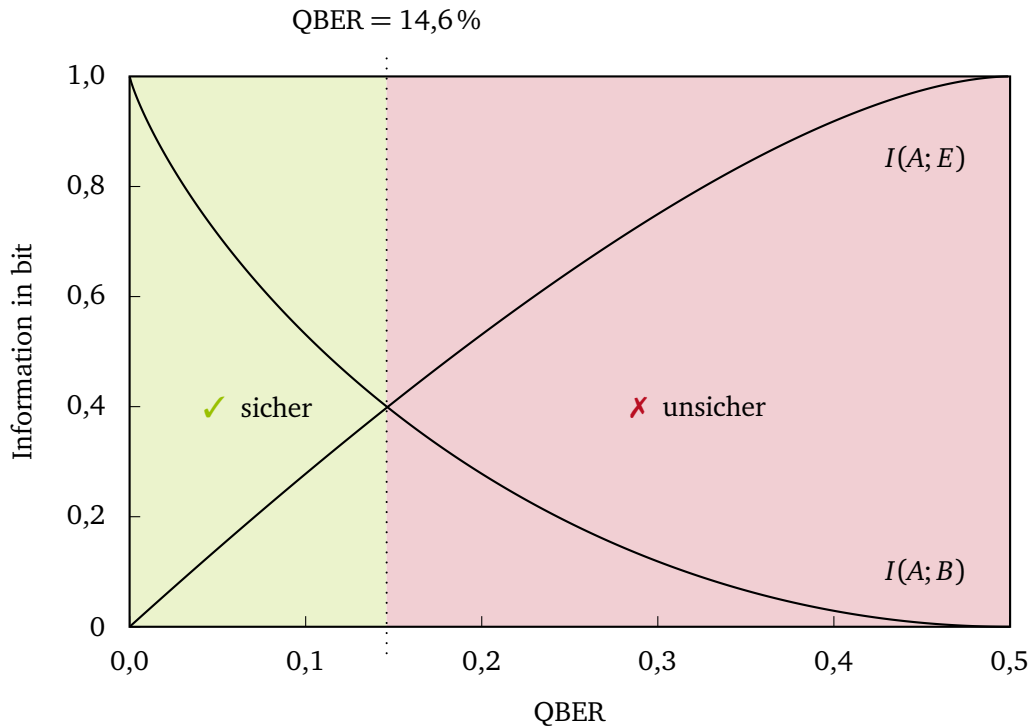


Abbildung 6.6: Geteilte Information zwischen Alice und Bob bzw. Alice und Eve für verschiedene Fehlerraten QBER. Ab einer Fehlerrate von $QBER = 0,146$ ist Eves Informationsgewinn größer als der von Bob, dem ausgetauschten Schlüssel kann nicht mehr vertraut werden.

Abbildung nach [11].

mit h aus Gleichung (6.23) gegeben [11]. Dabei gilt für die binäre Entropiefunktion h und die Hilfsfunktion ϕ aus Referenz [101] der folgende Zusammenhang:

$$\frac{1}{2} \cdot \phi(x) = 1 - h\left(\frac{1+x}{2}\right) \quad (6.32)$$

Aus Gleichungen (6.22) und (6.31) lässt sich jetzt mit der Bedingung aus Gleichung (6.13) die Fehlerrate bestimmen, ab der der ausgetauschte Schlüssel von Alice und Bob verworfen werden muss. Der Schnittpunkt der beiden Funktionen liegt bei

$$QBER = \frac{2 - \sqrt{2}}{4} \approx 0,146. \quad (6.33)$$

Ab einer Fehlerrate von $QBER = 14,6\%$ verfügt Eve also über mindestens genauso viel Wissen über den Schlüssel wie Bob. Abbildung 6.6 verdeutlicht diesen Zusammenhang.

6.3.1 Seitenkanalangriffe

Im letzten Abschnitt wurde die Sicherheit von Quantenschlüsselaustauschverfahren mit den Eigenschaften der Quantenmechanik begründet. Ein nach dem BB84-Protokoll ausgetauschter Schlüssel ist demnach sicher, falls die Fehlerrate unter 14,6 % liegt. Dennoch sind auch QKD-Systeme angreifbar und ein Schlüssel kann unsicher sein, obwohl die Fehlerrate nicht zum Abbruch des Schlüsselaustauschs führt.

Dieser scheinbare Widerspruch spiegelt die Diskrepanz zwischen Theorie und Realität wider: Theoretisch ist der Quantenschlüsselaustausch sicher und damit nicht angreifbar. Praktisch bieten Ungenauigkeiten in der Implementierung Eve zusätzliche Angriffsmöglichkeiten, sie kann über sogenannte ‚Seitenkanäle‘ Informationen gewinnen, die nicht aus dem direkten Angriff auf den Quantenkanal resultieren.

Das *No-Cloning*-Theorem beispielsweise garantiert die Sicherheit des ausgetauschten Schlüssels lediglich dann, wenn zur Übertragung wirklich einzelne Zustände verwendet wurden. Wird die Einzelphotonenquelle jedoch beispielsweise durch abgeschwächte Laserpulse realisiert (vgl. Kapitel 2), liegt die Photonenzahl pro Puls zwar im Mittel bei 0,1 Photonen, dennoch wird es auch Pulse geben, die mehr als ein Photon enthalten. Aus diesen Pulsen kann Eve unbemerkt beispielsweise mit Hilfe eines Strahlteilers ein Photon separieren [103]. Diese ‚*beam splitter attack*‘ ist nur ein Beispiel für eine Reihe von möglichen Angriffen auf nicht-perfekt implementierte QKD-Systeme.

2010 gelang Lydersen *et al.* ein vollständiger Angriff auf zwei kommerzielle QKD-Module id3110 Clavis2 von ID Quantique⁶⁹ und QPN 5505 von MagiQ Technologies⁷⁰. Zur Detektion einzelner Photonen werden üblicherweise Lawinenphotodioden verwendet, die im Geigermodus, also oberhalb ihrer Durchbruchspannung, betrieben werden (vgl. Abschnitt 3.1). Ein einzelnes auftreffendes Photon löst dann einen nachweisbaren Stromfluss aus, der anschließend durch das Anlegen einer Sperrspannung an die Diode aktiv wieder zum Erliegen gebracht werden muss, bevor die Diode erneut oberhalb der Durchbruchspannung betrieben werden kann, um Einzelphotonen zu detektieren. Während des Betriebs unterhalb dieser Durchbruchspannung verhält sich die Lawinenphotodiode wie eine herkömmliche Photodiode und reagiert linear auf einfallende Lichtintensitäten. Der induzierte Stromfluss muss dabei oberhalb eines Schwellwertes I_{th} liegen, damit ein Ereignis registriert wird. Bei der sogenannten ‚*trojan horse attack*‘ manipuliert Eve Bobs Einzelphotonendetektoren so, dass sie immer unterhalb der Durchbruchspannung, also im linearen Modus, operieren.

Wie bereits für den *intercept resend*-Angriff beschrieben, detektiert Eve auch hier zunächst Alices Photonen in einer von zwei Messbasen. Sie präpariert anschließend jedoch keine einzelnen Photonen entsprechend ihrem Ergebnis, sondern klassische Lichtpulse mit einer Intensität I_E etwas oberhalb von I_{th} ($I_{th} < I_E < 2I_{th}$). Bob registriert so nur dann ein Ereignis, wenn er die gleiche Messbasis auswählt wie Eve: Detektiert er den ankommenden Puls in der ‚falschen‘ Basis, sieht jeder Detektor einen Puls mit $I_E/2 < I_{th}$ und löst folglich nicht aus. Da auch die ungestörte Übertragung der Qubits über den Quantenkanal verlustbehaftet ist, wird Alice und Bob der Verlust der ‚Photonen‘ in den Fällen, für die Bob eine von

⁶⁹www.idquantique.com

⁷⁰www.magiqtech.com

Eve verschiedene Basis auswählt, nicht auffallen. Eve kennt damit nach der Übertragung der Qubits Bobs gesamten Schlüssel und kann der öffentlichen Nachbearbeitung verlustfrei folgen [104].

Weitere Informationen zum ‚*Quantum Hacking*‘ können Referenz [105] entnommen werden.

6.4 Schlüsselnachbearbeitung

Nach dem BB84-Protokoll ausgetauschte Schlüssel, auch solche, die nicht belauscht wurden, werden auf Grund von nicht-perfekten Präparations- und Messinstrumenten sowie Ungenauigkeiten in der Übertragung der Photonen fehlerbehaftet sein. Nach Abschnitt 6.3 ist ein sicherer Schlüsselaustausch bis zu einer Fehlerrate um 14 % möglich. Bevor der ausgetauschte Schlüssel für eine Verschlüsselung nach dem *One-Time-Pad* eingesetzt werden kann, muss er also immer um seine Fehler bereinigt werden.

Verfahren zur Fehlerkorrektur sind ein erster Schritt in der (klassischen) Nachbearbeitung des *sifted key* aus der Kommunikation über den Quantenkanal. In einem weiteren Schritt werden meist wiederum klassische Algorithmen zur Privatsphärenverstärkung angewendet, die nach einem Informationsverlust aus dem Fehlerkorrekturprozess die Sicherheit des Schlüssels wieder herstellen.

Neben diesen klassischen Methoden der Schlüsselnachbearbeitung gibt es jedoch auch quantenbasierte Ansätze. Gisin und Wolf zeigen in [102] und [106], dass bei der Verwendung von Quanten-Schlüsselnachbearbeitungsverfahren (*Quantum Key Agreement* QKA oder *advantage distillation*) Fehlerraten im Schlüssel von bis zu $\text{QBER} \approx 30\%$ toleriert und korrigiert werden können und der ausgetauschte Schlüssel dennoch sicher ist, obwohl der Informationsgewinn von Eve den von Bob während des Schlüsselaustauschs überschritten hat. Diese Grenze gilt jedoch nur für Protokolle, die verschränkte Photonenpaare zum Schlüsselaustausch verwenden. In [11] wird auch für QKA-Verfahren eine obere Schranke von $\text{QBER} \approx 25\%$ empfohlen, während jedoch gleichzeitig die bereits erwähnten 14,6 % als Limit für die klassische Fehlerkorrektur als realistischer eingestuft werden, da die QKA-Algorithmen deutlich ineffizienter sind als die klassischen Methoden der Fehlerkorrektur und Privatsphärenverstärkung.

Hier wird daher nur eine Auswahl klassischer Nachbearbeitungsverfahren vorgestellt, Details zum *Quantum Key Agreement* können den angegebenen Quellen entnommen werden.

6.4.1 Fehlerkorrektur

Brassard und Salvail schlugen 1994 das *Cascade*-Verfahren zur Fehlerkorrektur im *sifted key* vor. Dieser wird zunächst bei Alice und Bob zufällig (aber bei beiden gleich) permutiert, um die Fehler im Schlüssel möglichst gleich zu verteilen. Der Schlüssel wird dann abhängig von der Fehlerrate QBER so in gleich große Blöcke eingeteilt, dass im Mittel nur ein Fehler pro Block zu erwarten ist.

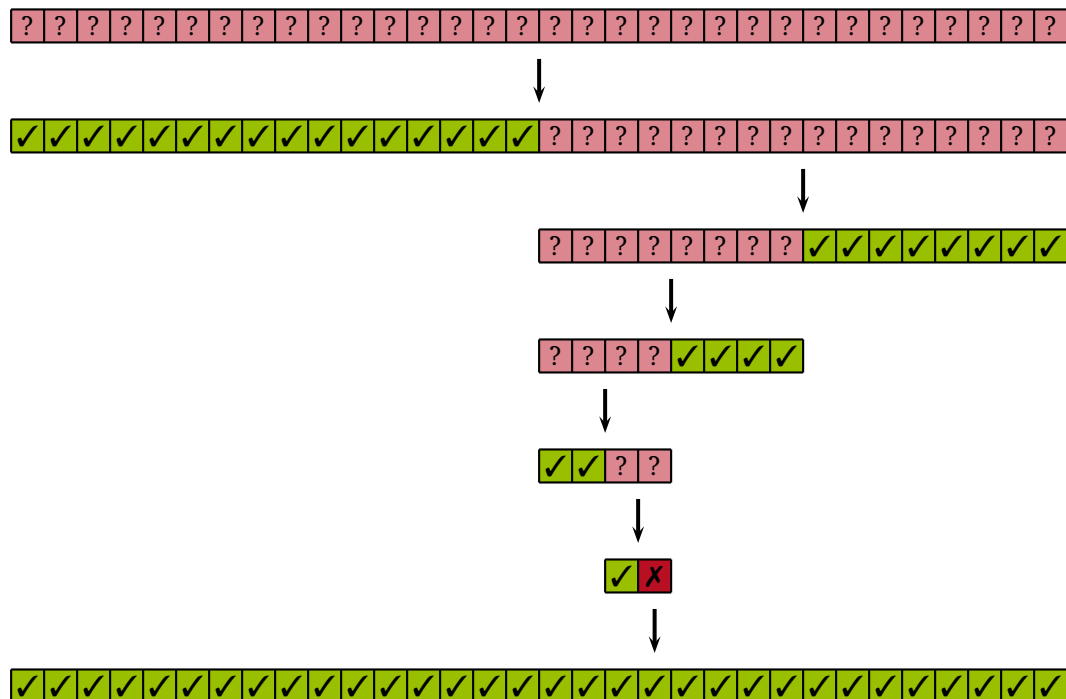


Abbildung 6.7: Ablauf der binären Fehlersuche in einem fehlerhaften Block nach dem Cascade-Verfahren. In jedem Iterationsschritt wird die Blocklänge halbiert und durch Vergleich der Paritätswerte die Position des fehlerhaften Bitwerts immer genauer eingegrenzt.

Alice berechnet anschließend die Paritätswerte, also die XOR-Verknüpfung aller Bitwerte, der einzelnen Blöcke und gibt diese an Bob weiter. Bob weiß dadurch, ob die Zahl der Einsen in dem untersuchten Block gerade oder ungerade sein muss und kann so zumindest eine ungerade Anzahl an Fehlern detektieren, indem er wiederum den Paritätswert seines Schlüsselblocks berechnet und mit dem von Alice vergleicht. Stimmen die Paritätswerte bei Alice und Bob nicht überein, wird der Fehler im betroffenen Block durch binäre Suche ermittelt. Der Block wird halbiert und die Paritätswerte der beiden Teilblöcke verglichen. Ist die fehlerbehaftete Hälfte ermittelt, wird diese wiederum halbiert, bis das fehlerhafte Bit identifiziert ist. Abbildung 6.7 veranschaulicht diese Fehlersuche in einem als fehlerhaft eingestuften Block. Nach diesem ersten Korrekturdurchlauf wird der Schlüssel wieder zufällig permutiert und das Verfahren wird so lange mit jeweils verdoppelter Blocklänge wiederholt, bis über mehrere Suchdurchläufe (vorgeschlagen werden etwa 20) keine Fehler mehr detektiert werden [107].

Da durch den Vergleich der Paritätswerte eines Schlüsselblocks immer nur eine ungerade Zahl an Fehlern detektiert werden kann, wird der Schlüssel nach dem ersten Durchlauf nicht fehlerfrei sein. Zu jedem Fehler, der im folgenden Durchlauf gefunden wird, muss jedoch im ursprünglichen Schlüsselblock mindestens ein zweiter Fehler existieren. Nach der Korrektur eines Fehlers beispielsweise im zweiten Durchlauf wird daher der Block aus dem ersten Durchlauf, der dieses Bit enthielt, erneut durchsucht.

Das *Cascade*-Verfahren ermöglicht eine zuverlässige Fehlerkorrektur im *sifted key* und wird häufig zur Fehlerkorrektur nach dem Quantenschlüsselaustausch verwendet [108, 109]. Es erfordert jedoch auch in einem hohen Umfang klassische Kommunikation zwischen Alice und Bob und ist damit zeit- und ressourcenaufwändig. In den letzten Jahren werden daher auch Alternativen zur Fehlerkorrektur wie beispielsweise die Korrektur mit Hilfe von *Low-Density Parity-Check* (LDPC) Codes verwendet [110].

LDPC Codes wurden bereits in den 1960er Jahren von Robert G. Gallager vorgeschlagen, fanden jedoch erst in den 1990er Jahren größere Beachtung als Fehlerkorrekturmethoden [111].

Das Erkennen und Korrigieren von Fehlern in binären Codes wird hier mit Hilfe von dünn besetzten Matrizen realisiert, also Matrizen, für die nur wenige Einträge einer 1, der Rest einer 0 entsprechen. Alle Additionen werden modulo 2 ausgeführt.

Es existiert eine Generatormatrix G und eine Kontrollmatrix H mit

$$GH^T = 0, \quad (6.34)$$

eine Nachricht m wird zunächst mit der Generatormatrix G multipliziert, um ein sogenanntes ‚Codewort‘ c zu erzeugen. Wegen

$$cH^T = mGH^T = 0 \quad (6.35)$$

enthält c' genau dann keine Fehler (also $c' = c$), wenn $c'H^T = 0$ gilt. Dieser Zusammenhang kann verwendet werden, um Fehler im übertragenen Code zu erkennen und, wegen der Konstruktion der Kontrollmatrix, auch zu korrigieren. Die Fehlerkorrektur mit Hilfe von *Low-Density Parity-Check* Codes wird hier an einem konkreten Beispiel vorgestellt, Details finden sich beispielsweise in den oben genannten Referenzen. Abbildung 6.8 stellt den Ablauf der im Folgenden beschriebenen Fehlerkorrektur außerdem graphisch dar.

Es sei

$$G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad (6.36)$$

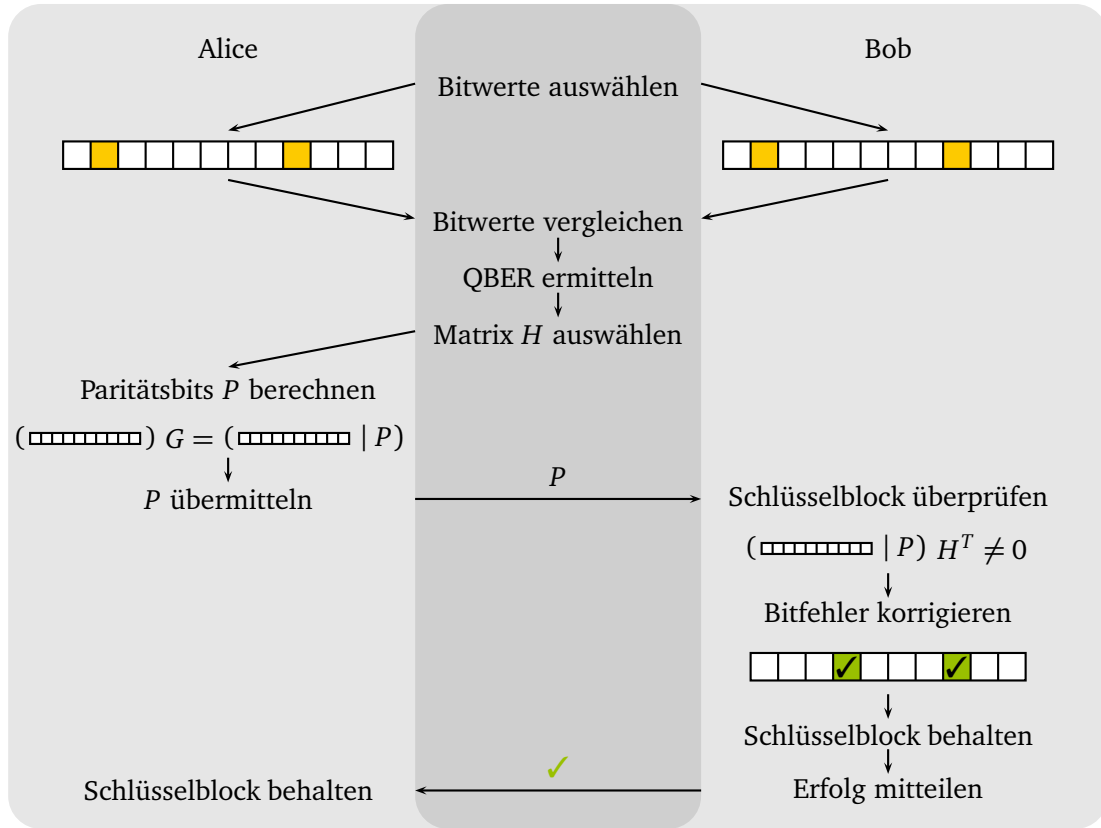


Abbildung 6.8: Ablauf einer Fehlerkorrektur mit Hilfe von *Low-Density Parity-Check Codes* für den Fall, dass der ausgewählte Schlüsselblock fehlerbehaftet ist, die Fehler jedoch korrigiert werden können. Der genaue Ablauf wird im Text beschrieben.

eine Generatormatrix der Form $G = [I \ P]$, wobei I für die Einheitsmatrix steht⁷¹.

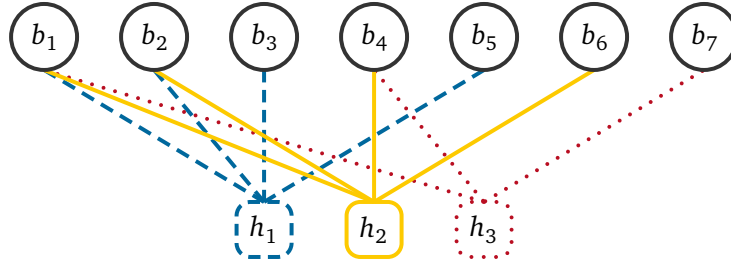
Wegen $[I \ P] \begin{bmatrix} P \\ I \end{bmatrix} = P + P = 0 \text{ (modulo 2)}$ gilt für die Kontrollmatrix $H = [P^T \ I]$, also für das konkrete Beispiel⁷²

$$H = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (6.37)$$

Die Beispielmatrixn können verwendet werden, um einen Schlüssel mit einer Blocklänge von 4 Bit zu überprüfen. Zunächst multipliziert Alice den entsprechenden Schlüsselblock, zum Beispiel 1001, mit G und erhält ein Codewort

⁷¹Ist diese Bedingung erfüllt, spricht man auch von systematischen Codes.

⁷²Die Kontrollmatrix H wurde Referenz [112] entnommen.

Abbildung 6.9: Graphische Darstellung der Multiplikation mit der Matrix H bei Bob.

$$v = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & | & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (6.38)$$

Da die Matrix G eine 4×4 Einheitsmatrix enthält, stimmt der erste Teil des Codewortes mit der Nachricht überein. Die drei restlichen Bits, im Beispiel 1 0 0, entsprechen den Paritätsbits, die Alice an Bob überträgt. Da für die klassische Kommunikation von einem störungsfreien Kanal ausgegangen wird, werden diese Bits mit Sicherheit fehlerfrei übermittelt.

Bob kombiniert die Paritätsbits mit dem richtigen Schlüsselblock auf seiner Seite, der im Idealfall (also $QBER = 0$) mit dem bei Alice übereinstimmt, und multipliziert seinerseits mit H^T . Für einen fehlerfreien Schlüssel ist das Ergebnis nach Gleichung (6.35) gleich Null. Ist Bobs Ergebnis dagegen von Null verschieden, muss in seiner Schlüsselsequenz ein Fehler vorliegen, der im Folgenden nach Möglichkeit korrigiert wird.

Matrix H ist so konzipiert, dass sie bis zu einer festen Fehlerrate für jeden Bitfehler im Schlüssel einen charakteristischen, von Null verschiedenen, Lösungsvektor erzeugt. Damit lässt sich der *sifted key* vergleichen, sofern die verwendete Matrix H an die Fehlerrate angepasst ist.

Die Multiplikation $bH^T = h$ von Bobs Kombination aus Schlüsselblock und Paritätsbits mit der Matrix H lässt sich wie in Abbildung 6.9 visualisieren. Dabei stehen die b_i für die Einträge in Bobs Codewort, die h_i für die Einträge des Lösungsvektors $h = bH^T$. Die h_i setzen sich aus Kombinationen der b_i zusammen und nehmen für einen fehlerfreien Schlüssel den Wert Null an:

$$h_1 = b_1 + b_2 + b_3 + b_5 \stackrel{!}{=} 0 \mod 2 \quad (6.39)$$

$$h_2 = b_1 + b_2 + b_4 + b_6 \stackrel{!}{=} 0 \mod 2 \quad (6.40)$$

$$h_3 = b_1 + b_4 + b_7 \stackrel{!}{=} 0 \mod 2 \quad (6.41)$$

Da $b_5 - b_7$ den (fehlerfreien) Paritätsbits entsprechen, können lediglich die $b_1 - b_4$ Fehler enthalten. Einzelne Fehler in den b_i können dadurch leicht identifiziert werden:

- Fehler in $b_1 \Rightarrow$ Fehler in h_1, h_2 und h_3
- Fehler in $b_2 \Rightarrow$ Fehler in h_1 und h_2
- Fehler in $b_3 \Rightarrow$ Fehler in h_1
- Fehler in $b_4 \Rightarrow$ Fehler in h_2 und h_3

Für dieses Beispiel ist es dagegen schon nicht mehr zuverlässig möglich, zwei Bitfehler zu identifizieren. Sind beispielsweise b_1 und b_3 fehlerhaft, kommt es in h_2 und in h_3 zu einem Wert ungleich Null. Damit ist dieser Fall nicht mehr von dem Fall ‚einzelner Fehler in b_4 ‘ zu unterscheiden. Da die Korrekturmöglichkeiten der Matrix H immer nur bis zu einer bestimmten Fehlerrate reichen, muss H sorgfältig ausgewählt werden.

6.4.2 Privatsphärenverstärkung

Nach der Anwendung eines Fehlerkorrekturverfahrens aus dem vorherigen Abschnitt sind Alice und Bob im Idealfall im Besitz eines identischen Schlüsselpaares. Dennoch kann dieser gemeinsame Schlüssel nicht verwendet werden, um eine Nachricht sicher zu verschlüsseln: Wie in Abschnitt 6.3 beschrieben, kann ein potentieller Lauscher bereits während der Übertragung der Qubits über den Quantenkanal und dem anschließenden Basenabgleich einzelne Schlüsselbits erfahren haben, die öffentliche Kommunikation der Paritätswerte der einzelnen Schlüsselblöcke bei der Fehlerkorrektur ergänzt dieses partielle Wissen und vergrößert die geteilte Information zwischen Alice und Eve. Alice und Bob verfügen zu diesem Zeitpunkt also über einen identischen, aber unsicheren Schlüssel. Der letzte Schritt in der Schlüsselnachbearbeitung besteht daher aus der sogenannten ‚Privatsphärenverstärkung‘, einem Verfahren, das aus einem längeren unsicheren einen kürzeren sicheren Schlüssel generieren soll.

Ganz allgemein wird davon ausgegangen, dass Alice und Bob einen Schlüssel W der Länge n teilen, von dem Eve einen Teil V der Länge t kennt (durch Belauschen des Quantenkanals und die Veröffentlichung von Informationen während der Fehlerkorrekturphase). Ein sicherer Schlüssel zwischen Alice und Bob wird durch eine Abbildung G , die im Folgenden noch näher betrachtet wird, generiert und hat maximal die Länge $n - t$. Hier wird ein weiterer Parameter s eingeführt, der die Sicherheit des resultierenden Schlüssels bestimmt. Für einen endgültigen Schlüssel K der Länge $r = n - t - s > 0$ gilt für die Shannon-Entropie

$$H(K | G, V) \geq r - \frac{2^{-s}}{\ln(2)}. \quad (6.42)$$

Eves Wissen über den finalen Schlüssel K ist damit umso kleiner, je größer der Wert von s gewählt wird [113]. Realisiert wird die Privatsphärenverstärkung also durch eine Abbildung G , die den Schlüssel $W \in \{0, 1\}^n$ auf den Schlüssel $K \in \{0, 1\}^r$ so abbildet, dass $g(x_1) = g(x_2)$

für $x_1 \neq x_2$ unwahrscheinlich ist. Eves Wahrscheinlichkeit, bei Unkenntnis des gesamten Schlüssels W mit Hilfe von G den richtigen Schlüssel zu ermitteln, wird damit minimal und unterscheidet sich im Idealfall nicht mehr von dem Fall, dass Eve im Vorfeld kein Wissen über den Schlüssel erlangen konnte.

1977 stellten Carter und Wegman die universellen *Hash*-Funktionen vor, die eine Menge A auf eine kleinere Menge B so abbilden, dass für alle $a_i \in A$

$$P(f(a_1) = f(a_2)) = \frac{1}{|B|} \quad (6.43)$$

gilt [114]. Die Wahrscheinlichkeit einer Kollision, also dass zwei Elemente aus der Definitionsmenge durch f auf das gleiche Element in der Wertemenge abgebildet werden, entspricht damit dem Zufall. Anders ausgedrückt lässt sich $f(a)$ nur dann ermitteln, wenn a bekannt ist; bei Unkenntnis oder nur teilweiser Kenntnis von a kann $f(a)$ nur erraten werden. Renato Renner konnte in seiner Dissertation zeigen, dass eine beliebige universelle *Hash*-Funktion für die Privatsphärenverstärkung nach dem Quantenschlüsselaustausch verwendet werden kann [115].

Eine mögliche Familie universeller *Hash*-Funktionen sind die sogenannten Toeplitz-Matrizen, die 1911 von Otto Toeplitz vorgestellt und charakterisiert wurden und die Anforderungen an eine *Hash*-Funktion zur Privatsphärenverstärkung erfüllen [116], [117].

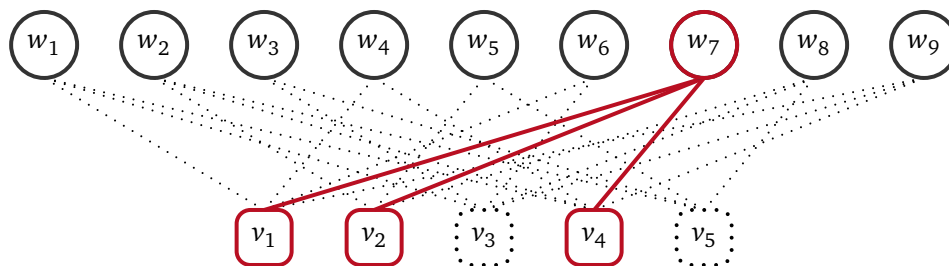
Toeplitz-Matrizen zeichnen sich dadurch aus, dass die Einträge auf den Haupt- und Nebendiagonalen jeweils gleich sind. Eine $r \times l$ -Toeplitz-Matrix, die einen teilweise unsicheren Schlüssel der Länge l zu einem sicheren Schlüssel der Länge r komprimiert, hat damit die Form

$$T^{r \times l} = \begin{pmatrix} c_0 & c_1 & c_2 & c_3 & c_4 & \cdots & c_{l-1} \\ c_{-1} & c_0 & c_1 & c_2 & c_3 & \cdots & c_{l-2} \\ c_{-2} & c_{-1} & c_0 & c_1 & c_2 & \cdots & c_{l-3} \\ c_{-3} & c_{-2} & c_{-1} & c_0 & c_1 & \cdots & c_{l-4} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \\ c_{-r+1} & c_{-r+1} & c_{-r+2} & c_{-r+3} & c_{-r+4} & \cdots & c_{l-r} \end{pmatrix}. \quad (6.44)$$

Als Beispiel soll hier ein Schlüssel W der Länge $n = 9$ mit Hilfe der Matrix

$$G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (6.45)$$

zu einem Schlüssel V der Länge $r = 5$ komprimiert werden. In der folgenden Graphik wird die Abbildung $V = GW$ veranschaulicht. Dabei ist der Einfluss eines Fehlers in W an siebter Stelle graphisch hervorgehoben:



Unterscheiden sich zwei Schlüssel nur in einem von neun Bitwerten, stimmen die finalen Schlüssel nach der Privatsphärenverstärkung durch die Multiplikation mit einer Toeplitz-Matrix lediglich zu 40 % überein. Das beschriebene Verfahren ist also zur Privatsphärenverstärkung geeignet, fehlen Eve nur einige Bitwerte in Alices und Bobs Schlüsselsequenz, wird ihr Ergebnis nicht signifikant mit dem finalen Schlüssel korrelieren. Gleichzeitig erfordert diese Methode zur Privatsphärenverstärkung jedoch nach dem Fehlerkorrekturprozess identische Schlüssel bei Alice und Bob, weil folglich auch einzelne Fehler in diesen Schlüsseln zu völlig verschiedenen und damit nicht verwendbaren finalen Schlüsseln führen.

6.4.3 Authentifizierung

Nach Abschluss der Schlüsselnachbearbeitung durch Fehlerkorrektur- und Privatsphärenverstärkungsverfahren verfügen Alice und Bob theoretisch über einen gemeinsamen geheimen Schlüssel, der zur sicheren Verschlüsselung nach dem *One-Time-Pad* verwendet werden kann. In Unterabschnitt 6.3.1 wurden bereits mögliche Seitenkanalangriffe angesprochen, die die Sicherheit des ausgetauschten Schlüssels gefährden, jedoch nicht unbedingt durch einen Anstieg der QBER auffallen. Auch für eine perfekte seitenkanalresistente Implementierung des verwendeten Protokolls ist es jedoch auch an dieser Stelle noch möglich, dass dem ausgetauschten Schlüssel nicht vertraut werden kann.

In der bisherigen Diskussion von Angriffsmöglichkeiten und Sicherheitsüberlegungen wurde immer vorausgesetzt, dass Alice und Bob wirklich mit dem jeweils anderen kommunizieren, sowohl über den Quantenkanal als auch über den klassischen Kanal. Bei der *man-in-the-middle attack* schaltet Eve sich dagegen vollständig zwischen die Kommunikation zwischen Alice und Bob, sie übernimmt den Quantenkanal und den klassischen Kanal und tauscht jeweils einen Schlüssel mit Alice und einen mit Bob aus. Sie fällt dabei nicht durch Fehler im übertragenen Schlüssel auf, Alice und Bob besitzen am Ende des Schlüsselaustauschs jedoch zwei verschiedene (vermeintlich fehlerfreie) Schlüsselsequenzen. Abbildung 6.10 veranschaulicht diesen Angriff.

Um sicherzugehen, dass sie wirklich miteinander kommunizieren, müssen Alice und Bob ihre Kommunikation daher authentifizieren (von griechisch *authentikós* – echt), sich also vor dem anderen ausweisen. Auch hier können die im letzten Abschnitt besprochenen universellen *Hash*-Funktionen verwendet werden. Alice und Bob teilen vor der ersten Kom-

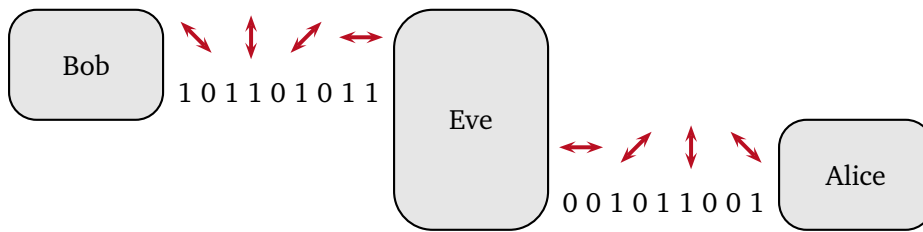


Abbildung 6.10: Schema einer *man-in-the-middle attack*, Eve kontrolliert sowohl den Quantenkanal als auch den klassischen Kanal und tauscht jeweils einen Schlüssel mit Alice und Bob aus.

munikation einen geheimen Schlüssel g ⁷³. Alice wendet auf diesen Schlüssel eine beliebige, aber bekannte universelle *Hash*-Funktion h , beispielsweise wie schon zur Privatsphärenverstärkung eine Toeplitz-Matrix, an und sendet ihre Nachricht gemeinsam mit dem Ergebnis $h(g)$ an Bob. Bob kennt g und h , er kann den erhaltenen Wert damit auf seine Richtigkeit überprüfen und weiß so, ob die Nachricht von Alice stammt oder nicht.

Statt $h(g)$ direkt an Bob zu schicken, kann Alice außerdem nur einen Teil des geheimen Schlüssels zur Generation des *Hash*-Wertes verwenden und den anderen Teil zur Verschlüsselung von $h(g)$ einsetzen. Bob muss die erhaltenen Bitwerte dann zunächst entschlüsseln, bevor er sie mit seinem Ergebnis für $h(g)$ vergleichen kann [118].

Die beschriebene Methode zur Authentifizierung der Nachrichten zwischen Alice und Bob mit Hilfe von *Hash*-Funktionen basiert auf klassischen Authentifizierungsmethoden und ist nicht informationstheoretisch sicher. Eine Alternative aus der Quantenphysik stellt die in [119] beschriebene Methode dar: Auch hier teilen Alice und Bob bereits im Vorfeld einen Schlüssel, der zur Authentifizierung verwendet wird. Alice wählt ein Codewort c aus einer Menge C_n und sendet dieses Codewort an Bob, indem sie den gemeinsamen Schlüssel als Präparationsbasen für die einzelnen Qubits verwendet. Bob, der diesen Schlüssel kennt, kann das Codewort entsprechend im Idealfall fehlerfrei decodieren. Da wie bereits besprochen die Präparation und Übertragung der Qubits in der Realität nicht fehlerfrei gelingen wird, erhält Bob ein Codewort c' , das nicht notwendigerweise mit c identisch ist. Um zu prüfen, ob die erhaltenen Photonen wirklich von Alice kamen, testet Bob jetzt, ob c' in C_n liegt. Ist das der Fall oder liegt ein nur leicht von c' abweichendes Codewort in C_n , wird er der Authentizität der Übertragung vertrauen, da Eve, die den geheimen Schlüssel und damit die Präparationsbasen nicht kennt, deutliche Störungen hervorriefe.

Beide beschriebenen Verfahren, sowohl das klassische als auch das quantenbasierte, erfordern ein gemeinsames Geheimnis zwischen Alice und Bob und relativieren damit die beschriebenen Vorteile des Quantenschlüsselaustauschs. In [120] werden daher Protokolle zur Authentifizierung vorgestellt, die statt eines Geheimnisses zwischen Alice und Bob ei-

⁷³Für spätere Kommunikationen kann jeweils ein Teil des Schlüssels aus der vorherigen Kommunikation aufgehoben und verwendet werden.

ne dritte Instanz, ‚Trent‘ genannt, vorschlagen, die vertrauenswürdig ist und zu der Alice und Bob eine sichere Verbindung aufbauen können. Der Schlüssel wird dann beispielsweise nicht mehr direkt zwischen Alice und Bob ausgetauscht, sondern zwischen Alice und Trent und Bob und Trent. Es werden Protokolle beschrieben, für die Trent den ausgetauschten Schlüssel vollständig kennt und solche, für die er den Austausch aktiv belauschen⁷⁴ müsste, um Informationen über den Schlüssel zu erlangen. Dennoch bietet auch diese Lösung nicht den unkomplizierten Austausch verschlüsselter Nachrichten, wie er durch die in Abschnitt 6.1 beschriebene *Public-Key*-Kryptographie möglich ist. Eine Implementierung eines authentischen Quantenkanals ist bisher nicht bekannt.

6.5 Zusammenfassung

Das vorliegende Kapitel motiviert die Verwendung von Quantenschlüsselaustauschverfahren als Möglichkeit, Nachrichten mathematisch sicher und ausreichend praktikabel zu verschlüsseln. Dabei wurde das BB84-Protokoll näher vorgestellt und als Basis für die folgenden Sicherheitsbetrachtungen verwendet. Durch die Anwendung geeigneter Fehlerkorrektur- und Privatsphärenverstärkungs-Algorithmen bei der Schlüsselnachbearbeitung lassen sich so Schlüssel für die Verwendung nach dem *One-Time-Pad* erzeugen, deren Sicherheit auf den Gesetzen der Quantenmechanik basiert.

Zur Implementierung eines Quantenschlüsselaustauschprotokolls, speziell der oben beschriebenen Form von BB84, werden zunächst Einzelphotonenquellen benötigt. Außerdem muss es möglich sein, den Polarisationszustand dieser Einzelphotonen gezielt zu manipulieren. Kapitel 2 beleuchtet die Möglichkeiten der Einzelphotonenerzeugung, Kapitel 7 gibt einen Überblick über die aufgebaute QKD-Strecke.

⁷⁴und damit Fehler verursachen

7 Implementierung des BB84-Protokolls im Rahmen des LOEWE-Projektes Cased

Kapitel 6 gibt einen theoretischen Überblick über die Bedeutung physikalischer Zusammenhänge für den sicheren Austausch von symmetrischen Schlüsseln zwischen zwei Parteien mit Hilfe verschränkter Photonenpaare nach dem Ekert-Protokoll oder der ‚*prepare-and-measure*‘-Methode des BB84-Protokolls. In diesem Kapitel soll es nun um die experimentelle Umsetzung dieser Quantenschlüsselaustauschprotokolle gehen.

Nach der Vorstellung des BB84-Protokolls im Jahr 1984 erfolgte 1992 eine erste experimentelle Umsetzung durch Bennett *et al.* [97]. Seither wächst das Interesse an quantenkryptographischen Sicherheitslösungen stetig an, sodass an dieser Stelle lediglich einige Meilensteine genannt werden sollen.

2007 gelang Schmitt-Manderbach *et al.* ein freistrah-Schlüsselaustausch über eine Distanz von 144 km auf den kanarischen Inseln [109]. Dabei ist der Austausch von Einzelphotonen durch die Luft auf der Erde sowohl durch die Erdkrümmung als auch die Absorptionseigenschaften der Luft limitiert. Zur Vergrößerung der Reichweite von freistrah-Implementierungen zum Quantenschlüsselaustausch ist daher in verschiedenen Projekten ein Schlüsselaustausch über Satelliten geplant. Beispielhaft seien hier das QEYSSAT-Projekt des IQC in Waterloo, Referenz [121], sowie das QUESS-Experiment einer Gruppe um Anton Zeilinger vom IQOQI in Wien und Jian-Wei Pan von der Chinesischen Universität für Wissenschaft und Technik (USTC) [122] genannt. Bereits 2008 konnten Villorosi *et al.* auf Einzelphotonenniveau abgeschwächte Laserpulse nach der Reflexion an einem an einem Satelliten angebrachten Reflektor detektieren und damit die prinzipielle Machbarkeit von satellitengestützter Quantenkommunikation bestätigen [123]. Die Gruppe um Harald Weinfurter von der LMU in München zeigte außerdem 2013 einen erfolgreichen Schlüsselaustausch zwischen einer festen Basisstation und einem in einem Flugzeug montierten bewegten Sende-Modul [124].

Das erste durch quantenkryptographische Protokolle abgesicherte Computernetzwerk wurde 2008 im Rahmen von SECOQC⁷⁵ implementiert [125], heute sind erste Geräte bereits kommerziell erhältlich [126–128].

Das vorliegende Kapitel skizziert nun die Implementierung des BB84-Protokolls, wie sie im Rahmen der vorliegenden Arbeit entwickelt wurde. Die einzelnen Komponenten der QKD-Strecke wurden dabei überwiegend innerhalb verschiedener Bachelor- und Masterarbeiten aufgebaut, sodass an dieser Stelle lediglich ein Überblick über die verschiedenen Inhalte gegeben wird, für Details sei auf die jeweilige Arbeit verwiesen. Das gesamte Projekt

⁷⁵www.secoqc.net

entstand im Rahmen des durch die Landes-Offensive zur Entwicklung Wissenschaftlich-ökonomischer Exzellenz (LOEWE) des Landes Hessen geförderten *Center for Advanced Security Research Darmstadt* (CASED).

Zur Umsetzung von BB84 wird eine Quelle benötigt, die im Grunde ‚auf Knopfdruck‘ einzelne Photonen in einem von vier Polarisationszuständen emittiert. Dabei muss für jedes Photon nicht nur der Emissionszeitpunkt bekannt sein, sondern auch der jeweilige präparierte Zustand. Die Einzelphotonenerzeugung und -präparation steht im Mittelpunkt einer Quantenschlüsselaustauschstrecke und ist für *prepare-and-measure*-Protokolle wie BB84 im Alice-Modul enthalten. Zusätzlich ist ein Bob-Modul erforderlich, das ankommende Photonen zufällig in einer der beiden Präparationsbasen detektiert und anschließend die Basenwahl über einen geeigneten klassischen Kanal mit dem Alice-Modul abgleicht. Die entstehenden Daten müssen aufgenommen und ein erster Schlüssel generiert werden, der schließlich wie in Unterabschnitt 6.4.1 beschrieben klassisch nachbearbeitet werden kann. In den folgenden Abschnitten werden diese Komponenten der Darmstädter Schlüsselaustauschstrecke kurz vorgestellt.

7.1 Das Alice-Modul

Hauptbestandteil des Alice-Moduls ist die kontrollierte Erzeugung und Präparation einzelner Photonen. Da die Übertragung der Photonen im beschriebenen Aufbau freistrahlfähig erfolgen soll, werden lineare Polarisationszustände gewählt. Die verschiedenen Möglichkeiten der Einzelphotonenerzeugung wurden bereits in Kapitel 2 vorgestellt, üblicherweise erfolgt die Präparation der Einzelphotonen durch eine aktive Phasenmodulation, vgl. exemplarisch Referenz [129].

Der im Rahmen der vorliegenden Arbeit entwickelte Aufbau unterscheidet sich insofern von diesen typischen Implementierungen, als die Zustandspräparation ausschließlich mit Hilfe passiver optischer Komponenten geschieht und ein zusätzlicher Zufallszahlengenerator sowie die aktive Präparation der einzelnen Zustände durch Alice nicht erforderlich sind.

Die benötigten Einzelphotonen um 809 nm werden durch entartete spontane parametrische Abwärtskonversion (SPDC) eines gitterstabilisierten Diodenlasers (ECDL) in periodisch gepoltem Kaliumtitanylphosphat (PPKTP) erzeugt. Details zur parametrischen Abwärtskonversion finden sich in Abschnitt 2.2, die Eigenschaften der verschiedenen im Rahmen dieser Arbeit untersuchten Kristalle wurden in Abschnitt 3.4 diskutiert. Für das Alice-Modul wurde hauptsächlich der 5 mm lange Kristall BCT1016-A47 verwendet, dessen Kerndaten Abschnitt B.6 entnommen werden können.

Abbildung 7.1 zeigt einen schematischen Aufbau des verwendeten Alice-Moduls. Die Abbildung ist optisch in die Bereiche Photonenquelle (blau), Zustandspräparation (gelb) und Überlagerung der Photonen aus beiden Präparationsbasen (rot) unterteilt, die im Folgenden näher beschrieben werden.

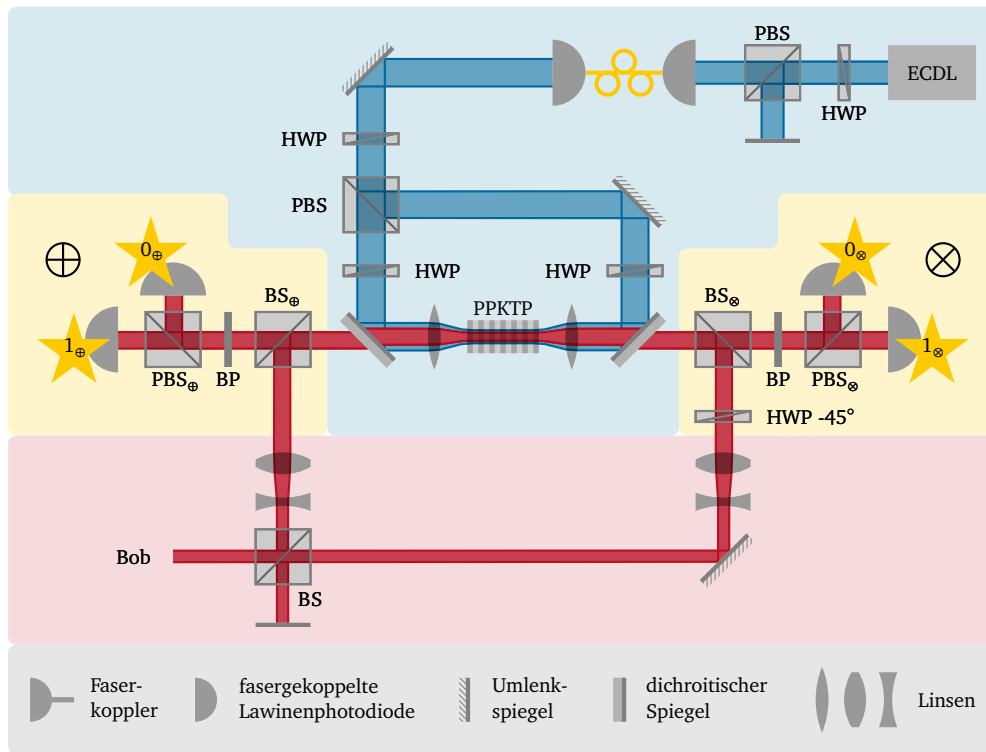


Abbildung 7.1: Aufbau des Alice-Moduls mit passiver Zustandspräparation. Blau hinterlegt ist die Photonenquelle selbst, die Präparation der Einzelphotonen entsprechend der \oplus - bzw. \otimes -Basis ist gelb hinterlegt. Rot hinterlegt ist schließlich die Überlagerung der Photonen der beiden Präparationsbasen sowie die Strahlformung für den Transfer der Photonen an Bob. Details können dem Text entnommen werden.

Photonenquelle Die Photonenquelle im Alice-Modul entspricht im Grunde dem bereits in Abschnitt 3.3 vorgestellten Aufbau zur Kristallcharakterisierung. Im Unterschied zu diesem Aufbau sowie zur experimentellen Umsetzung der Zweiphotonenquelle aus Abschnitt 5.1 ist das Alice-Modul jedoch vollständig mit Elementen des Cage-Systems von Thorlabs aufgebaut, um einen möglichst kompakten Aufbau zu gewährleisten. Verglichen mit den oben beschriebenen Aufbauten ergibt sich hier eine Reduktion sowohl der Präzision der eingesetzten Mechanik als auch der Flexibilität der Justage, die in der experimentellen Umsetzung des Alice-Moduls jedoch hingenommen werden kann.

Als Pumpquelle wurde zuletzt der bereits beschriebene ECDL aus den vorherigen Experimenten verwendet, dessen Licht mit Hilfe einer Einzelmodenfaser zum Experiment transportiert wird. Ausgekoppelt wird die Faser mit Hilfe einer Linse⁷⁶ in einem Drei-Achsen-Versteller der feinmechanischen Werkstatt. Vor dem Kristall steht so ein gaußförmiges Strahlprofil

⁷⁶GLC-14.5-8.0-405 von CVI Melles Griot

zur Verfügung. Durch die folgende Kombination aus Halbwellenplatte und polarisierendem Strahlteilerwürfel kann das Pumplicht in einem beliebigen Verhältnis auf die beiden Strahlengänge zum Konversionskristall aufgeteilt werden, zwei Halbwellenplatten ermöglichen die Auswahl der für die Konversion nötigen horizontalen Eingangspolarisation. Das Pumplicht wird durch zwei dichroitische Spiegel⁷⁷ zum Kristall (PPKTP) umgelenkt und mit Hilfe von zwei Mikroskopobjektiven⁷⁸ von beiden Seiten in den gleichen Wellenleiter des Konversionskristalls eingekoppelt.

Zustandspräparation In Abbildung 7.1 gelb hinterlegt sind die beiden Einheiten zur Präparation der Einzelphotonen entsprechend der \oplus - bzw. \otimes -Basis. Durch parametrische Abwärtskonversion vom Typ II werden im Konversionskristall zufällig in einer der beiden Propagationsrichtungen des Pumplichts orthogonale Photonenpaare erzeugt und über die beiden dichroitischen Spiegel aus der Erzeugungseinheit (blau hinterlegt) in die beiden Präparationseinheiten ausgekoppelt. Jedes Photonenpaar trifft dann auf einen 50:50-Strahlteiler (BS) und wird in der Hälfte der Fälle getrennt. Das reflektierte Photon wird dabei an Bob geschickt, das transmittierte Photon passiert zunächst einen Bandpassfilter (BP⁷⁹) und wird schließlich nach einem polarisierenden Strahlteilerwürfel (PBS) detektiert. Registriert der Detektor im transmittierten Ausgang des PBS ein Ereignis, war das am 50:50-Strahlteiler ausgekoppelte Photon vertikal polarisiert, entsprechend wurde ein horizontal polarisiertes Photon ausgekoppelt, falls der Detektor im reflektierten Ausgang des PBS auslöst. Damit sind bereits die Photonen der \oplus -Basis präpariert. Das Auslösen eines Detektors markiert die Existenz eines Photons; da Alice die Detektoren unterscheiden kann, kennt sie zusätzlich auch seinen Zustand. Indem auf einer der Kristallseiten (in Abbildung 7.1 rechts) eine Halbwellenplatte (HWP) im reflektierten Ausgang des 50:50-Strahlteilers platziert wird, kann durch eine Drehung der PDC-Photonen um -45° die \otimes -Basis realisiert werden. Die Photonenpräparation erfolgt damit rein passiv: Die parametrische Abwärtskonversion erfolgt im Kristall zufällig. Für gleiche Pumpleistungen und Konversionseffizienzen in beiden Propagationsrichtungen ist so die Richtung des erzeugten Photonenpaares und damit die jeweilige Präparationsbasis gleich verteilt. In der jeweiligen Basis entscheidet dann ein 50:50-Strahlteiler zufällig über den präparierten Bitwert. Alice kommt so die passive Rolle zu, das Auslösen ihrer Detektoren zu protokollieren.

Durch das zufällige Verhalten der beiden 50:50-Strahlteiler kann jedoch im Mittel nur die Hälfte der erzeugten PDC-Photonen für eine Schlüsselübertragung verwendet werden. Werden beide Photonen am Strahlteiler transmittiert, wird Alice eine Koinzidenz in der entsprechenden Basis detektieren und die Ereignisse verwerfen, ein reflektiertes Photonenpaar führt im Idealfall zu einer Koinzidenz bei Bob. Wegen der Verluste auf dem Übertragungsweg wird Bob hier jedoch selten eine Koinzidenz detektieren und das Photonenpaar damit unter Umständen als vermeintlich ‚echtes‘ Einzelereignis wahrnehmen. Für diese Ereignisse

⁷⁷HR400HT700-900 von Laser Components

⁷⁸M-10x von Newport

⁷⁹LL01-808-12.5 von Semrock

gibt es jedoch kein Partnerphoton bei Alice, sodass auch diese Photonenpaare nach dem Basenabgleich verworfen werden und keine zusätzlichen Fehler im Schlüssel verursachen.

Überlagerung Bevor Alice die präparierten Einzelphotonen an Bob schicken kann, muss sie zunächst beide Präparationsbasen überlagern. Im einfachsten Fall wird dazu wie in Abbildung 7.1 rot hinterlegt ein weiterer zufälliger Strahlteiler verwendet. Dabei wird jedoch die Schlüsselerzeugungsrate halbiert, weil nur jedes zweite Photon an Bob geschickt werden kann. Alternativ könnten die Zustände in einer polarisationserhaltenden Faser überlagert werden. Details können Anhang E entnommen werden.

Für die freistrahle-Übertragung der Photonen wird zur Strahlformung in jeder Präparationsbasis jeweils ein Galilei-Fernrohr⁸⁰ eingesetzt.

In Abbildung 4.9 aus Kapitel 4 wurde bereits das Hong-Ou-Mandel-Spektrum des im Alice-Modul eingesetzten 5 mm-Kristalls gezeigt. Wie an dieser Stelle bereits diskutiert, liegt die Sichtbarkeit des Zählrateneinbruchs im Interferenzspektrum des 5 mm-Kristalls auch nach der Bereinigung des Spektrums durch einen der 3 nm breiten Bandpassfilter etwas unterhalb des durch den experimentellen Aufbau limitierten Maximums. Auch für optimale Kristallparameter unterscheiden sich entsprechend die beiden PDC-Photonen aus der Konversion des 5 mm-Kristalls geringfügig, da die angesprochenen Nebenmoden im PDC-Spektrum durch den Filter nicht ausreichend unterdrückt werden. Für die beschriebene Präparation der Einzelphotonen entsprechend dem BB84-Protokoll ergibt sich hier eine Sicherheitslücke. Kann Eve die Wellenlänge der abgefangenen Photonen ausreichend präzise bestimmen, kennt sie für Photonen aus der Nebenmode des PDC-Spektrums nach Kenntnis der Präparationsbasis auch den jeweiligen Bitwert. Auch im Fall entarteter Hauptmoden kommen die Wellenlängen der Nebenmoden in einer der beiden Polarisierungen des PDC-Photonenpaares mit signifikant erhöhter Wahrscheinlichkeit vor. An dieser Stelle sei auf die ausführliche Diskussion des spektralen Verhaltens des PDC-Prozesses in PPKTP in Abschnitt 3.4 sowie Abschnitt 4.3 verwiesen. Die beschriebene Sicherheitslücke könnte durch einen schmalere Bandpassfilter im Strahlengang behoben werden. Da für die erhältlichen Filter jedoch mit der Bandbreite auch die Transmission abnimmt, ist diese Lösung nicht optimal. Daher kann alternativ durch Anpassen der Kristalltemperatur oder auch der Pumpwellenlänge ein Energie-Zeit-verschränkter Zustand generiert werden, wie er in Abschnitt 4.3 vorgestellt wurde. Ein Überlapp der Nebenmoden der beiden PDC-Photonen unterbindet die Möglichkeit der Diskriminierung von *signal*- und *idler*-Photon durch Bestimmen ihrer Wellenlänge.

7.2 Das Bob-Modul

Das Bob-Modul wurde bereits 2006 im Rahmen einer Diplomarbeit aufgebaut [130] und basiert auf einem Vorschlag von John G. Rarity und Paul R. Tapster [131]. Abbildung 7.2 zeigt den schematischen Aufbau der Detektionseinheit.

⁸⁰ AC254-075-B und ACN254-050-B von Thorlabs

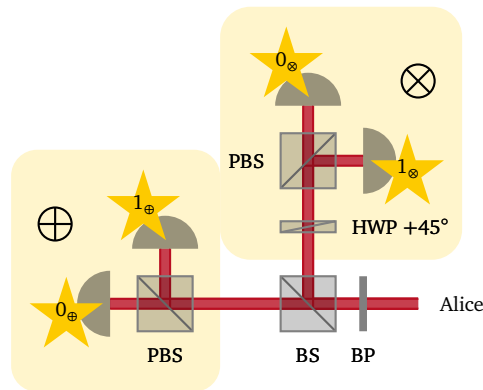


Abbildung 7.2: Aufbau des Bob-Moduls. Ankommende Photonen werden durch einen Bandpassfilter von störendem Hintergrundlicht getrennt und treffen auf einen Strahlteiler, der eine zufällige Wahl der Messbasis ermöglicht. Die \oplus -Basis wird durch einen polarisierenden Strahlteiler realisiert, um Photonen in der \otimes -Basis zu detektieren, werden diese zunächst durch eine Halbwellenplatte um 45° in ihrer Polarisation gedreht, bevor sie ebenfalls auf einen polarisierenden Strahlteiler treffen.

Die präparierten Einzelphotonen um 809 nm treffen auch im Bob-Modul zunächst auf einen schmalen Bandpassfilter, um das Hintergrundlicht weitgehend zu blockieren. Ein 50:50-Strahlteiler reflektiert oder transmittiert das ankommende Photon zufällig und entscheidet so über die Detektionsbasis. Transmittierte Photonen treffen vor der Detektion auf einen polarisierenden Strahlteiler und werden entsprechend in der \oplus -Basis gemessen, da vertikal polarisierte Photonen immer reflektiert, horizontal polarisierte Photonen dagegen immer transmittiert werden. Im reflektierten Ausgang des Strahlteilers dreht eine Halbwellenplatte die Polarisation der auftreffenden Photonen um 45° , bevor auch diese Photonen in den Ausgängen eines polarisierenden Strahlteilers detektiert werden. Am Eingangsstrahlteiler reflektierte Photonen werden daher immer in der \otimes -Basis nachgewiesen. Auch das Bob-Modul basiert rein auf passiven optischen Komponenten, Bob kann jeder APD einen Bitwert und eine Messbasis zuordnen und reagiert lediglich auf das Auslösen eines Zählers.

7.3 Datenaufnahme und klassische Kommunikation

Zum Austausch eines Schlüssels nach dem BB84-Protokoll müssen Alice und Bob zu jedem versendeten bzw. detektierten Photon Basis und Bitwert kennen. Da in der beschriebenen Implementierung für beide Kommunikationspartner passive Module verwendet werden, entnehmen Alice und Bob die Information über den Polarisationszustand dem Auslösen ihrer Detektoren. Beide müssen diese Ereignisse auswerten und aus diesem *raw key* durch einen Abgleich der Präparations- und Messbasis einen ersten Schlüssel, den *sifted key*, generieren (vgl. Unterabschnitt 6.2.1).

Beide Module verfügen über ein *Field Programmable Gate Array* (FPGA), das jeweils für die Weiterverarbeitung der Detektorereignisse zuständig ist. Nach der Übertragung der Daten auf einen Computer bei Alice und Bob erfolgt die Verarbeitung dieser Daten sowie die Erzeugung des *sifted key* mit Hilfe eines LabVIEW-VIs⁸¹. Für die klassische Kommunikation zur Extraktion des *sifted key* ordnet Bob jedem Ereignis eine Messbasis zu und sendet der Basis entsprechend einzelne oder doppelte klassische Laserpulse bei 635 nm an Alice, die jede richtige Messbasis durch ein Signal über ein BNC-Kabel bestätigt. Der *sifted key* wird dann bei Alice und Bob um den jeweiligen Bitwert ergänzt. Da in ersten Tests der Schlüsselaustauschstrecke Verluste bei der Übertragung des Bestätigungssignals von Alice an Bob auffielen, wird der *sifted key* durch Alice in Blöcke der Länge 100 eingeteilt. Nach jeweils 100 Bitwerten sendet Alice als Signal einen doppelten Bestätigungspuls an Bob, beide ergänzen ihren Schlüssel um ein Trennzeichen. Bei der Schlüsselnachbereitung können so Blöcke aussortiert werden, die durch Verluste des Bestätigungspulses bei Bob nur unvollständig vorliegen. Die Datenaufnahme für das Alice- und das Bob-Modul sowie die klassische Kommunikation zwischen beiden wurde von Tobias Diehl im Rahmen seiner Bachelor- und Masterarbeit realisiert, Details können Referenzen [132] und [133] entnommen werden.

7.4 Schlüsselnachbearbeitung

Aus dem *sifted key* aus der Übertragung einzelner Photonen zwischen Alice und Bob sowie einem nachfolgenden Basenabgleich wird in einem letzten Schritt durch Fehlerkorrektur- und Privatsphärenverstärkungsverfahren ein sicherer Schlüssel für die Verwendung nach dem *One-Time-Pad* generiert. Die Fehlerkorrektur erfolgt dabei mit Hilfe von *Low Density Parity Check Codes*, für die Privatsphärenverstärkung werden Toeplitz-Matrizen verwendet. Beide Verfahren wurden bereits in Abschnitt 6.4 besprochen, das Fehlerkorrekturverfahren wurde von Tobias Diehl in Zusammenarbeit mit der Arbeitsgruppe von Gernot Alber aus der theoretischen Physik ausgewählt und später im Rahmen einer Bachelorarbeit in der Gruppe Alber näher untersucht [134]. Die Implementierung des Fehlerkorrekturverfahrens und auch der Privatsphärenverstärkung erfolgte in Kooperation mit Marc Fischlin aus dem Fachbereich Informatik durch Pascal Notz im Rahmen seiner Bachelorarbeit, Details können dort nachgelesen werden [135].

7.5 QKD-Strecke

Ein erster Test der verschiedenen Komponenten der QKD-Strecke wurde von Tobias Diehl vorgenommen und kann in seiner Masterarbeit nachgelesen werden, die erste Optimierung der bestehenden Einheit erfolgte durch Stephanie Lehmann. Dabei wurden schließlich Übertragungsraten um 1 800 bits/s bei Fehlerraten um 12 % erreicht. Für Details sei auf Referenz [136] verwiesen, hier findet sich auch eine detaillierte Analyse der Zufälligkeit der verwendeten Strahlteiler.

⁸¹ www.ni.com/labview

Die beschriebenen Tests der QKD-Strecke erfolgten unter Laborbedingungen für Übertragungsstrecken unter einem Meter Länge. Aus dem Vergleich mit Ergebnissen anderer Schlüsselübertragungsstrecken ergibt sich weiterer Optimierungsbedarf: So gelang Schmitt-Manderbach *et al.* beispielsweise in dem oben beschriebenen freistrahl-Quantenschlüsselaustausch über eine Distanz von 144 km eine Übertragungsrate um 200 bits/s [109], die Schlüsselübertragungsraten in dem ebenfalls eingangs erwähnten Experiment zum Schlüsselaustausch zwischen einem bewegten Sender und einem stationären Empfänger lagen für ca. 20 km Entfernung zwischen Sende- und Empfangseinheit um 145 bits/s [124].

Seit den beschriebenen Tests durch Stephanie Lehmann 2014 wurden Mechanik und Justage des Alice-Moduls optimiert, sodass die sogenannte *heralding efficiency*, also die Wahrscheinlichkeit für die Detektion des Partnerphotons eines an Bob versendeten Photons im Alice-Modul, etwa um den Faktor 2 verbessert werden konnte. Als größere Herausforderung stellte sich jedoch die Optimierung des Bob-Moduls heraus. Die aktuell sehr kompakte Bauweise erlaubt keine systematische Justage der verwendeten Optiken und Detektoren und macht eine gezielte Optimierung der Detektionseffizienz nahezu unmöglich. Da ein Neuaufbau des Bob-Moduls im Rahmen der vorliegenden Arbeit nicht mehr erfolgte, wurden keine weiteren Tests zu Übertragungs- und Fehlerraten zum aktuellen Zeitpunkt durchgeführt.

Liegt schließlich ein überarbeitetes Bob-Modul vor, kann in einem letzten Schritt die beschriebene Überlagerung der beiden Präparationsbasen im Alice-Modul optimiert werden, um die Fehlerraten weiter zu verringern.

7.6 Zusammenfassung

Basierend auf einem entarteten Typ II-PDC-Prozess in PPKTP wird ein Alice-Modul für den Quantenschlüsselaustausch nach dem BB84-Protokoll implementiert. Der Aufbau kommt dabei ohne Zufallszahlengenerator und aktive Zustandspräparation aus und verhindert damit einen Informationsverlust an Eve durch die Überwachung des Stromverbrauchs des gesamten Systems. Die Quantenschlüsselaustauschstrecke wird vervollständigt durch ein Bob-Modul nach Rarity und Tapster sowie einen laserbasierten klassischen Kanal. Erste Tests der Übertragungsstrecke ergaben Schlüsselaustauschraten um $1\,800 \text{ bits/s}$, eine Verbesserung der Übertragungsraten sollte insbesondere durch ein neues Design für das Bob-Modul erreicht werden.

8 Zusammenfassung und Ausblick

Im Verlauf der vorliegenden Arbeit wurden erste Erfahrungen mit der Erzeugung von Einzelphotonen in PPKTP-Wellenleitern durch parametrische Abwärtskonversion gesammelt und das Verhalten verschiedener Kristalle systematisch untersucht. Dabei stellten sich das Strahlprofil und die Polarisierung der verwendeten Pumpquelle als ebenso entscheidend heraus wie die Einkopplung in den nichtlinearen Kristall selbst. Die richtige Wahl der Pumpmode im Kristall ermöglichte eine Frequenzkonversion in den angestrebten entarteten Bereich um $\omega_p/2$, für die Feinabstimmung der angeregten Mode konnte sowohl eine Abhängigkeit von der Kristalltemperatur als auch von der Pumpwellenlänge gezeigt werden. Für die Feinabstimmung der Kristallparameter für entartete PDC wurde ein Verfahren entwickelt, das lediglich die Verfügbarkeit eines schmalen Bandpassfilters bei der Zielwellenlänge voraussetzt.

Für die Bandbreite der PDC-Photonen konnte für die verschiedenen Kristalle der für Typ II-PDC typische $1/L$ -Zusammenhang mit der Kristalllänge gezeigt werden, das PDC-Spektrum wich jedoch deutlich von dem theoretisch erwarteten sinc^2 -Verlauf ab. Das Spektrum der PDC-Photonen wurde daher im Folgenden systematisch untersucht. Mit dem Hong-Ou-Mandel- sowie dem Shih-Alley-Interferometer wurden zwei verschiedene Zweiphotoneninterferometer aufgebaut, die eine Charakterisierung des Biphotons aus PDC erlaubten. Dabei wurde nicht nur die Existenz mehrerer verschieden stark ausgeprägter asymmetrischer Nebenmoden im PDC-Spektrum nachgewiesen, aus der systematischen Charakterisierung Energie-Zeit-verschränkter Zustände konnte außerdem ein Modell für die mathematische Beschreibung der Zweiphotoneninterferenzspektren ungefilterter PDC vom Typ II entwickelt werden.

Parametrische Abwärtskonversion in PPKTP steht als zuverlässige Einzelphotonenquelle zur Verfügung, eine gezielte Präparation wahlweise entarteter, Energie-Zeit- oder polarisationsverschränkter Zustände ist möglich. Außerdem besteht durch die systematische Analyse der Zweiphotoneninterferenzspektren die Möglichkeit, auch in Frequenzbereichen, für die kein Einzelphotonen-Gitterspektrometer zur Verfügung steht, durch die Interpretation der Zweiphotoneninterferenzspektren Rückschlüsse auf das PDC-Spektrum zu ziehen.

Neben der Analyse von Zwei- und auch Einphotoneninterferenzspektren wurde die beschriebene Quelle für zwei verschiedene Anwendungen eingesetzt. Auf der Basis des Typ II-PDC-Prozesses wurde eine Implementierung eines Alice-Moduls für das BB84-Protokoll zum Quantenschlüsselaustausch entwickelt, die lediglich auf der Basis passiver optischer Komponenten basiert. Durch den Betrieb eines einzelnen Wellenleiters im Konversionskristall entlang beider Propagationsrichtungen und ein zufälliges Trennen der erzeugten PDC-Photonenpaare kann nicht nur die Existenz eines Einzelphotons zum Quantenschlüs-

selaustausch nachgewiesen werden, wie dies in herkömmlichen angekündigten Einzelphotonenquellen der Fall ist, es kann gleichzeitig auch der Zustand des versendeten Photons protokolliert werden. Sowohl die Wahl der Präparationsbasis als auch die des jeweiligen Bitwerts erfolgt im verwendeten Aufbau zufällig.

Das BB84-Protokoll zum Quantenschlüsselaustausch selbst sowie Überlegungen zu dessen Sicherheit und Möglichkeiten der Schlüsselnachbereitung wurden in der vorliegenden Arbeit diskutiert. Dabei wurde insbesondere auch die Möglichkeit der Fehlerkorrektur des *sifted key* durch die Verwendung von *Low Density Parity Check-Codes* sowie die anschließende Anwendung von Toeplitz-Matrizen zur Privatsphärenverstärkung vorgestellt. Die Implementierung einer Quantenschlüsselaustauschstrecke mit dem aus dieser Arbeit hervor gegangenen Alice-Modul im Zentrum des gesamten Aufbaus erfolgte in verschiedenen Bachelor- und Masterarbeiten, in der vorliegenden Arbeit wurden die Ergebnisse kurz zusammen gefasst. Ein erster Schlüsselaustausch erfolgte mit Schlüsselaustauschraten um $1\,800\text{ bits/s}$ bei einer Fehlerrate um 12 %.

Die PDC-Quelle sollte außerdem verwendet werden, um durch symmetrische Differenzfrequenzerzeugung zwischen einem Einzel- und einem Pumpphoton eine Zweiphotonenquelle zu implementieren. Trotz aufwändiger Optimierungen des gesamten Aufbaus und langer Messzeiten unter möglichst ungestörten Bedingungen konnten für dieses Experiment jedoch keine Ergebnisse erzielt werden.

Mit dem Abschluss dieser Arbeit steht zunächst innerhalb der Gruppe deutlich mehr Erfahrung zum Umgang mit PPKTP als Medium für die Einzelphotonenerzeugung sowie den Photonenpaaren aus PDC zur Verfügung, als dies zu Beginn der Fall war. In einem weiteren Projekt im Bereich der Quanteninformationsverarbeitung soll durch entartete PDC in PPKTP um 1550 nm ein Quantenhub implementiert werden. Da in diesem Wellenlängenbereich kein Einzelphotonenspektrometer zur Verfügung steht, kann auf die beschriebenen Zusammenhänge zwischen Zweiphotoneninterferenzspektrum und PDC-Spektrum zurück gegriffen werden. Auch für den allgemeinen Umgang wie die Optimierung der Kristallparameter ohne Einzelphotonenspektrometer wurden bereits wichtige Erfahrungen gesammelt, die einen effizienteren Einsatz der neuen Quelle ermöglichen.

Aus den beschriebenen Experimenten ergeben sich für die Zukunft außerdem verschiedene Ansätze: Der Aufbau des Bob-Moduls müsste von Grund auf neu überdacht werden, um eine Verbesserung der Schlüsselübertragungsraten zu erzielen. Soll die kompakte Bauweise möglichst beibehalten werden, müsste zumindest die Position der fest verbauten Optiken deutlich präziser ausgewählt werden, als dies aktuell der Fall ist und auch eine systematische Möglichkeit der Vorjustage des gesamten Strahlengangs ist unbedingt erforderlich. Hier könnte eine auf dem Cage-System von Thorlabs basierende Lösung gefunden werden. Das aktuelle Bob-Modul verfügt bereits über Bohrungen an der Außenseite, die Cage-Stangen aufnehmen können. Leider verläuft der durch diese Stangen vorgegebene Strahlengang innerhalb des Bobmoduls nicht entlang der durch die Optiken vorgegebenen erforderlichen Propagationsrichtung. Eine Vorjustage des Strahlengangs der Einzelphotonen mit Hilfe des Cage-Systems und der verfügbaren Einzelphotonenkamera sowie die anschließende präzise Positionierung des Bob-Moduls sind entsprechend aktuell nicht möglich. Einzelphotonende-

tektoren in variablen Halterungen könnten schließlich die Optimierung der Detektionseffizienz für alle vier Polarisationszustände gewährleisten. Durch diesen Aufbau könnte das Bob-Modul seinen kompakten Aufbau beibehalten und dennoch eine systematische und damit zielführende Optimierung der Schlüsselaustauschstrecke gewährleisten.

Obwohl es keinen ersichtlichen Grund gibt, warum die Implementierung einer Zweiphotonenquelle durch DFG nicht gelang, erscheinen hier zum jetzigen Zeitpunkt alle Möglichkeiten ausgeschöpft. Möglicherweise gelingt in Zukunft eine Stabilisierung des Raumklimas, auch eine wirklich zuverlässige schmalbandige Laserdiode um 404 nm für den Pumplaser wäre eine vielversprechende Änderung, die weitere Messungen rechtfertigen könnte. Möglicherweise könnte durch bessere Detektoren und eine präzisere Koinzidenzelektronik die Detektionseffizienz gesteigert und damit die erforderliche Messzeit verkürzt werden, was die Messungen wiederum weniger anfällig für Störungen durch Erschütterungen oder Wetteränderungen machen würde. Die Detektionseffizienz allein kann jedoch als Ursache für das Fehlschlagen aller Bemühungen weitestgehend ausgeschlossen werden.

Schließlich bleibt der Bereich der Ein- und Zweiphotoneninterferenzen. Die Zweiphotoneninterferenzspektren für Typ II-PDC sind so weit verstanden, dass sie für weitere Experimente eingesetzt werden können. Wie beschrieben wurden jedoch Autokorrelationsspektren eines einzelnen PDC-Photons unbekannten Polarisationszustands aufgenommen, die anders als erwartet die Ausbildung eines oder mehrerer Knoten zeigten. Eine Interpretation dieses Phänomens erscheint ebenso attraktiv wie die Implementierung weiterer Einzelphotonen-Interferometertypen oder beispielsweise die Präparation von NOON-Zuständen und Messungen zur de Broglie-Wellenlänge von zwei oder mehr Photonen. Als Grundlage für die beschriebenen Experimente steht PDC in PPKTP um 808 nm als zuverlässige Quelle verschiedener Photonenpaarzustände zur Verfügung.

Teil III

Anhang

A Hinweise zur Justage eines PPKTP-Kristalls mit Wellenleiterstruktur

Dieses Kapitel gibt einen Überblick über den Umgang mit den im Rahmen dieser Arbeit untersuchten Kristallen mit Wellenleiterstruktur und erhebt keinen Anspruch auf Vollständigkeit.

Für die Halterung der PPKTP-Kristalle wird ein kommerzieller Lineartisch von Newport eingesetzt. Der xyz -Versteller 562F-XYZ ist mit einer Kippvorrichtung 562F-TILT versehen und kann durch zwei Feingewindeschrauben HR-13 mit einer Genauigkeit von 500 nm unabhängig in x - und in y -Richtung verschoben werden. Für den Kristall selbst wird eine Nut in einen Kupferblock gefräst, der durch ein Peltier-Element temperaturstabilisiert ist. Da der Kristall nicht festgeklebt wird, sollte die Nut nicht deutlich breiter sein als der Kristall. Der Kupferblock wird auf dem Lineartisch befestigt, die beschriebene Kippvorrichtung ist notwendig, um den Kristall möglichst exakt in Strahlrichtung ausrichten zu können.

Für die Mikroskopobjektive zur Ein- und Auskopplung des Kristalls werden ebenfalls zwei xyz -Versteller 562F-XYZ verwendet, hier jedoch ohne Verkippeinheit. Diese Lineartische können mit Hilfe von drei Schrauben des Typs HR-13 in alle drei Raumrichtungen bewegt werden.

Im Folgenden wird mit der z -Richtung die Propagationsrichtung des Pumplichts bezeichnet. Eine Höhenverstellung erfolgt in y -Richtung, entsprechend bezeichnet die x -Richtung eine Verschiebung orthogonal zum Strahlengang und parallel zum Tisch. In Abbildung A.1 werden die Koordinaten entsprechend dargestellt. Hier sind außerdem die relevanten Achsen des nichtlinearen Kristalls eingezeichnet, um Verwechslungen vorzubeugen.

Der Lineartisch zur Kristallhalterung wird an der gewünschten Stelle befestigt und zunächst so weit abgesenkt, dass der Pumpstrahl ohne Beeinträchtigung über dem Kristall propagieren kann. Für die Einkopplung in einen Wellenleiter des Kristalls kann dann nach folgenden Schritten vorgegangen werden:

- Zunächst muss der Pumpstrahl kollimiert werden. Das Strahlprofil sollte nach Möglichkeit perfekt sein, hier müssen insbesondere alle Optiken im Strahlengang kontrolliert werden, um etwaige Verunreinigungen auszuschließen.
- Der Pumpstrahl wird gerade (z. B. über einer Lochreihe auf dem optischen Tisch) ausgerichtet. Hier ist eine möglichst lange Strecke für die Justage zu wählen.

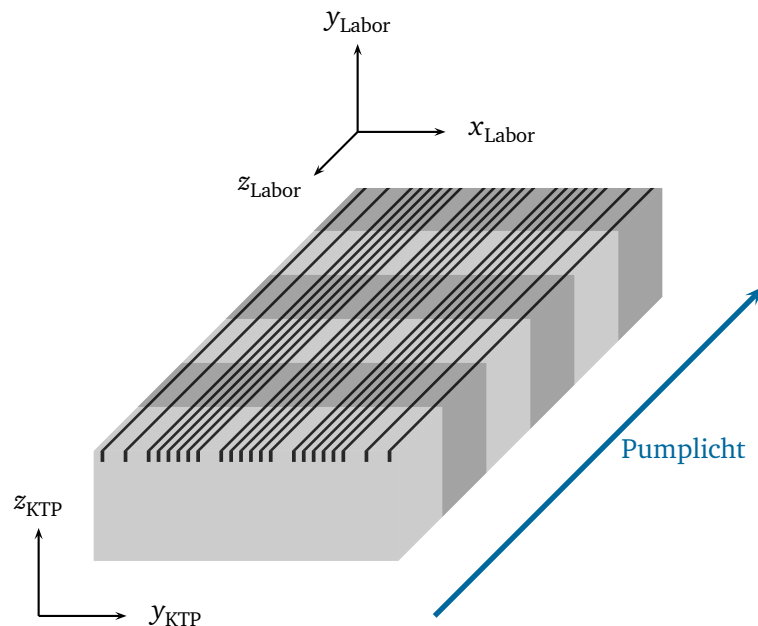


Abbildung A.1: Orientierung des nichtlinearen Kristalls im Laborsystem. Das Pumplicht propagiert dabei in z -Richtung. Zur Verdeutlichung sind die relevanten Achsen des KPT-Kristalls ebenfalls eingezeichnet.

- Das Einkoppelobjektiv wird mit Hilfe der x - und y -Verstellschrauben mittig im Strahlengang positioniert, sodass das transmittierte Licht nicht vom Strahlengang abgelenkt wird. Dabei sollte in z -Richtung bereits die ungefähre Endposition des Objektives voreingestellt werden. Für die nahezu ausschließlich verwendeten 10x-Objektive von Newport beträgt der Arbeitsabstand beispielsweise 5,5 mm. Die x - und y -Verstellschrauben des Lineartischs zur Halterung des Einkoppelobjektivs werden anschließend arretiert und im Folgenden nicht mehr verstellt.
- Das Auskoppelobjektiv wird nun in die ungefähre Endposition gebracht. Eine genaue Justage erfolgt später mit Hilfe des aus dem Kristall ausgekoppelten Pumplichts.
- Abbildung A.2 zeigt das Pumplicht nach dem Auskoppelobjektiv für den im Folgenden beschriebenen Einkoppelvorgang. Der Kristall wird vorsichtig in seiner Halterung angehoben und von unten in den Strahlengang geschoben. Dabei wird das Pumplicht zunächst an der Kristallkante gebeugt. Die Beugungsmaxima werden umso breiter, je weiter der Kristall angehoben wird (Abbildung A.2a und b) und verschwinden schließlich, sobald sich der Kristall auf der richtigen Höhe befindet. Der Querschnitt des Kristalls ist dann schwach ausgeleuchtet zu erkennen (Abbildung A.2c). Durch Verschieben in x -Richtung kann das Pumplicht nun in einen Wellenleiter ein-

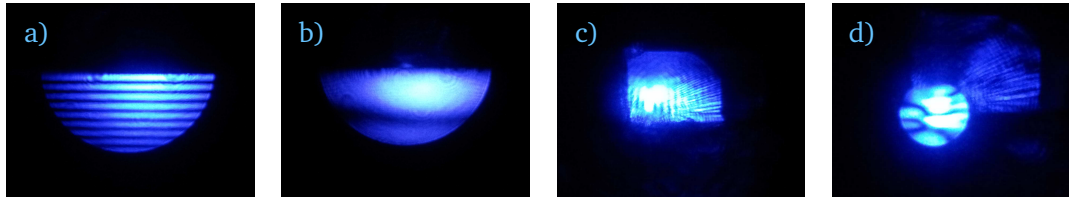


Abbildung A.2: Pumpstrahlung nach dem Auskoppelobjektiv während der Justage eines PPKTP-Kristalls mit Wellenleiterstruktur. Der Kristall wird von unten in den Pumpstrahlengang angehoben, die z -Einstellung des Einkoppelobjektivs ist bereits gut eingestellt. Es ist zunächst ein Beugungsmuster zu erkennen, die Beugungsmaxima werden immer breiter (a und b), bis das Beugungsmuster schließlich ganz verschwindet (c). Der Kristall befindet sich nun auf der richtigen Höhe. Durch Verschieben des Kristalls in x -Richtung kann das Licht schließlich in einen Wellenleiter eingekoppelt werden. Das geführte Licht hebt sich dabei deutlich von der schwachen Ausleuchtung des gesamten Kristalls ab (d).

gekoppelt werden. Das im Wellenleiter geführte Licht hebt sich deutlich von der Ausleuchtung der Kristallfacette im Hintergrund ab und weist eine Modenstruktur auf. In Abbildung A.2d ist die Einkopplung in Wellenleiter 5.5 des 11 mm-Kristalls abgebildet, für andere Wellenleiter kann die Modenstruktur sowie die relative Helligkeit des geführten Lichts zum Hintergrund abweichen.

Die z -Position des Einkoppelobjektivs kann gut vorjustiert werden, indem die Intensität des im Wellenleiter geführten Lichts maximiert wird.

- Das Auskoppelobjektiv wird nun zum ersten Mal justiert. Das aus dem Kristall ausgekoppelte Pumplicht wird hierfür entlang der ursprünglichen Propagationsrichtung des Pumplichts ausgerichtet und auf die sensitive Kamera fokussiert. Sofern der Kristall nicht exakt parallel zum Strahlengang ausgerichtet ist, wird das emittierte Licht mit Hilfe des Auskoppelobjektives zunächst nicht entlang des ursprünglichen Strahlverlaufs ausgerichtet werden können. Für eine erste Ausrichtung kann der Fokus des ausgekoppelten Pumplichts daher an die richtige xy -Position angepasst werden.
- Die Einkopplung wird nun mit Hilfe der beiden Analysekameras kontrolliert. Dabei zeigt die WinCam die im Kristall angeregte Pumpmode, mit Hilfe der Sensicam lässt sich die PDC-Mode darstellen. Um die PDC-Photonen mit der Sensicam darstellen zu können, muss der Fokus der PDC-Photonen etwa auf dem Chip der Kamera liegen. Der Fokus wurde zwar bereits mit Hilfe des ausgekoppelten Pumplichts in die Nähe der Chipebene verschoben, hier muss jedoch meist die z -Einstellung des Auskoppelobjektivs genauer angepasst werden.
- Abschließend wird in einem iterativen Verfahren die Verkippeinrichtung der Kristallhalterung optimiert. Ein Verkippen des Kristalls hat eine Änderung des Auftreffwinkels der PDC-Photonen bzw. des ausgekoppelten Pumplichts auf das Auskoppelobjektiv zur Folge. Die Ausrichtung des Kristalls entlang der richtigen Achse hat entsprechend

eine Emission des ausgekoppelten Pumplichts entlang der ursprünglichen Propagationsrichtung zur Folge. Dabei muss sowohl die Position des Auskoppelobjektivs als auch die des Kristalls immer wieder kontrolliert werden, bis das ausgekoppelte Licht schließlich entlang der richtigen Geraden propagiert.

Soll in einen bestimmten Wellenleiter eingekoppelt werden, ist bei der Verkipfung in der zum Tisch parallelen Ebene darauf zu achten, dass das Pumplicht hier schnell in einen anderen als den gewünschten Wellenleiter eingekoppelt wird, da die Separation der einzelnen Wellenleiter innerhalb einer Gruppe lediglich 30 μm beträgt. Hier muss gegebenenfalls neu nachgezählt werden. Auch die z -Einstellungen der Objektive müssen stets kontrolliert werden.

- Die Einkopplung der PDC-Photonen in die Fasern zu den APDs kann leicht mit Hilfe des aus dem Kristall ausgekoppelten Pumplichts vorjustiert werden. Eine Optimierung der Fasereinkopplung und auch der Kristalleinkopplung erfolgt dann über die Koinzidenzzählraten.

Für die Vorjustage des Konversionskristalls werden typischerweise Pumpleistungen zwischen 100 μW und 300 μW verwendet. Sobald eine Optimierung der Einkopplung über die Koinzidenzzählraten erfolgen soll, wird die Leistung deutlich auf $<10 \mu\text{W}$ abgesenkt.

Es liegen keine eindeutigen Informationen zu den Zerstörschwellen der Wellenleiter im Kristall vor. Während der Hersteller maximale Leistungen im Bereich einiger 10 mW empfiehlt, berichten andere Gruppen von Schäden an den Wellenleitern in PPKTP der Firma AdvR bei Pumpleistungen im Bereich einiger mW⁸². Um Schäden an den Kristallen zu vermeiden, wurde daher für einen der ineffizienteren Wellenleiter von ITI0824-A07 die eingekoppelte Pumpleistung langsam auf maximal 2 mW erhöht und der Einfluss auf Konversionseffizienz und Pumpstrahlprofil nach dem Kristall untersucht. Es zeigten sich keine Schäden, da jedoch für alle vorgestellten Experimente Leistungen im Bereich einiger μW ausreichend waren, wurden im Umgang mit den verschiedenen Konversionskristallen aus Sicherheitsgründen maximal Pumpleistungen um 1 mW verwendet.

Die Einkopplung in den Wellenleiter des Konversionskristalls ist das kritischste Element im Aufbau zur Einzelphotonenerzeugung. Sind die Zählraten mit der Zeit gesunken, sollte daher zunächst immer die Kristalljustage kontrolliert werden. Da die Pumpmode sehr empfindlich auf Änderungen der Höhe reagiert (vgl. Unterabschnitt 3.4.3), wird mit der Schraube für die y -Richtung begonnen. Erst wenn die Dejustage des Kristalls behoben wurde, kann die Einkopplung in die Fasern zu den APDs optimiert werden. Lassen sich die gewohnten Zählraten so nicht wieder herstellen, muss der gesamte Aufbau neu justiert werden.

⁸²Persönliche Information von Andreas Eckstein, zu diesem Zeitpunkt AG Silberhorn, Max-Planck-Institut für die Physik des Lichts, Erlangen.

Der Konversionskristall kann in einem Acetonbad gereinigt werden, falls er beispielsweise durch Staubkörner oder auch durch Ablagerungen durch die hohe Luftfeuchtigkeit im Labor verschmutzt scheint.⁸³ Zusätzlich besteht die Möglichkeit, die Kristallfacetten neu polieren zu lassen. Hier wurden gute Erfahrungen mit der Firma Photon Laseroptik⁸⁴ gemacht. Insbesondere scheinen die Anti-Reflex-Beschichtungen der Kristalle durch den Hersteller nicht optimal, sodass sich das Verhalten der Kristalle nach dem Polieren der Kristallfacetten häufig verbessert hat.

Bei der Aufnahme von Emissionsspektren mit dem Einzelphotonenspektrographen darf maximal das am weitesten vom optischen Tisch entfernte Deckenlicht verwendet werden, da sonst lediglich das Emissionsspektrum der Lampen vermessen wird. Auch hier zeigen sich je nach Intensität des PDC-Prozesses schwach ausgeprägte Linien des Deckenlichts in den Aufnahmen der PDC-Spektren.

⁸³Persönliche Information von Frank Knutsen von Photon Laseroptik.

⁸⁴www.photon-laseroptik.de

B Charakterisierung verschiedener PPKTP-Kristalle

Dieses Kapitel bietet eine kurze Übersicht über die im Laufe der Jahre gekauften und getesteten Kristalle. Alle Kristalle stammen von der Firma *AdvR*⁸⁵ und besitzen eine Polungsperiode von etwa 8 μm . Die Kristalle wurden zum Teil häufiger getestet, weil sich neue Erkenntnisse ergaben oder der Kristall zwischenzeitlich durch die Firma Photon Laseroptik⁸⁶ neu poliert wurde. Hier aufgeführt ist immer die aktuellste Charakterisierung.

Für jeden Kristall werden konkrete Werte für die Zählraten und, falls gemessen, die Transmission durch den Bandpassfilter um 809 nm angegeben. Diese Messungen dienen jedoch nur dem relativen Vergleich der einzelnen Wellenleiter, um den für die weitere Verwendung optimalen Wellenleiter zu identifizieren und sind absolut nicht aussagekräftig. Die Zählraten wurden mit Hilfe von multimodigen Fasern⁸⁷ detektiert, der Versuchsaufbau kann Abbildung 3.3 entnommen werden.

Bei der Bewertung der gezeigten Spektren ist außerdem die Temperaturabhängigkeit der Wellenlänge der PDC-Photonen zu berücksichtigen: Wichtig ist zunächst, dass der Kristall in eine Mode um $\lambda_s = \lambda_i = 2\lambda_p$ emittiert, die exakte Temperatur für den entarteten Prozess ist dann von der verwendeten Pumpwellenlänge abhängig und kann später noch exakt bestimmt werden. Zur visuellen Unterstützung wird in allen Spektren die ungefähre Zielwellenlänge $\lambda = 809\text{ nm}$ durch eine Linie dargestellt. Für den Transport zum Spektrometer wurde für alle abgebildeten Spektren eine 22 m lange Einzelmodenfaser⁸⁸ verwendet.

Bezeichnung	Kaufdatum	Länge	verwendet	Details
ITI0824-A07	16.11.2009	4 mm	ja	Abschnitt B.1
ITI1001-A32	05.04.2012	10 mm	nein	Abschnitt B.3
BCT1001-B39	27.06.2011	20 mm	nein	Abschnitt B.2
BCT1212-B33	22.08.2013	11 mm	ja	Abschnitt B.4
BCT1390-B33	August 2013	15 mm	nein	Abschnitt B.5
BCT1016-A47	Oktober 2013	6 mm	ja	Abschnitt B.6

⁸⁵ www.advr-inc.com

⁸⁶ www.photon-laseroptik.de

⁸⁷ FG050LGA von Thorlabs

⁸⁸ SM800-5.6-125 von Thorlabs

B.1 Kristall ITI0824-A07

Kaufdatum 16.11.2009
 Länge 4 mm
 56 Wellenleiter 8 Gruppen
 Wellenleiterbreite 4 μm
 neu poliert März 2013
 charakterisiert 21.04.2013
 (Laborbuch ⑤, S. 103ff)
 Einstellungen 404,4 nm, 5 μW , 4 k Ω , 1 s, BP6

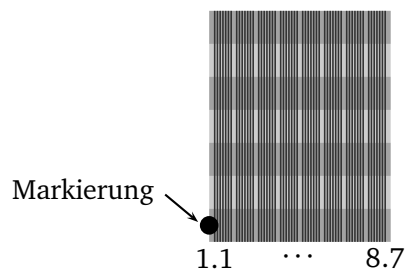


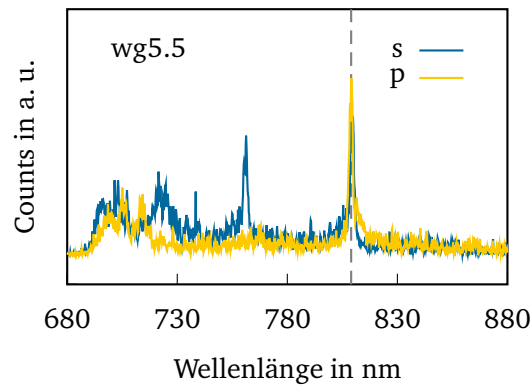
Tabelle B.1: Koinzidenzen für Kristall ITI0824-A07 für die Einkopplung von beiden Seiten jeweils mit und ohne Bandpassfilter. Der zuletzt verwendete Wellenleiter 5.5 ist grau hinterlegt.

Wellenleiter	markiertes Ende		unmarkiertes Ende	
	ohne BP	mit BP	ohne BP	mit BP
1.1	-	-	-	-
1.2	200	20	2 400	900
1.3	1 000	100	4 700	1 500
1.4	700	50	40	-
1.5	150	10	80	-
1.6	150	-	110	-
1.7	800	-	450	-
2.1	-	-	450	-
2.2	11 000	2 500	7 300	3 300
2.3	2 200	300	9 300	3 800
2.4	750	150	250	20
2.5	950	80	-	-
2.6	1 600	20	600	-
2.7	3 500	30	5 700	1 700
3.1	2 000	10	4 500	1 600
3.2	5 100	300	1 400	400
3.3	20 000	6 900	17 000	4 400
3.4	19 000	6 300	6 800	1 300
3.5	10 000	300	5 300	700
3.6	5 000	80	2 100	30
3.7	18 500	4 700	16 500	4 500

Wellenleiter	markiertes Ende		unmarkiertes Ende	
	ohne BP	mit BP	ohne BP	mit BP
4.1	13 500	2 000	15 000	3 500
4.2	230	15	300	10
4.3	12 000	500	15 500	3 600
4.4	12 000	500	9 800	2 200
4.5	20 300	6 500	5 600	1 200
4.6	4 200	300	5 000	1 100
4.7	17 000	4 900	22 500	7 200
5.1	3 400	80	6 000	1 000
5.2	7 200	140	4 400	80
5.3	4 800	1 200	13 000	1 600
5.4	5 600	1 250	3 400	60
5.5	18 000	6 700	18 500	6 500
5.6	5 700	900	4 500	350
5.7	17 000	6 600	19 500	7 000
6.1	-	-	3 200	40
6.2	5 100	40	2 400	40
6.3	2 800	30	800	10
6.4	450	-	2 400	30
6.5	2 400	20	3 300	50
6.6	8 000	1 600	3 600	80
6.7	14 000	4 500	17 000	5 300
7.1	13 000	3 800	14 500	3 900
7.2	18 000	6 200	15 500	5 000
7.3	13 500	4 300	15 500	5 300
7.4	12 000	2 800	13 500	5 100
7.5	13 500	4 000	15 500	5 400
7.6	8 000	750	11 500	2 700
7.7	14 500	5 000	17 500	5 800
8.1	5 200	370	5 900	50
8.2	4 000	50	2 900	70
8.3	1 000	100	150	10
8.4	-	-	-	-
8.5	-	-	-	-
8.6	-	-	-	-
8.7	-	-	-	-

B.1.1 Spektren

Alle Wellenleiter dieses Kristalls sind etwa $4\text{ }\mu\text{m}$ breit und zeigen das gleiche Emissionsspektrum. Hier ist als Beispiel das Spektrum des verwendeten Wellenleiters 5.5 abgebildet:



B.2 Kristall BCT1001-B39

Kaufdatum	27.06.2011
Länge	20 mm
neu poliert	September 2013
22 Wellenleiter	7 Gruppen
Wellenleiterbreite	x.1 + x.4: $2\text{ }\mu\text{m}$ x.2 + x.5: $3\text{ }\mu\text{m}$ x.3 + x.6: $4\text{ }\mu\text{m}$
charakterisiert	29.09.2013 (Laborbuch ©, S. 18ff)
Einstellungen	404,4 nm, $5\text{ }\mu\text{W}$, $8\text{ k}\Omega$, 1 s

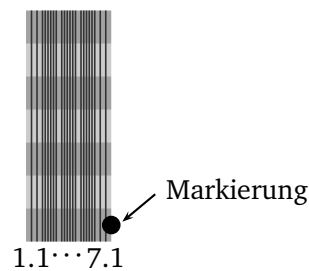


Tabelle B.2: Koinzidenzen für Kristall BCT1001-B39, Einkopplung von der markierten Seite ohne Bandpassfilter.

Wellenleiter	Koinzidenzen
1.1	-
2.1	400
3.1	350

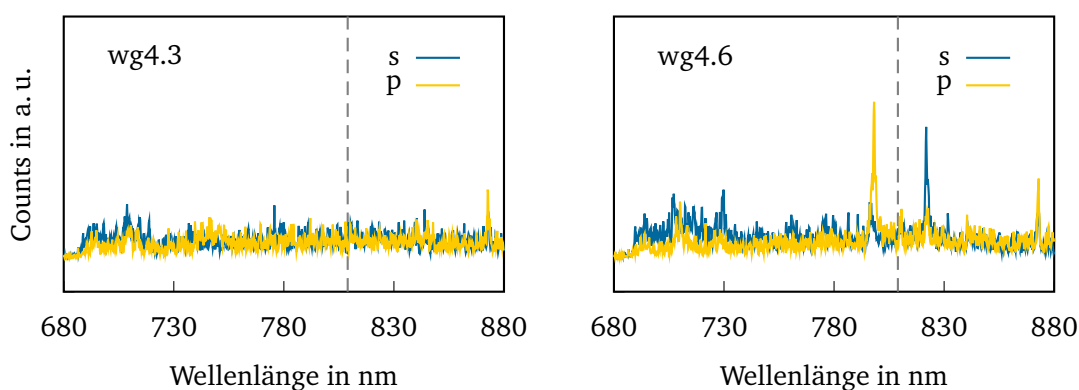
Wellenleiter	Koinzidenzen
3.2	1 350
3.3	2 450
3.4	400
3.5	4 800
3.6	4 700
4.1	400
4.2	2 000
4.3	3 000
4.4	240
4.5	2 200
4.6	12 800

Die Charakterisierung wurde hier abgebrochen, weil der Kristall bereits in den vergangenen Jahren häufiger erfolglos getestet wurde. Auch nach dem Polieren zeigte sich keine signifikante Besserung, sodass der Kristall nicht weiter verwendet wurde.

B.2.1 Spektren

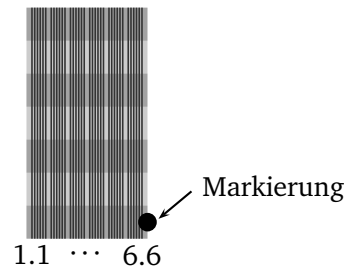
Im Unterschied zum ersten Kristall ITI0824-A07 besitzt dieser Kristall Wellenleiter verschiedener Breiten. Die jeweils ersten und vierten Wellenleiter jeder Gruppe haben eine Breite von $2\text{ }\mu\text{m}$, die zweiten und fünften Wellenleiter sind jeweils $3\text{ }\mu\text{m}$, die dritten und letzten jeweils $4\text{ }\mu\text{m}$ breit. Für Wellenleiter gleicher Breite zeigte sich jeweils ein ähnliches spektrales Verhalten. Daher wurden für den 20 mm-Kristall exemplarisch Spektren für die Wellenleiter der Gruppe 4 aufgenommen. Obwohl bei vier der sechs Wellenleiter dieser Gruppe Koinzidenzen zu sehen waren, ist im Spektrometer nur für Wellenleiter 4.6 etwas zu erkennen. Dieser Wellenleiter emittiert jedoch in eine nicht verwendbare Mode, da die Photonen nur durch starkes Abkühlen des Kristalls zu $2\lambda_p$ verschoben werden könnten.

Die folgenden Spektren zeigen das Emissionsverhalten der Wellenleiter 4.6 und 4.3 als Beispiel für die ‚Spektren‘ der restlichen Wellenleiter dieser Gruppe.



B.3 Kristall ITI1001-A32

Kaufdatum	05.04.2012
Länge	10 mm
neu poliert	September 2013
36 Wellenleiter	6 Gruppen
Wellenleiterbreite	$x.1 + x.4$: 2 μm $x.2 + x.5$: 3 μm $x.3 + x.6$: 4 μm
charakterisiert	10.05.2015 (Laborbuch ⑨, S. 10ff)
Einstellungen	404,5 nm, 5 μW , 6 k Ω , 1 s



Bei Messungen nach der Kristallcharakterisierung fiel ein Wackelkontakt an dem für die Koinzidenzmessung verwendeten FPGA auf, der die Koinzidenzzählrate stark abgeschwächt hat. Vermutlich ist das die Ursache für die eher niedrigen Zählraten. Da für die Charakterisierung die absoluten Werte für die Zählraten zunächst uninteressant sind und eher die relativen Werte der einzelnen Wellenleiter wichtig sind, wurde die Charakterisierung nicht wiederholt.

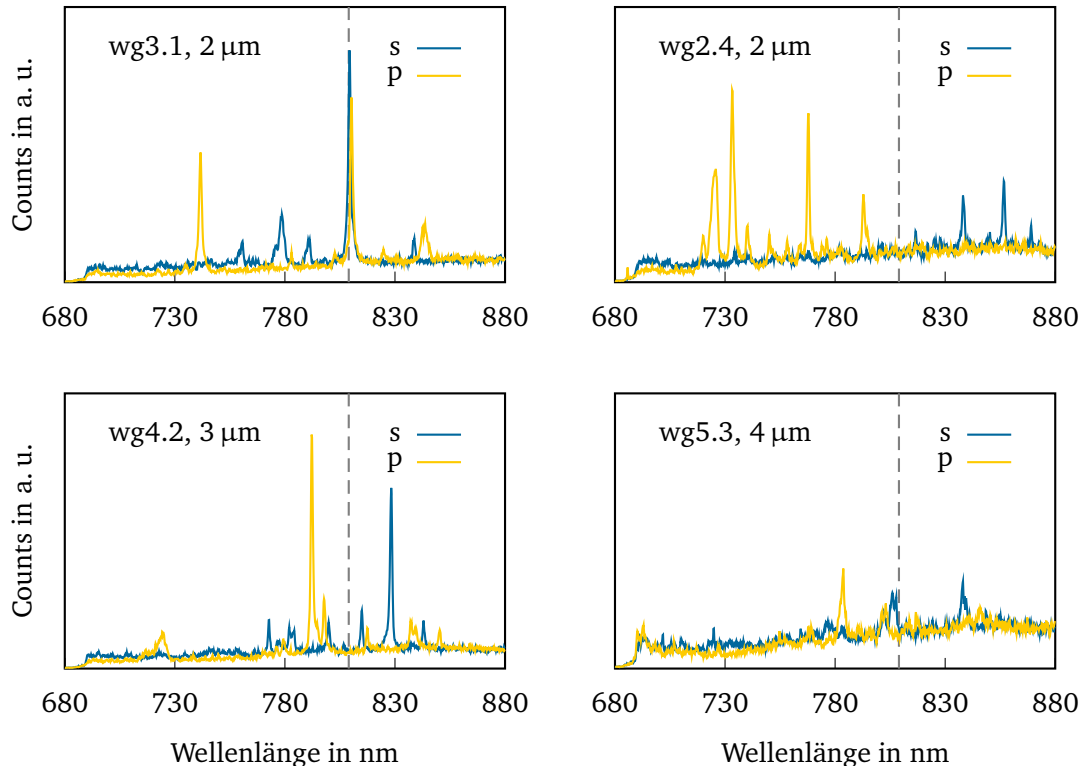
Tabelle B.3: Koinzidenzen für Kristall ITI1001-A32, Einkopplung von der markierten Seite ohne Bandpassfilter.

Wellenleiter	Koinzidenzen
1.1	-
1.2	60
1.3	2 200
1.4	120
1.5	600
1.6	400
2.1	2 000
2.2	700
2.3	200
2.4	3 400
2.5	2 300
2.6	950
3.1	2 900
3.2	1 500

Wellenleiter	Koinzidenzen
3.3	0
3.4	350
3.5	2 000
3.6	1 200
4.1	250
4.2	2 800
4.3	580
4.4	2 100
4.5	350
4.6	700
5.1	1 000
5.2	600
5.3	1 500
5.4	3 000
5.5	800
5.6	1 000
6.1	2 500
6.2	2 200
6.3	900
6.4	1 800
6.5	100
6.6	90

B.3.1 Spektren

Auch für diesen Kristall wurden nur die Spektren ausgesuchter Wellenleiter untersucht. Dabei zeigten jedoch auch Wellenleiter gleicher Breiten verschiedene Emissionsspektren. Im Folgenden ist das Spektrum des einzigen verwendbaren Wellenleiters 3.1 zu sehen und zum Vergleich das Spektrum von Wellenleiter 2.4, ebenfalls mit einer Breite von $2\text{ }\mu\text{m}$. Ergänzend die Spektren jeweils eines Wellenleiters mit $3\text{ }\mu\text{m}$ bzw. $4\text{ }\mu\text{m}$ Breite.



Im nächsten Abschnitt wird am Beispiel von Wellenleiter 5.5 des 11 mm-Kristalls gezeigt, dass auch verschiedene Einkopplungen in den Wellenleiter zu verschiedenen Emissionsspektren führen können. Für den hier ausgesuchten Wellenleiter 3.1 zeigt sich das gleiche Verhalten, auch die verschiedenen Spektren sahen vergleichbar aus.

Für Wellenleiter 2.4 konnte jedoch keine Einkopplung gefunden werden, die für einen PDC-Prozess in die richtige Mode geeignet ist.

B.4 Kristall BCT1212-B33

Kaufdatum	22.08.2013
Länge	11 mm
22 Wellenleiter	7 Gruppen
Wellenleiterbreite	$x.1 + x.4$: 2 μm
	$x.2 + x.5$: 3 μm
	$x.3 + x.6$: 4 μm
charakterisiert	22.09.2013
	(Laborbuch ⑤, S. 184ff)
Einstellungen	404,35 nm, 1 μW , 4 k Ω , 1 s

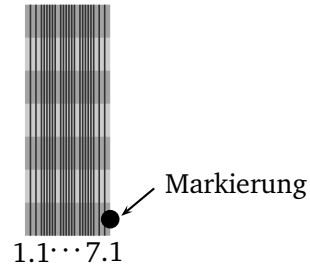


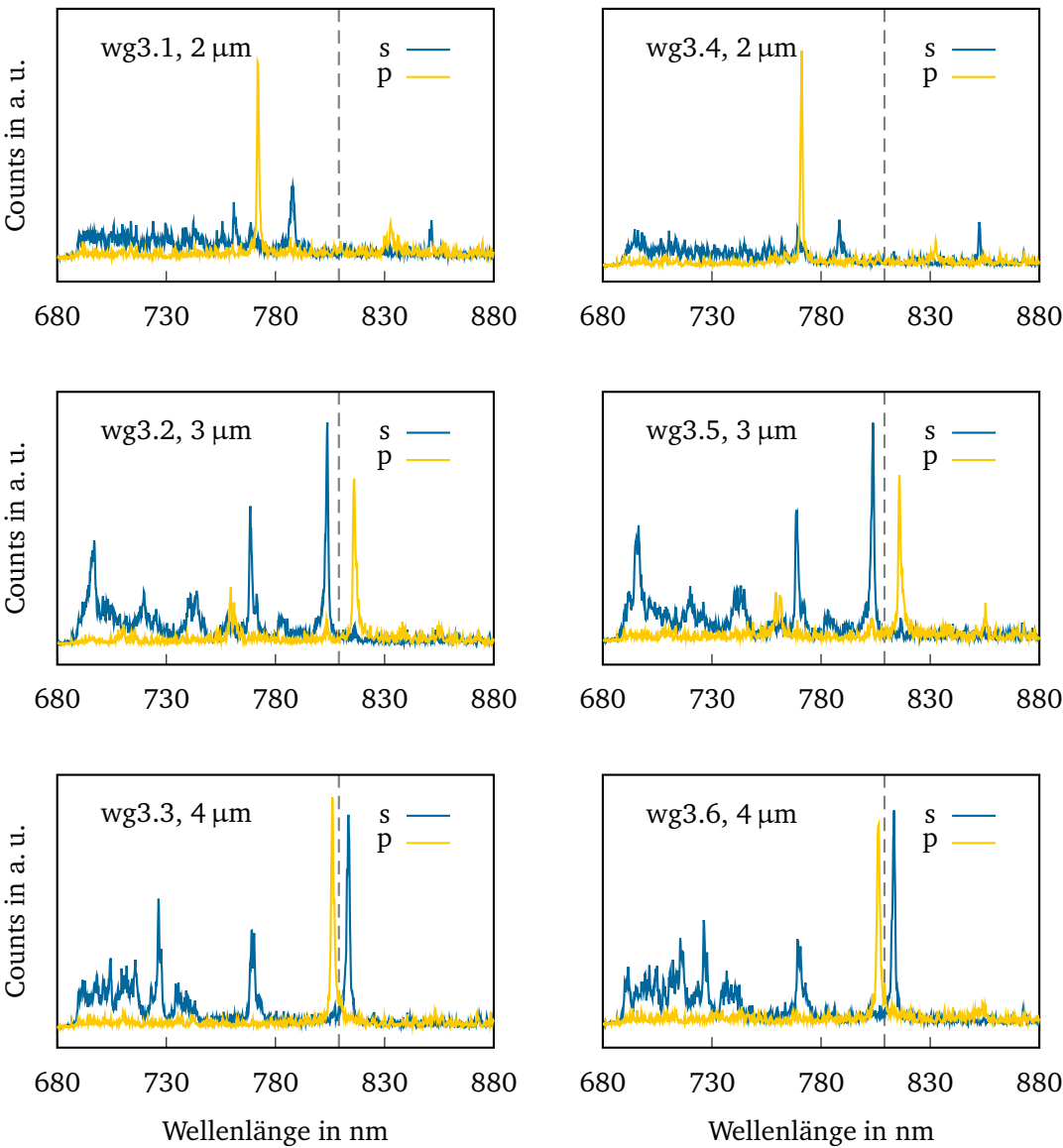
Tabelle B.4: Koinzidenzen für Kristall BCT1212-B33, Einkopplung von der markierten Seite ohne Bandpassfilter. Der zuletzt verwendete Wellenleiter 5.5 ist grau hinterlegt.

Wellenleiter	Koinzidenzen
1.1	10 500
2.1	7 500
3.1	8 300
3.2	15 000
3.3	14 500
3.4	9 000
3.5	15 000
3.6	13 000
4.1	6 800
4.2	13 300
4.3	13 300
4.4	5 600
4.5	13 500
4.6	13 800
5.1	7 400
5.2	15 000
5.3	15 000
5.4	7 300
5.5	14 500
5.6	15 000
6.1	6 400

Wellenleiter	Koinzidenzen
7.1	16 200

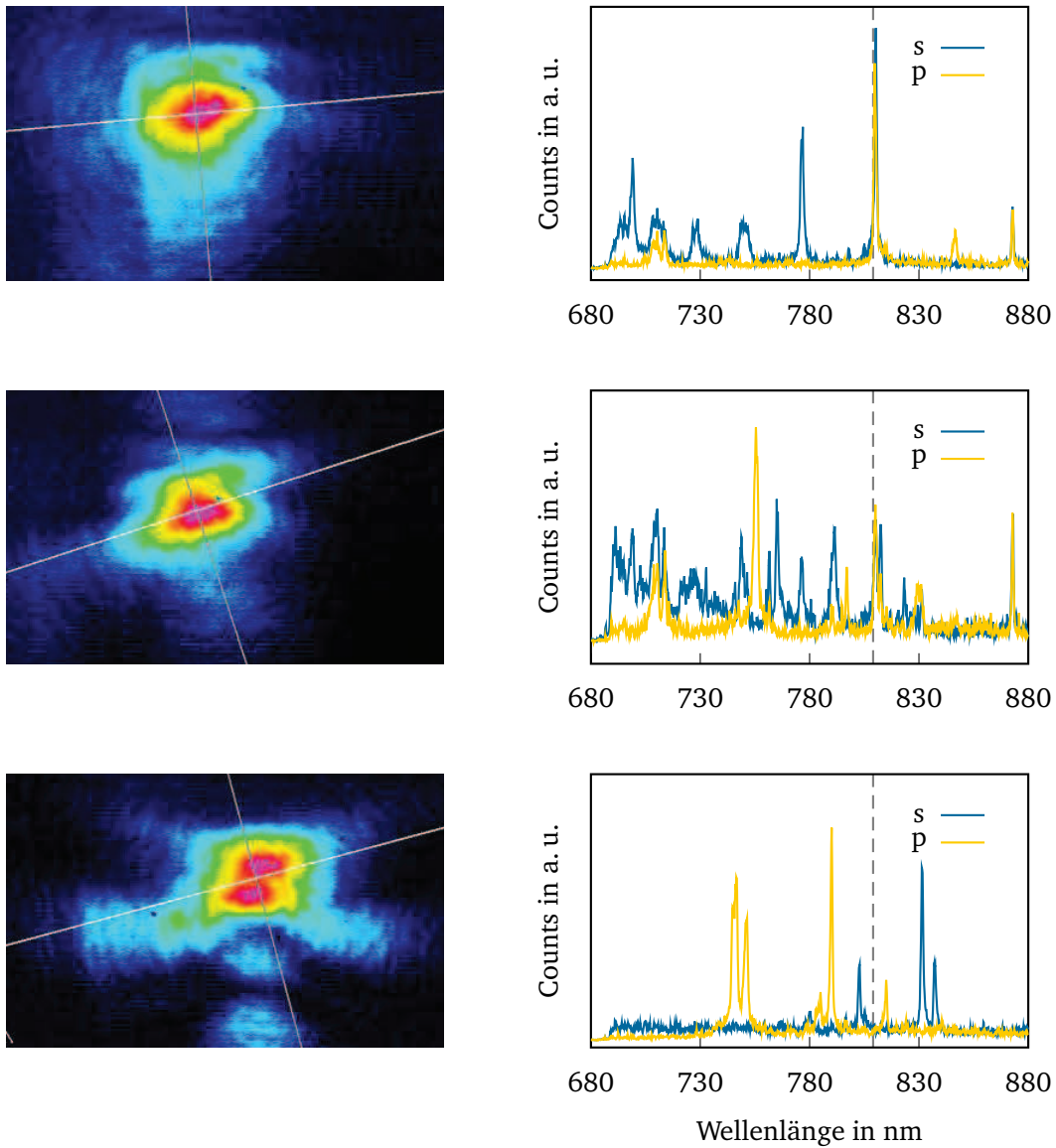
B.4.1 Spektren

Auch dieser Kristall besitzt Wellenleiter mit drei verschiedenen Breiten. Jede Breite zeigt ein charakteristisches Emissionsverhalten, das im Folgenden am Beispiel der Wellenleiter der Gruppe 3 gezeigt wird.



Die Spektren zeigen deutlich, dass ein entarteter PDC-Prozess mit den 2 μm -Wellenleitern nicht möglich ist. Die restlichen Wellenleiter emittieren Photonenpaare um $2\lambda_p$, eine Phasenanpassung für $\lambda_s = \lambda_i = 2\lambda_p$ für λ_p um 404 nm ist damit über eine Variation der Kristalltemperatur möglich. Für die 4 μm -Wellenleiter liegt die Temperatur für die richtige Phasenanpassung höher als die zur Charakterisierung verwendete Temperatur von etwa 47 °C, für die 3 μm -Wellenleiter entsprechend niedriger. Der optimale Wellenleiter wurde unter den 3 μm -Wellenleitern ermittelt.

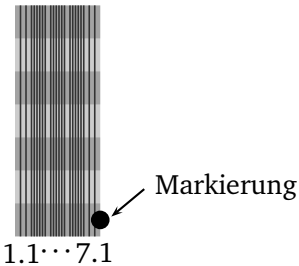
Die einzelnen Wellenleiter zeigen jedoch auch von der Pumpeinkopplung abhängige Emissionsspektren. Dies wird hier an dem für die weiteren Experimente ausgewählten Wellenleiter 5.5 exemplarisch für drei verschiedene Pumpmoden gezeigt.



B.5 Kristall BCT1390-B33

mit Bestellung vom 22.08.2013 zugeschickt

Länge	15 mm
22 Wellenleiter	7 Gruppen
Wellenleiterbreite	$x.1 + x.4$: 2 μm $x.2 + x.5$: 3 μm $x.3 + x.6$: 4 μm
charakterisiert	23.09.2013 (Laborbuch ©, S. 1ff)
Einstellungen	404,4 nm, 1 μW , 7 k Ω , 1 s



Dieser Kristall wurde von Elizabeth Noonan von *AdvR* kostenlos zur Verfügung gestellt. Die eher geringe Konversionseffizienz dieses Kristalls war bekannt, im Gegensatz zu allen anderen Kristallen sollten dafür die Wellenleiter in diesem Kristall im Roten Einzelmodenbetrieb ermöglichen.

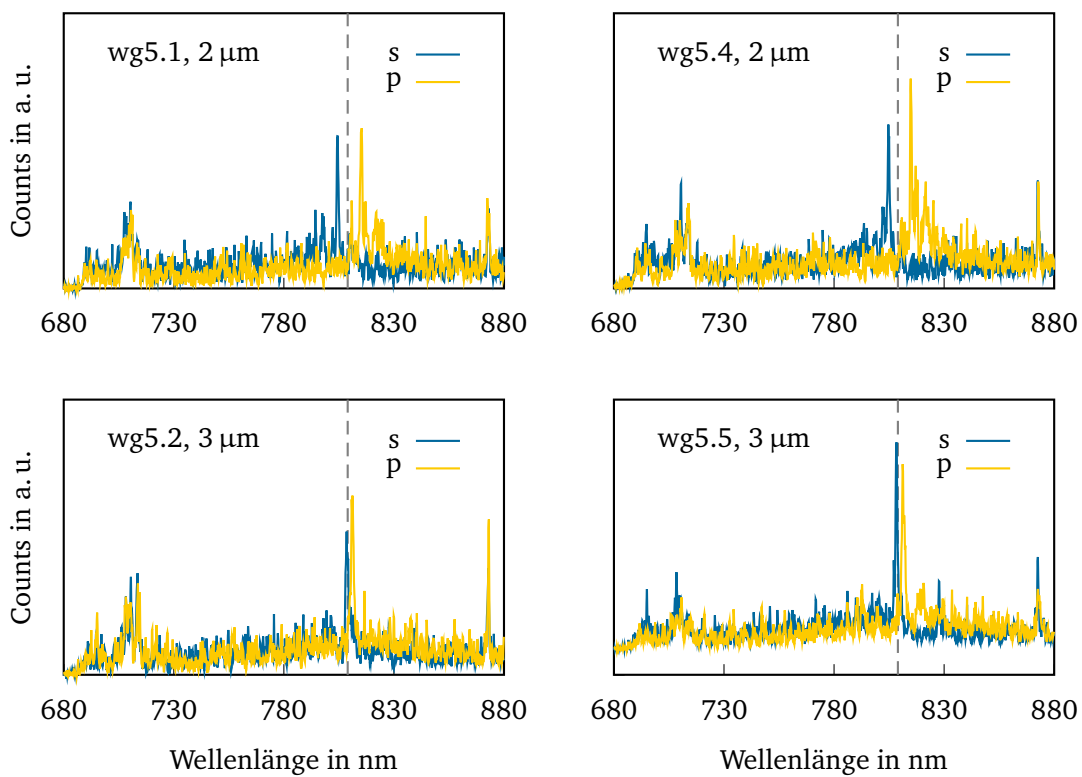
Tabelle B.5: Koinzidenzen für Kristall BCT1309-B33, Einkopplung von der markierten Seite ohne Bandpassfilter.

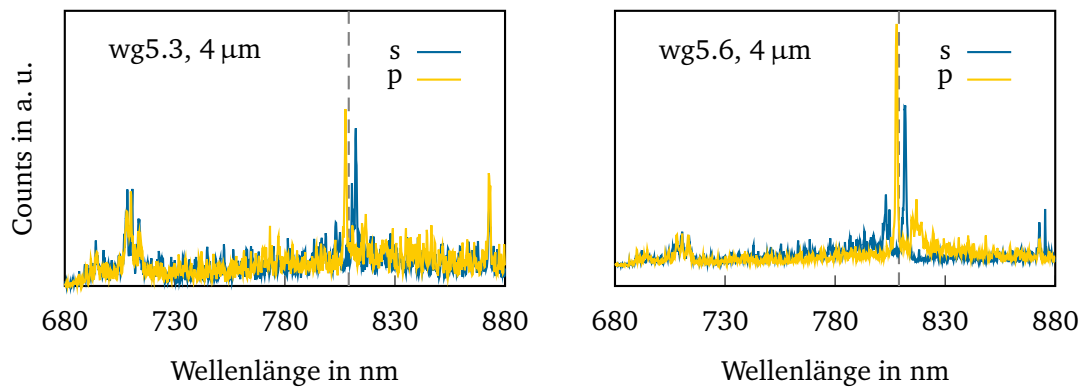
Wellenleiter	Koinzidenzen
1.1	-
2.1	930
3.1	200
3.2	600
3.3	200
3.4	900
3.5	1 150
3.6	1 350
4.1	2 100
4.2	1 650
4.3	1 100
4.4	2 300
4.5	1 750
4.6	900
5.1	1 150
5.2	900

Wellenleiter	Koinzidenzen
5.3	500
5.4	1 000
5.5	1 400
5.6	2 200
6.1	2 000
7.1	1 500

B.5.1 Spektren

Das charakteristische Emissionsverhalten der verschiedenen Wellenleiter wird hier am Beispiel der Gruppe 5 gezeigt. Wie erwartet sind in den Spektren verglichen mit den restlichen Kristallen deutlich weniger Nebenmoden zu erkennen. Da die Effizienz für diesen Kristall jedoch sehr niedrig ist, wurde er vorerst nicht eingesetzt. Er wäre grundsätzlich für die Verwendung im Alice-Modul geeignet und kann hier als Ersatzkristall eingesetzt werden, falls der bestehende Kristall nicht mehr funktionieren sollte.





B.6 Kristall BCT1016-A47

von AdvR im Oktober 2013 erhalten,
zweite Hälfte von ITI0824-A07

Länge 6 mm
56 Wellenleiter 8 Gruppen
Wellenleiterbreite 4 μm
charakterisiert 28.10.2013
(Laborbuch ©, S. 83ff)
Einstellungen 404,4 nm, 5 μW , 4,1 k Ω , 1 s

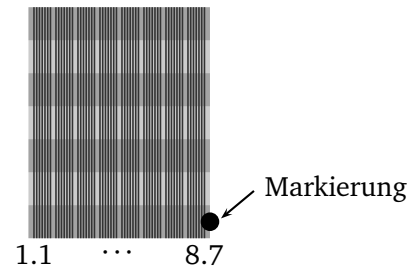


Tabelle B.6: Koinzidenzen für Kristall BCT1016-A47, Einkopplung von der markierten Seite ohne Bandpassfilter. Der zuletzt verwendete Wellenleiter 4.7 ist grau hinterlegt.

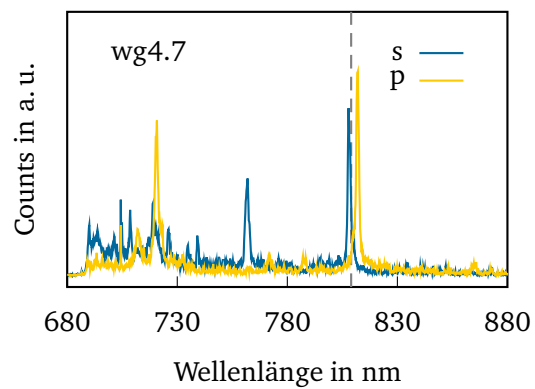
Wellenleiter	Koinzidenzen
1.1	13 000
1.2	12 500
1.3	11 800
1.4	500
1.5	13 500
1.6	8 000
1.7	10 000
2.1	9 000
2.2	6 000
2.3	14 000
2.4	14 500

Wellenleiter	Koinzidenzen
2.5	12 500
2.6	14 000
2.7	14 500
3.1	12 000
3.2	8 300
3.3	8 800
3.4	11 500
3.5	13 000
3.6	11 500
3.7	14 600
4.1	7 000
4.2	9 500
4.3	10 400
4.4	10 000
4.5	8 000
4.6	10 000
4.7	14 500
5.1	2 500
5.2	9 300
5.3	14 500
5.4	11 500
5.5	9 100
5.6	13 600
5.7	11 400
6.1	11 500
6.2	10 700
6.3	13 600
6.4	14 500
6.5	13 800
6.6	10 500
6.7	10 300
7.1	9 800
7.2	8 300
7.3	14 000
7.4	13 100
7.5	9 200
7.6	7 300

Wellenleiter	Koinzidenzen
7.7	1 800
8.1	13 800
8.2	8 600
8.3	2 900
8.4	-
8.5	-
8.6	-
8.7	-

B.6.1 Spektren

Dieser Kristall ist ein Reststück aus der Produktion von Kristall ITI0824-A07 und zeigt damit etwa das gleiche Verhalten wie der ‚alte‘ Kristall. Auch hier zeigen alle Wellenleiter vergleichbare Emissionsspektren, abgebildet ist exemplarisch ein Spektrum von Wellenleiter 4.7.



C Zusammenhang PDC-Bandbreite und Kristalllänge

Der Zusammenhang zwischen der Länge eines nichtlinearen Mediums und der spektralen Breite der Einzelphotonen aus der parametrischen Abwärtskonversion kann theoretisch bestimmt werden. Für eine Frequenzkonversion vom Typ II gilt nach Unterabschnitt 2.2.1

$$\Delta\omega_{\text{PDC}}^{(II)} = \frac{2 \cdot 2,7832}{L \cdot |k'_s - k'_i|}. \quad (\text{C.1})$$

Mit $k = 2\pi \cdot n / \lambda$ ergibt sich

$$\Delta\lambda = \frac{2 \cdot 2,7832 \cdot \lambda^2}{2\pi \cdot L \cdot |(n'_s \cdot \lambda - n_s) - (n'_i \cdot \lambda - n_i)|}. \quad (\text{C.2})$$

Die wellenlängenabhängigen Brechungsindizes von KTP sowie deren Ableitungen können mit Hilfe der Sellmeiergleichungen berechnet werden. Nach Referenz [51] ist

$$n^2 = A + \frac{B}{1 - \frac{C}{\lambda^2}} - D\lambda^2 \quad (\text{C.3})$$

mit A, B, C und D aus Tabelle C.1. Die Wellenlänge λ wird hier in μm eingesetzt. Für die Ableitung des Brechungsindex nach der Wellenlänge ergibt sich

$$n'(\lambda) = \frac{1}{n(\lambda)} \cdot \left(\frac{-BC\lambda}{(\lambda^2 - C)^2} - D\lambda \right). \quad (\text{C.4})$$

Entsprechend können die Werte des Brechungsindex entlang einer der drei Kristallachsen sowie dessen Ableitung berechnet werden. Die Ergebnisse sind in Tabelle C.2 für eine Zentralwellenlänge $\lambda = 809 \text{ nm}$ zusammen gestellt. Einsetzen dieser Werte mit $n_s = n_y$ und $n_i = n_z$ ergibt

$$\Delta\lambda = \frac{-5,52 \mu\text{m}^2}{L}. \quad (\text{C.5})$$

Für L in mm, wie in Unterabschnitt 3.4.5 angegeben, ergibt sich dann gerade

$$\Delta\lambda = \frac{-5,52}{|L|} \text{ nm}. \quad (\text{C.6})$$

Tabelle C.1: Parameter zur Berechnung der wellenlängenabhängigen Brechungsindizes in KTP nach Gleichung (C.3), Werte aus Referenz [51].

	A	B	C	D
n_x	2,16747	0,83733	0,04611	0,01713
n_y	2,19229	0,83547	0,0497	0,01621
n_z	2,25411	1,06543	0,05486	0,0214

Tabelle C.2: Ergebnisse für die richtungsabhängigen Brechungsindizes in KTP sowie deren Ableitungen für $\lambda = 809$ nm.

	$n_i(0,809)$	$n'_i(0,809)$
x-Richtung	1,7484427731	-0,0561931805
y-Richtung	1,7566469596	-0,0597476347
z-Richtung	1,8447253173	-0,0806774244

D Einfluss der Lineartischbewegung auf die Zählraten im Zweiphotoneninterferometer

Im Rahmen der verschiedenen Interferenzexperimente aus Kapitel 4 wird mit Hilfe eines linearen Verschiebetisches⁸⁹ eine Verzögerung zwischen den Photonen eines PDC-Photonenpaares eingeführt. Eines der beiden Photonen wird über einen (Shih-Alley-Interferometer, vgl. Abschnitt 4.2) bzw. zwei (Hong-Ou-Mandel-Interferometer, vgl. Abschnitt 4.1) Spiegel umgelenkt, die auf der Verschiebeeinheit platziert sind. Da das Photon nach Verlassen der Verschiebeeinheit jeweils einen Weg in der Größenordnung mehrerer 10 cm zurücklegt, bevor es mit Hilfe einer Einzelmodenfaser zu einer Lawinenphotodiode transportiert wird, wirken sich bereits kleine Unregelmäßigkeiten sowohl in der Bewegung des Lineartischs als auch in der Justage des Strahlengangs deutlich auf die Koinzidenzzählrate im Interferometer aus.

Abbildung D.1 zeigt die Koinzidenzzählrate zwischen APD-I1 und APD-I3 im Shih-Alley-Interferometer nach Abbildung 4.3. Der Lineartisch wurde für diese Messung mit einer Schrittweite $\Delta x = 10 \mu\text{m}$ über seinen gesamten Verfahrweg von $x_0 = -35 \text{ mm}$ bis $x_0 = +35 \text{ mm}$ bewegt. Es zeigt sich eine übergeordnete Struktur mit einem Maximum um $x_0 = 0 \text{ mm}$, die nahezu symmetrisch um diesen Punkt zu beiden Seiten hin abfällt. Überlagert wird dieser langsame Abfall der Koinzidenzzählraten von einer schnelleren Oszillation mit einer Periode um 2 mm.

Da das Interferometer stets für Positionen um $x_0 = 0 \text{ mm}$ justiert wurde, werden als Ursache für den langsamen Abfall der Zählraten um $x_0 = 0 \text{ mm}$ Ungenauigkeiten in der Justage angenommen, die in einem Strahlversatz des verzögerten Photons für verschiedene Spiegelpositionen resultieren. In verschiedenen Messungen zeigte sich durch Nachjustage eine mit der horizontalen Abweichung verglichen deutlichere Abweichung der vertikalen Position des Photons von der ursprünglichen Justage, dieser Eindruck kann jedoch nicht nachgewiesen werden. Wie in der abgebildeten Vergrößerung zu sehen, ist der Einfluss des langsamen Abfalls der Zählraten in dem relevanten Bereich weniger Millimeter um $x_0 = 0 \text{ mm}$ vernachlässigbar.

Die schnelle Oszillation der Zählraten dagegen ist für die durchgeführten Messungen relevant und scheint aus der Bewegung des Lineartischs zu resultieren. Die genaue Position des Lineartischs während der Justage hat keinen Einfluss auf die Position der Maxima und Minima der Oszillation.

Abbildung D.2 zeigt die Messung der beschriebenen Koinzidenzzählrate für verschiedene Schrittweiten der Lineartischbewegung. Es zeigt sich ein deutlicher Zusammenhang zwischen der eingestellten Schrittweite und der Periode der resultierenden Oszillation.

⁸⁹GTS70 von Newport

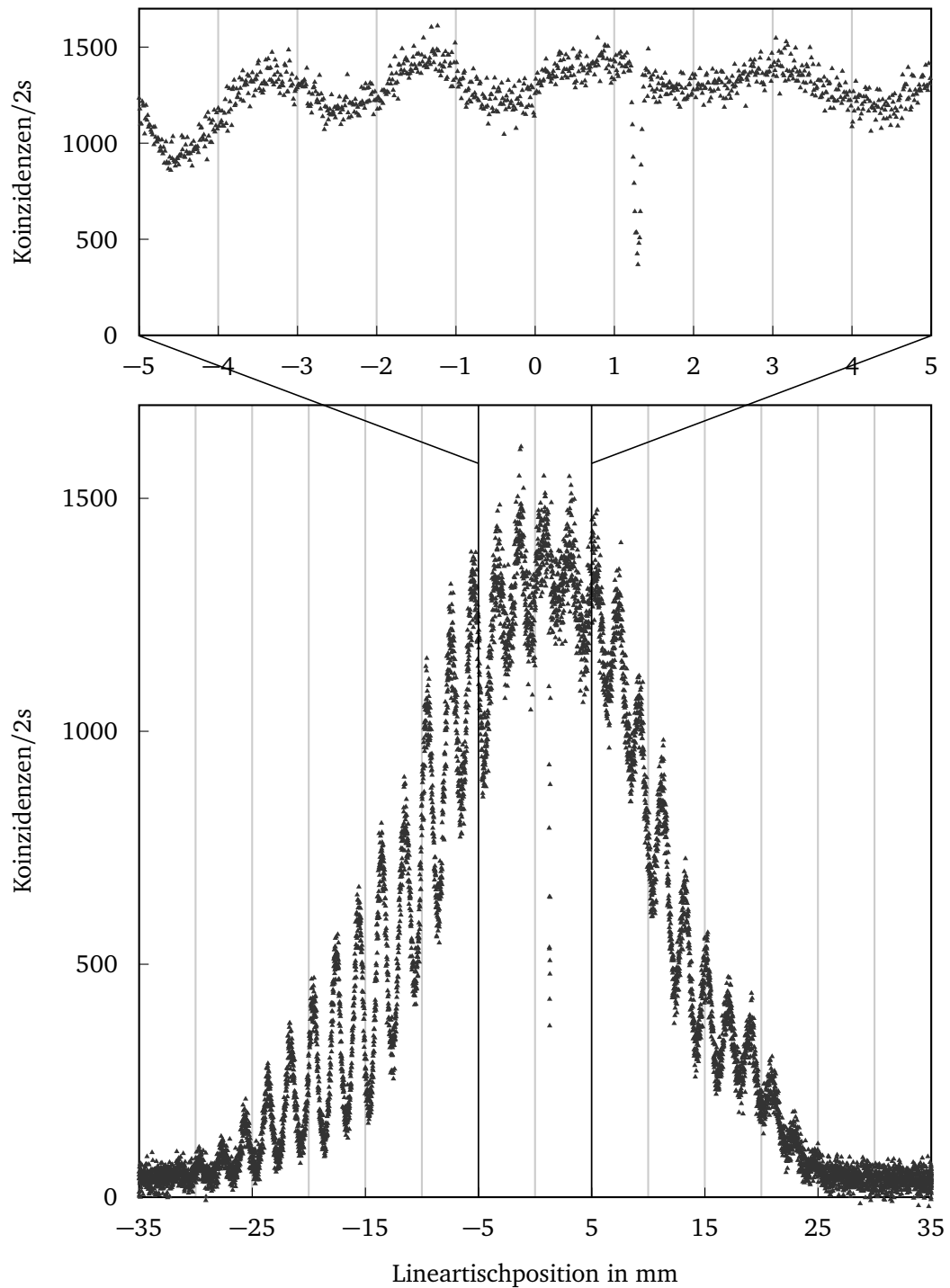


Abbildung D.1: Koinzidenzzählraten im Shih-Alley-Interferometer als Funktion der Lineartischposition. Neben dem langsamen Abfall der Koinzidenzzählrate für von der Justageposition um $x_0 = 0$ mm entfernte Einstellungen zeigt sich eine schnelle Oszillation der Zählraten.

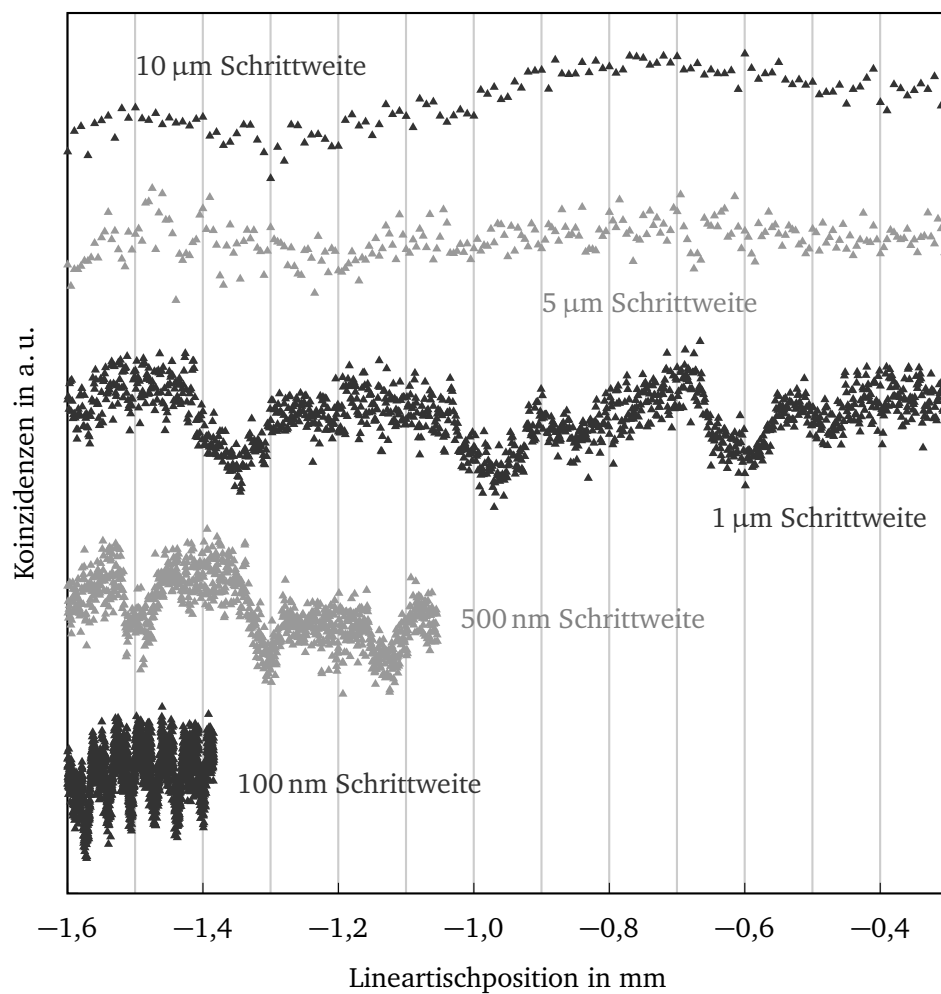


Abbildung D.2: Verlauf der schnellen Oszillation aus Abbildung D.1 für verschiedene Schrittweiten der Lineartischbewegung. Es zeigt sich ein Zusammenhang zwischen der Periode der Oszillation sowie der eingestellten Schrittweite, die gezeigte Oszillation wird auf die Lineartischbewegung zurück geführt.

E Untersuchungen zur Polarisationserhaltung

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wurden verschiedene Tests zur Polarisationserhaltung der verwendeten Fasern durchgeführt. Dabei wurde zunächst untersucht, inwiefern ein Koppeln zweier polarisationserhaltender Fasern den Polarisationszustand der transportierten Einzelphotonen verunreinigt. Für diese Messungen wurden weder die Kristallparameter noch die Justage des Interferometers optimiert, da lediglich Aussagen bezüglich des Polarisationszustands getroffen werden sollten. Alle verwendeten Fasern sind vom Typ PM780-HP von Thorlabs.

Abbildung E.1 zeigt zwei Hong-Ou-Mandel-Spektren für verschiedene Transportfasern zum Interferometer. In der Abbildung links werden die PDC-Photonen durch jeweils eine 5 m lange polarisationserhaltende Faser zum Interferometer geleitet. Für die Messung in der Abbildung rechts wurden diese Fasern mit Hilfe jeweils eines ADAFCPMB2-Kopplers, ebenfalls von Thorlabs, mit jeweils einer 2 m langen zusätzlichen Faser verbunden. Es zeigt sich kein signifikanter Einfluss auf den Verlauf des Hong-Ou-Mandel-Spektrums, sodass hier von keiner Beeinträchtigung des Polarisationszustands der Einzelphotonen ausgegangen werden kann. In der Folge wurde daher immer eine Kombination aus beiden Fasern eingesetzt, um die PDC-Photonen zum Interferometer zu transportieren. Zur Justage der Auskopplung der Transportfasern im Interferometer kann so das Licht eines Justagelasers komfortabel mit Hilfe des Faser-zu-Faser-Kopplers von der Faser des Justagelasers in die Transportfasern geleitet werden. Gleichzeitig kann die Einkopplung der Einzelphotonen in die Transportfasern optimiert werden, ohne die bereits justierten Auskoppelenden der Transportfasern wieder abziehen zu müssen.

Erste Messungen zum Shih-Alley-Interferometer aus Abschnitt 4.2 wurden ebenfalls mit Hilfe zweier gekoppelter Fasern durchgeführt. Zwischenzeitlich wurden jedoch neue Fasern gekauft, da sich die Transmissionseigenschaften der gekoppelten Fasern durch häufiges Umstecken verschlechtert hatten. Die Photonenteile wurden nun durch zwei gekoppelte 2 m-Fasern zum Interferometer geleitet, Abbildung E.2 zeigt jedoch eine deutliche Verschlechterung des Interferenzspektrums für die Verwendung zweier Fasern, sodass hier in der Folge schließlich nur noch eine einzelne Faser für den Transport der Photonenteile verwendet wurde. Die Auskopplung der Transportfaser wurde dabei wie oben beschrieben justiert. Um die PDC-Photonen in die Transportfaser einzukoppeln, wurden alle Filter aus dem Strahlengang entfernt und das Pumplicht durch genaues Beobachten der Faserfacette in den Faserkern eingekoppelt. Das Pumplicht wird an der Faser zunächst stark reflektiert, sodass die Faserfacette zu leuchten scheint. Diese Helligkeit wird deutlich reduziert, sobald das Pumplicht im Faserkern geführt wird. Mit dieser Methode kann lediglich die ungefähre Position der Faser ermittelt werden, nicht immer konnten nach der Vorjustage im Interferometer überhaupt PDC-Photonen nachgewiesen werden. Dennoch reichte die grobe

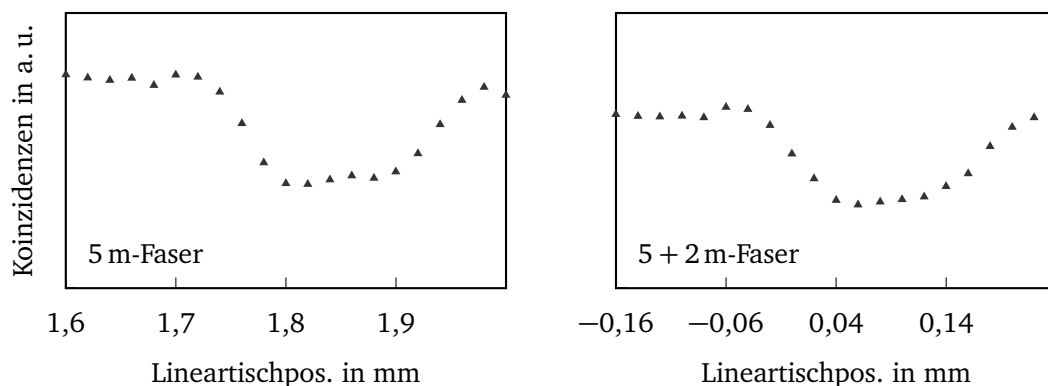


Abbildung E.1: Hong-Ou-Mandel-Spektren für verschiedene Faserkombinationen zwischen PDC-Quelle und Interferometer. Für das erste Spektrum links wurden zwei einzelne 5 m lange polarisationserhaltende Fasern zum Transport der Einzelphotonen verwendet, für das zweite Spektrum rechts wurde jeweils eine 2 und eine 5 m-Faser gekoppelt. Die Verwendung von zwei gekoppelten Fasern hat keinen signifikanten Einfluss auf den Verlauf der Hong-Ou-Mandel-Interferenz.

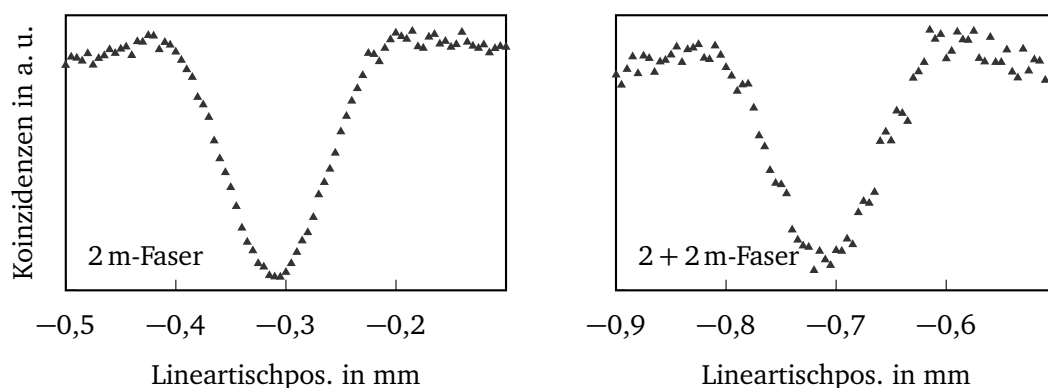


Abbildung E.2: Shih-Alley-Spektren für verschiedene Faserkombinationen zwischen PDC-Quelle und Interferometer. Im Gegensatz zu der in Abbildung E.1 gezeigten Kombination zweier polarisationserhaltender Fasern zum Hong-Ou-Mandel-Interferometer wird das Interferenzspektrum hier durch die Kombination der beiden 2 m-Fasern deutlich beeinflusst.

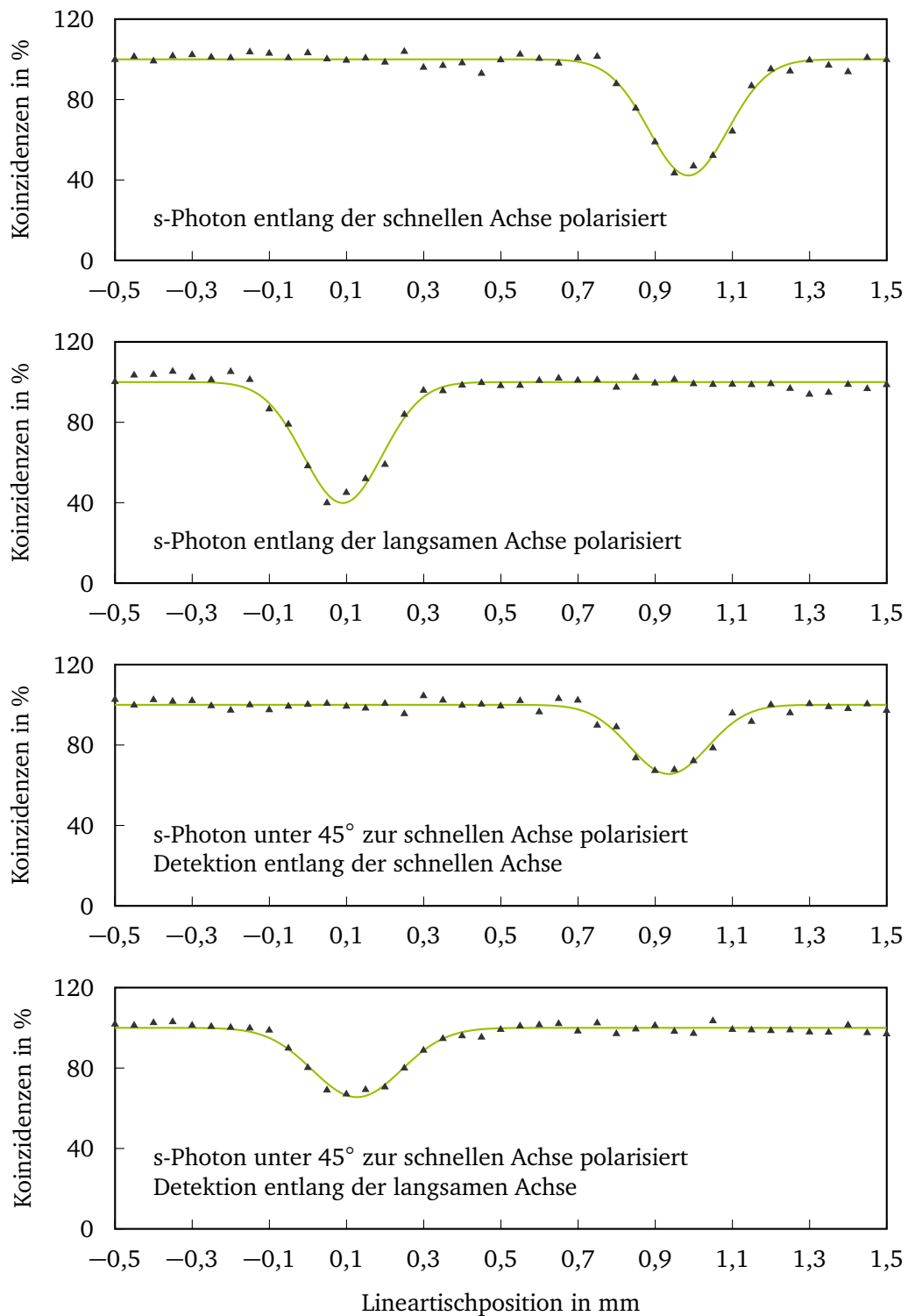


Abbildung E.3: Hong-Ou-Mandel-Spektren für verschiedene Eingangspolarisationen des s Photons. Details können dem Text entnommen werden.

Bestimmung der Faserposition immer aus, um die Einkopplung in die Faser im Zweifelsfall zunächst „blind“ zu optimieren.

Neben den beschriebenen Tests zur Optimierung der Justage sollte außerdem getestet werden, ob ein unter 45° zur schnellen Achse der polarisationserhaltenden Faser linear polarisierter Zustand durch den Transport erhalten bleiben kann. Der experimentelle Aufbau entspricht dem aus Abbildung 4.2, für den Transport des s-polarisierten Photons aus der PDC werden zwei 2 m-Fasern verwendet. Eine Halbwellenplatte vor der Fasereinkopplung dieses Photons ermöglicht die Wahl des eingekoppelten Polarisationszustands.

Das p-polarisierte Photon wurde für alle im Folgenden beschriebenen Experimente entlang der schnellen Achse der polarisationserhaltenden Faser linear polarisiert in die Transportfaser eingekoppelt. Das s-polarisierte Photon wurde zunächst entlang der schnellen bzw. langsamen Achse der Faser eingekoppelt, um die Positionen des Hong-Ou-Mandel-Dips zu ermitteln. Die entsprechenden Interferenzspektren sind in Abbildung E.3 in den beiden ersten Graphen dargestellt, an die Messdaten wurde jeweils eine Gaußfunktion angepasst.

Für eine Polarisation des s-polarisierten Photons entlang der schnellen Achse der Transportfaser ergibt sich ein Hong-Ou-Mandel-Dip mit einer Sichtbarkeit um $V = 58\%$ für die Lineartischposition $x_0 = 0,99\text{ mm}$. Wird das s-polarisierte Photon aus der PDC entlang der langsamen Achse in die Transportfaser eingekoppelt, liegt der Einbruch mit $V = 60\%$ bei $x_0 = 0,09\text{ mm}$. Dabei muss der Polarisationszustand nach der Faser jeweils an den Zustand des unveränderten p-polarisierten Photons angepasst werden. Da wie beschrieben der verwendete Strahlteiler lediglich p-polarisiertes Eingangslicht zufällig trennt, wurde die Polarisation nach der Transportfaser jeweils wieder daran angepasst.

Die leicht verschiedenen Sichtbarkeiten beider Hong-Ou-Mandel-Dips können durch das vergleichsweise hohe Rauschniveau der Messungen erklärt werden. Wie bereits in Abbildung E.2 gezeigt, wird der Polarisationszustand des eingekoppelten Photons nicht für alle Faser-zu-Faser-Kopplungen so gut erhalten wie in der Konfiguration aus Abbildung E.1.

Die verschiedenen Positionen des Zählrateneinbruchs resultieren aus den effektiven Brechungsindexunterschieden beider Faserachsen. Entlang der schnellen Achse propagierende Photonen (Geschwindigkeit v_1) erreichen den Strahlteiler daher schneller (Zeitpunkt t_1) als entlang der langsamen Achse propagierende Photonen (Geschwindigkeit v_2 , Zeitpunkt t_2). Um ein zeitgleiches Auftreffen auf den Strahlteiler zu gewährleisten, muss das p-polarisierte Partnerphoton entsprechend für entlang der schnellen Achse polarisierte Photonen weniger stark verzögert werden als für solche, die entlang der langsamen Achse der Transportfaser polarisiert sind.

Das s-polarisierte Photon wurde anschließend unter 45° zur schnellen Achse der Faser polarisiert eingekoppelt. Nach der Faser befindet sich das Photon entsprechend in einer Superposition aus „entlang der schnellen Achse polarisiert zum Zeitpunkt t_1 “ und „entlang der langsamen Achse polarisiert zum Zeitpunkt t_2 “, die Situation ist in Abbildung E.4 links dargestellt. Um diese Superposition im Hong-Ou-Mandel-Interferometer sichtbar zu machen, müssen zwei Interferenzspektren aufgenommen werden. Zunächst wird der entlang der schnellen Achse polarisierte Zustand an den Polarisationszustand des Partnerphotons bzw. des Strahlteilers angepasst. Es ergibt sich ein Einbruch mit einer reduzierten Sichtbarkeit

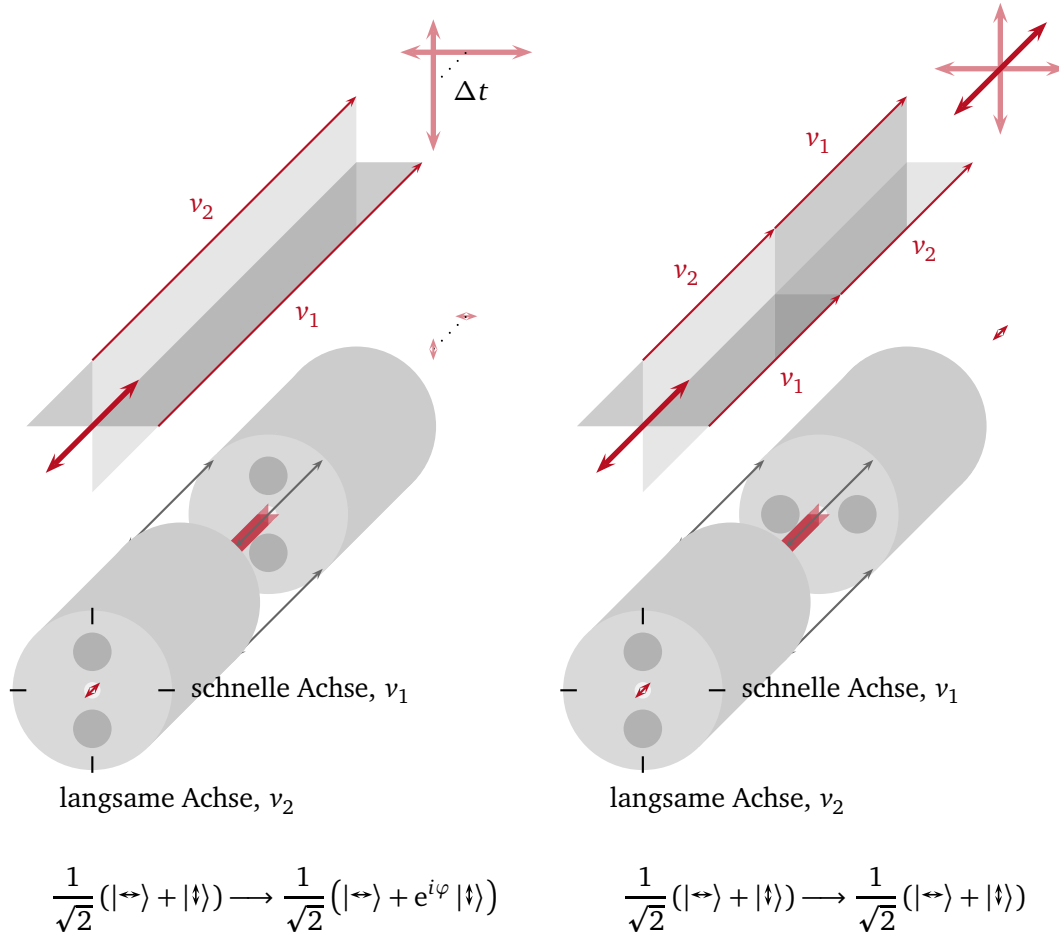


Abbildung E.4: Möglichkeiten der Kopplung von zwei polarisationserhaltenden Fasern mit einer schnellen Achse mit der Geschwindigkeit v_1 sowie einer langsamen Achse mit der Geschwindigkeit v_2 . In der Abbildung links dargestellt ist eine Kopplung unter 0°, die schnelle (langsame) Achse der ersten Faser wird mit der schnellen (langsamen) Achse der zweiten Faser gekoppelt. Rechts werden beide Fasern dagegen unter 90° gekoppelt, die schnelle Achse der ersten Faser trifft auf die langsame Achse der zweiten Faser und umgekehrt.

Durch die verschiedenen Geschwindigkeiten entlang der beiden Achsen propagieren der Photonen treten diese Photonen im linken Bild zu verschiedenen Zeitpunkten aus der Faser aus. Die rechts gezeigte Kopplung unter 90° ermöglicht dagegen eine Kompensation des zeitlichen Versatzes, sofern beide Fasern gleich lang sind.

von $V = 34\%$ bei $x_0 = 0,94\text{ mm}$. Wird der entlang der langsamen Achse polarisierte Zustand zur Interferenz gebracht, ergibt sich ein Einbruch mit ebenfalls $V = 34\%$ bei $x_0 = 0,13\text{ mm}$. Die identischen Diptiefen bestätigen eine zufällige Verteilung des Photons zwischen beiden beschriebenen Zuständen, die leicht abweichenden Positionen der Einbrüche können vermutlich mit der besseren Übereinstimmung zwischen Messdaten und angepasster Kurve erklärt werden. Der Weglängenunterschied von $(2 \cdot 0,8 = 1,6)\text{ mm}$ für diese beiden Messungen stimmt sehr gut mit anderen Ergebnissen aus ähnlichen Experimenten überein, die *beat length* der verwendeten Faser, also die Faserlänge, auf der die langsame Achse der Faser gegenüber ihrer schnellen Achse gerade um eine Wellenlänge verzögert wird⁹⁰, scheint für $\lambda = 809\text{ nm}$ um $l_{\text{beat}} = 2\text{ mm}$ zu liegen.⁹¹ Für die verwendete 4 m lange Faser ist

$$\Delta l = \frac{4000\text{ mm}}{2\text{ mm}} \cdot 809\text{ nm} \approx 1,6\text{ mm}. \quad (\text{E.1})$$

Schließlich sollte getestet werden, ob sich der Zustand eines unter 45° zur Faserachse polarisierten Photons ungestört durch eine Faser transportieren lässt. Hierfür wurde der beschriebene Faser-zu-Faser-Koppler ADAFCPMB2 von Thorlabs in der feinmechanischen Werkstatt derart bearbeitet, dass ein Koppeln der beiden Fasern unter 90° möglich ist. Die schnelle Achse der ersten Faser wird dann mit der langsamen Achse der zweiten Faser gekoppelt, die langsame Achse der ersten Faser entsprechend mit der schnellen Achse der zweiten. Der Sachverhalt ist in Abbildung E.4 rechts visualisiert.

Sind beide Fasern gleich lang, kann durch die orthogonale Kombination der Fasern der Weglängenunterschied bzw. Zeitversatz zwischen den oben beschriebenen Zuständen nach der Transportfaser kompensiert werden, das Photon befindet sich nur noch in einer Superposition aus „entlang der schnellen Achse polarisiert“ und „entlang der langsamen Achse polarisiert“. Dies entspricht jedoch gerade dem Zustand „unter 45° zur schnellen Achse polarisiert“. Abbildung E.5 zeigt das Hong-Ou-Mandel-Spektrum eines PDC-Photonenpaares, dessen s-polarisiertes Photon unter 45° in einer solchen Kompensationsfaser zum Interferometer transportiert wurde. Es ergibt sich ein Hong-Ou-Mandel-Dip mit $V = 48\%$ bei $x_0 = 0,53\text{ mm} \approx 0,94+0,13/2\text{ mm}$. Eine Kompensation des Weglängenunterschieds und entsprechend der Transport einer um 45° zur Faserachse gedrehten linearen Polarisation in einer polarisationserhaltenden Faser ist also grundsätzlich möglich. Die Reduktion der Sichtbarkeit des Zählrateneinbruchs könnte durch leicht verschiedene Längen der eingesetzten Fasern, Unsauberkeiten in der Einstellung der verschiedenen Polarisationszustände vor und nach der Faser sowie eine Ungenauigkeit bei der Kopplung der beiden Fasern begründet werden.

⁹⁰vgl. beispielsweise Referenz [137]

⁹¹Laut Herstellerangabe ist für $\lambda = 850\text{ nm}$ $l_{\text{beat}} = 2,4\text{ mm}$.

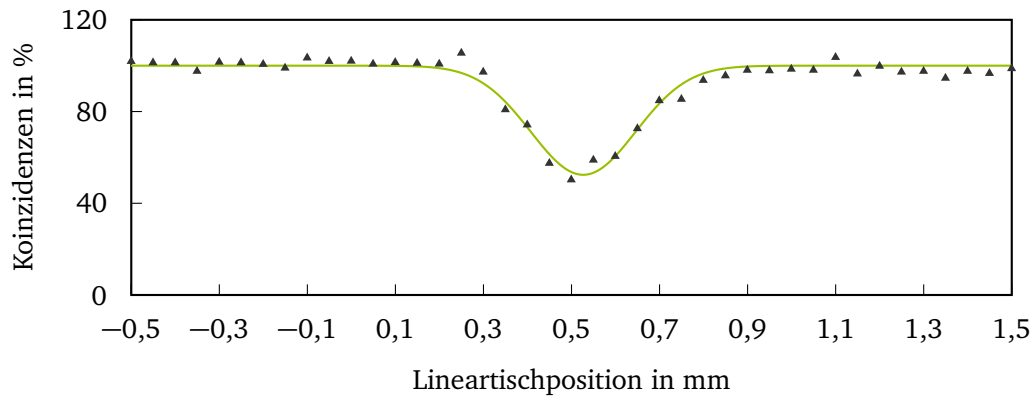


Abbildung E.5: Hong-Ou-Mandel-Spektrum für den Transport eines unter 45° zur schnellen Achse polarisierten Einzelphotons in einer Kombination aus zwei 2 m-Fasern. Beide Fasern werden unter 90° verdreht gekoppelt, sodass schnelle und langsame Achse miteinander verbunden sind, vergleiche auch Abbildung E.4.

Zusätzlich zu den gezeigten Hong-Ou-Mandel-Spektren wurde außerdem der Stokes-Vektor für das s-polarisierte Photon nach der polarisationserhaltenden Faser bestimmt.⁹²

Für eine Einkopplung des Photons entlang einer der beiden Faserachsen liegt der Polarisationsgrad des Photons nach der Faser um 0,91. Dabei macht es keinen Unterschied, ob die Fasern unter 0° oder unter 90° gekoppelt werden. Eine Ungenauigkeit der Kopplung unter 90° kommt damit als Ursache für die gezeigte Reduktion der Sichtbarkeit in der Hong-Ou-Mandel-Interferenz nicht in Frage.

Für den Transport eines unter 45° polarisierten Photons in wie oben beschrieben gekreuzten Fasern ergibt sich ein Polarisationsgrad nach der Faser von 0,77. Die Sichtbarkeit des Hong-Ou-Mandel-Dips wurde durch den Transport des s-polarisierten Photons unter 45° von $V \approx 60\%$ auf $V \approx 48\%$ reduziert, wegen $0,48/0,6 = 0,8$ also etwa um den Faktor 0,8. Die Ergebnisse aus den Messungen zur Zweiphotoneninterferenz sowie zum Stokes-Vektor zeigen damit vergleichbare Ergebnisse. Als Hauptursache für die Reduktion des Polarisationsgrades/der Sichtbarkeit der Interferenz werden verschiedene Faserlängen angenommen.

⁹²Nähere Informationen zum Stokes-Formalismus können beispielsweise dem Buch von E. Hecht, Referenz [23], entnommen werden.

F Abschätzung verschiedener Transmissions- und Kopplungseffizienzen

Im Folgenden wird eine Abschätzung der verschiedenen Transmissions- und Kopplungseffizienzen im Rückkopplungsexperiment aus Kapitel 5 vorgenommen. Dabei werden, so weit bekannt, Literaturwerte verwendet, da eigene Messungen mit Hilfe eines Justagelasers um 808 nm zu Ergebnissen führten, die sich weder mit den Literaturwerten noch mit Abschätzungen aus Messungen mit Einzelphotonen vereinbaren ließen.

Tabelle F.1 zeigt die angenommenen Transmissionseffizienzen für die verwendeten Mikroskopobjektive, den polarisierenden Strahlteiler sowie die im Rückkopplungsaufbau eingesetzten Kantenfilter. Der 3 nm breite Bandpassfilter von Semrock wurde im Rückkopplungsaufbau nicht verwendet, wird jedoch für die Abschätzung der Kopplungseffizienzen in die Einzelmodenfasern zu den Detektoren benötigt.

Für Spiegel und Halbwellenplatten wurden jeweils 100 % Transmission bzw. Reflexion angenommen. Die Einzelphotonendetektionseffizienz der APDs liegt im eingesetzten Wellenlängenbereich um 0,6.

Aus dem Verhältnis zwischen Koinzidenz- und Einzelzählrate mit Bandpassfilter im Rückkopplungsaufbau kann zunächst die Effizienz der Einkopplung in die Einzelmodenfasern p_{Faser} bestimmt werden. Dabei werden die PDC-Photonen an einer APD im reflektierten Ausgang des zu ihrer Trennung verwendeten polarisierenden Strahlteilers sowie einer zweiten APD im transmittierten Ausgang eines zufälligen Strahlteilers im transmittierten Ausgang dieses PBS detektiert. Zu einer Koinzidenz kommt es genau dann, wenn zu einem Einzelereignis an einer der APDs (im Folgenden der APD im reflektierten Ausgang des PBS) ein Partnerphoton an der zweiten APD existiert:

$$\begin{aligned} P_{\text{einzel}}(\text{Koinzidenz}) &= p_{\text{Obj}} \cdot p_{\text{LP}} \cdot p_{\text{BP}} \cdot p_{\text{PBS}} \cdot 0,5 \cdot p_{\text{Obj}} \cdot p_{\text{Faser}} \cdot p_{\text{APD}} \\ &= 0,21 \cdot p_{\text{Faser}} \end{aligned} \quad (\text{F.1})$$

Dabei wird der zufällige Strahlteiler im transmittierten Ausgang des PBS durch den Faktor 0,5 berücksichtigt, außerdem wird eine Übereinstimmung von PDC- und Strahlteilerbasis voraus gesetzt.

Bei 18 000 Ereignissen/s an der APD im reflektierten Ausgang des PBS wurden im beschriebenen Aufbau 2 300 Koinzidenzen/s detektiert. Damit ergibt sich für die Kopplungseffizienz in die Einzelmodenfaser $p_{\text{Faser}} \approx 0,6$. Die Wahrscheinlichkeit, ein p-polarisiertes PDC-Photon im Rückkopplungsaufbau an einer der beiden APDs in beiden Ausgängen des Strahlteilerwür-

Tabelle F.1: Transmissionswahrscheinlichkeiten der verschiedenen Optiken im Rückkopplungsaufbau. Für Halbwellenplatten und Spiegel wurden Transmissions- bzw. Reflexionswahrscheinlichkeiten von 1 angenommen.

Optik	P (Transmission)	
Mikroskopobjektiv	p_{Obj}	0,92
polarisierender Strahlteiler	p_{PBS}	0,95
Langpassfilter	p_{LP}	0,90
Kantenfilter Semrock	p_{KF}	0,97
Bandpassfilter 3 nm	p_{BP}	0,97

fels zu detektieren, liegt damit bei $p_{\text{einzel}} \approx 0,25$, die Wahrscheinlichkeit für eine Koinzidenz im Rückkopplungsaufbau beträgt $p_{\text{Koinzidenz}} \approx 0,03$.

Bei 4 700 Koinzidenzen/s aus der Kristallcharakterisierung werden im PDC-Peak im Rückkopplungsexperiment um $\Delta t = t_1 - t_0$ etwa 250 Koinzidenzen/s detektiert. Da es im Rückkopplungsaufbau durch den zufälligen Strahlteiler vor den beiden APDs nur in 50 % der Fälle zu einer Koinzidenz kommt und sich die Koinzidenzen zusätzlich zufällig auf die beiden PDC-Peaks um $|\Delta t| = t_1 - t_0$ verteilen, wird ein s-polarisiertes PDC-Photon also mit $p_{\text{Rückkopplung}} \approx 0,21$ nach einem Umlauf im Experiment detektiert. Aus dieser Rückkopplungswahrscheinlichkeit kann die Einkoppeleffizienz der Einzelphotonen in den nichtlinearen Kristall p_{KTP} abgeschätzt werden:

$$P(\text{Rückkopplung}) = p_{\text{Obj}} \cdot p_{\text{Obj}} \cdot p_{\text{KTP}} \cdot p_{\text{Obj}} \cdot p_{\text{PBS}} \cdot p_{\text{LP}} \cdot p_{\text{KF}}^2 \cdot p_{\text{Obj}} \cdot p_{\text{Faser}} \quad (\text{F.2})$$

$$\approx 0,35 \cdot p_{\text{KTP}}$$

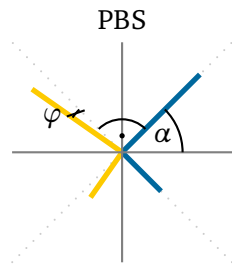
$$p_{\text{KTP}} \approx 0,6 \quad (\text{F.3})$$

Dabei wurde die Detektionseffizienz der APD nicht berücksichtigt, da sie bereits in der Zahl der Referenzphotonen im Aufbau zur Kristallcharakterisierung enthalten ist.

Aus den angegebenen Transmissions- und Einkoppelwahrscheinlichkeiten lässt sich schließlich die Wahrscheinlichkeit für die Rückkopplung eines PDC-Photons in den Konversionskristall zu etwa $p = 0,3$ abschätzen.

G Auffälligkeiten der Halbwellenplatte im Zweiphotonenaufbau

Im Rahmen der Vorbereitungen zur Photonenpaarerzeugung durch Differenzfrequenzerzeugung in PPKTP aus Kapitel 5 wurde die Transmission von PDC-Photonenpaaren an einem polarisierenden Strahlteiler für verschiedene Stellungen einer Halbwellenplatte zwischen Strahlteiler und Konversionskristall untersucht. Mit der zunächst verwendeten Halbwellenplatte von Thorlabs zeigte sich dabei nach Abbildung 5.6 für die Koinzidenzen im transmittierten Ausgang des polarisierenden Strahlteilerwürfels ein wellenlängenabhängiger Verlauf, der deutlich von der erwarteten \cos^2 -Struktur abweicht. Im Folgenden wird eine Erklärung für dieses Phänomen besprochen sowie die Zuordnungsvorschrift der in Abbildung 5.6 an die Messdaten angepassten Kurve angegeben.



$$\lambda_1: p(t) = a \cdot \cos^2(\alpha) + (1 - a) \cdot \sin^2(\alpha)$$

$$\lambda_2: p(t) = b \cdot \sin^2(\alpha + \varphi) + (1 - b) \cdot \cos^2(\alpha + \varphi)$$

Abbildung G.1: Polarisationszustände und Transmissionswahrscheinlichkeiten der PDC-Photonen mit λ_1 und λ_2 nach der im Text beschriebenen Halbwellenplatte, falls die schnelle Achse für λ_1 gegenüber der Basis des polarisierenden Strahlteilerwürfels um den Winkel α verkippt ist. Für $\lambda_1 \neq \lambda_2$ wird außerdem für die verschiedenen Wellenlängen eine Verkipfung der beiden Hauptachsen gegeneinander um einen Winkel φ angenommen.

Da die Koinzidenzen in Abbildung 5.6 im transmittierten Ausgang des PBS detektiert wurden, sind hier lediglich die Transmissionswahrscheinlichkeiten der beiden PDC-Photonen am PBS angegeben.

Für verschiedene Wellenlängen der Pumpphotonen für die PDC unterscheiden sich auch die Wellenlängen λ_1 und λ_2 der beiden Photonen eines PDC-Paares. Der für die Transmission der PDC-Photonenpaare am PBS beobachtete Verlauf kann für die folgenden Annahmen reproduziert werden:

- Die Verzögerung zwischen schneller und langsamer Achse des Verzögerungsplättchens entspricht nicht exakt $1/2$, sodass ein Anteil $a < 1$ für das Photon mit λ_1 bzw. ein Anteil $1 - b < 1$ für das Photon mit λ_2 nach dem Passieren der Halbwellenplatte entlang der schnellen Achse der HWP polarisiert ist, ein Anteil $1 - a$ bzw. b dagegen entlang der langsamen Achse.
- Die Orientierung der schnellen Achse der Halbwellenplatte unterscheidet sich für verschiedene Wellenlänge des Einzelphotons. Die schnelle Achse für λ_2 soll gegenüber der schnellen Achse für λ_1 um den Winkel φ verkippt sein.

Abbildung G.1 veranschaulicht diese Bedingungen für zwei Einzelphotonen mit λ_1 und λ_2 . Die Basis des PBS ist in Grau eingezeichnet, die schnelle Achse der HWP bei einer Wellenlänge λ_1 des Einzelphotons ist in der Abbildung gegenüber der Basis des PBS um den Winkel α verkippt. Für die Transmission der beiden Einzelphotonen am PBS gelten die angegebenen Wahrscheinlichkeiten.

Die Wahrscheinlichkeit für ein PDC-Photonenpaar, am Strahlteiler gemeinsam transmittiert zu werden, entspricht gerade dem Produkt der beiden Einzelwahrscheinlichkeiten, sodass für die Wahrscheinlichkeit für eine Koinzidenz im beschriebenen Experiment

$$p = (a \cdot \cos^2(\alpha) + (1 - a) \cdot \sin^2(\alpha)) \cdot (b \cdot \sin^2(\alpha + \varphi) + (1 - b) \cdot \cos^2(\alpha + \varphi)) \quad (\text{G.1})$$

gilt. Eine entsprechende Funktion wurde für die Kurven in Abbildung 5.6 an die Messdaten angepasst.

H Begründung von Gleichung (6.24)

Abschnitt 6.3 skizziert den idealen Lauschangriff auf das BB84-Protokoll. Eve lässt dabei zunächst ein Hilfsphoton $|0\rangle$ mit Alices Photon wechselwirken, bevor sie das Photon an Bob weiter leitet.

Die Interaktion des ankommenden Photons mit dem Hilfsphoton wird durch den Operator U beschrieben, für ein ankommendes Photon in der \oplus -Basis gilt für den Zustand von Eves Photon nach der Interaktion

$$\begin{aligned} U|\uparrow\rangle \otimes |0\rangle &= \sqrt{\mathcal{F}}|\uparrow\rangle \otimes \psi_{\uparrow} + \sqrt{\mathcal{D}}|\leftrightarrow\rangle \otimes \phi_{\uparrow} \\ U|\leftrightarrow\rangle \otimes |0\rangle &= \sqrt{\mathcal{F}}|\leftrightarrow\rangle \otimes \psi_{\leftrightarrow} + \sqrt{\mathcal{D}}|\uparrow\rangle \otimes \phi_{\leftrightarrow}. \end{aligned}$$

Der ideale Angriff gelingt Eve, wenn sie in beiden Präparationsbasen symmetrische Fehler hervorruft, wenn also auch

$$U|\nearrow\rangle \otimes |0\rangle = \sqrt{\mathcal{F}}|\nearrow\rangle \otimes \psi_{\nearrow} + \sqrt{\mathcal{D}}|\searrow\rangle \otimes \phi_{\nearrow} \quad (\text{H.1})$$

$$U|\searrow\rangle \otimes |0\rangle = \sqrt{\mathcal{F}}|\searrow\rangle \otimes \psi_{\searrow} + \sqrt{\mathcal{D}}|\nearrow\rangle \otimes \phi_{\searrow} \quad (\text{H.2})$$

gilt. Wegen

$$|\nearrow\rangle = \left| \frac{\uparrow + \leftrightarrow}{\sqrt{2}} \right\rangle, \quad (\text{H.3})$$

$$|\searrow\rangle = \left| \frac{\uparrow - \leftrightarrow}{\sqrt{2}} \right\rangle \quad (\text{H.4})$$

lässt sich Gleichung (H.1) auch durch Gleichung (H.5) auf der nächsten Seite beschreiben.

Durch Koeffizientenvergleich zwischen Gleichungen (H.8) und (H.9) ergeben sich Gleichungen (H.10) und (H.11) für die Zustände von Eves Hilfsphoton nach der Interaktion mit einem $+45^\circ$ -polarisierten Photon als Funktionen der Zustände in der \oplus -Basis. Analog lassen sich auch ψ_{\searrow} und ϕ_{\searrow} ausdrücken, darauf soll hier nicht weiter eingegangen werden.

Um einen Ausdruck für \mathcal{F} zu erhalten, wird Gleichung (H.10) quadriert und zu Gleichung (H.12) zusammen gefasst. Hierbei wird die Orthogonalität der ψ_i und ϕ_i ausgenutzt, Details finden sich beispielsweise in Referenz [11].

$$U|\nearrow\rangle \otimes |0\rangle = U\left|\frac{\uparrow + \leftrightarrow}{\sqrt{2}}\right\rangle \otimes |0\rangle \quad (\text{H.5})$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \left(\sqrt{\mathcal{F}}|\uparrow\rangle \otimes \psi_{\uparrow} + \sqrt{\mathcal{D}}|\leftrightarrow\rangle \otimes \phi_{\uparrow} + \sqrt{\mathcal{F}}|\leftrightarrow\rangle \otimes \psi_{\leftrightarrow} + \sqrt{\mathcal{D}}|\uparrow\rangle \otimes \phi_{\leftrightarrow} \right) \quad (\text{H.6})$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \left(\sqrt{\mathcal{F}}\left|\frac{\nearrow + \nwarrow}{\sqrt{2}}\right\rangle \otimes \psi_{\uparrow} + \sqrt{\mathcal{D}}\left|\frac{\nearrow - \nwarrow}{\sqrt{2}}\right\rangle \otimes \phi_{\uparrow} + \sqrt{\mathcal{F}}\left|\frac{\nearrow - \nwarrow}{\sqrt{2}}\right\rangle \otimes \psi_{\leftrightarrow} + \sqrt{\mathcal{D}}\left|\frac{\nearrow + \nwarrow}{\sqrt{2}}\right\rangle \otimes \phi_{\leftrightarrow} \right) \quad (\text{H.7})$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \left[|\nearrow\rangle \otimes \left(\sqrt{\mathcal{F}}\psi_{\uparrow} + \sqrt{\mathcal{D}}\phi_{\uparrow} + \sqrt{\mathcal{F}}\psi_{\leftrightarrow} + \sqrt{\mathcal{D}}\phi_{\leftrightarrow} \right) + |\nwarrow\rangle \otimes \left(\sqrt{\mathcal{F}}\psi_{\uparrow} - \sqrt{\mathcal{D}}\phi_{\uparrow} - \sqrt{\mathcal{F}}\psi_{\leftrightarrow} + \sqrt{\mathcal{D}}\phi_{\leftrightarrow} \right) \right] \quad (\text{H.8})$$

$$= \sqrt{\mathcal{F}}|\nearrow\rangle \otimes \psi_{\nearrow} + \sqrt{\mathcal{D}}|\nwarrow\rangle \otimes \phi_{\nearrow} \quad (\text{H.9})$$

$$\sqrt{\mathcal{F}}\psi_{\nearrow} = \frac{1}{2} \cdot \left(\sqrt{\mathcal{F}}\psi_{\uparrow} + \sqrt{\mathcal{D}}\phi_{\uparrow} + \sqrt{\mathcal{F}}\psi_{\leftrightarrow} + \sqrt{\mathcal{D}}\phi_{\leftrightarrow} \right) \quad (\text{H.10})$$

$$\sqrt{\mathcal{D}}\phi_{\nearrow} = \frac{1}{2} \cdot \left(\sqrt{\mathcal{F}}\psi_{\uparrow} - \sqrt{\mathcal{D}}\phi_{\uparrow} - \sqrt{\mathcal{F}}\psi_{\leftrightarrow} + \sqrt{\mathcal{D}}\phi_{\leftrightarrow} \right) \quad (\text{H.11})$$

$$\begin{aligned} 4\mathcal{F} = 4 \cdot \left| \sqrt{\mathcal{F}}\psi_{\nearrow} \right|^2 &= \sqrt{\mathcal{F}}\langle\psi_{\uparrow}|\sqrt{\mathcal{F}}|\psi_{\uparrow}\rangle + \sqrt{\mathcal{F}}\langle\psi_{\uparrow}|\sqrt{\mathcal{D}}|\phi_{\uparrow}\rangle + \sqrt{\mathcal{F}}\langle\psi_{\uparrow}|\sqrt{\mathcal{F}}|\psi_{\leftrightarrow}\rangle + \sqrt{\mathcal{F}}\langle\psi_{\uparrow}|\sqrt{\mathcal{D}}|\phi_{\leftrightarrow}\rangle \\ &+ \sqrt{\mathcal{D}}\langle\phi_{\uparrow}|\sqrt{\mathcal{F}}|\psi_{\uparrow}\rangle + \sqrt{\mathcal{D}}\langle\phi_{\uparrow}|\sqrt{\mathcal{D}}|\phi_{\uparrow}\rangle + \sqrt{\mathcal{D}}\langle\phi_{\uparrow}|\sqrt{\mathcal{F}}|\psi_{\leftrightarrow}\rangle + \sqrt{\mathcal{D}}\langle\phi_{\uparrow}|\sqrt{\mathcal{D}}|\phi_{\leftrightarrow}\rangle \\ &+ \sqrt{\mathcal{F}}\langle\psi_{\leftrightarrow}|\sqrt{\mathcal{F}}|\psi_{\uparrow}\rangle + \sqrt{\mathcal{F}}\langle\psi_{\leftrightarrow}|\sqrt{\mathcal{D}}|\phi_{\uparrow}\rangle + \sqrt{\mathcal{F}}\langle\psi_{\leftrightarrow}|\sqrt{\mathcal{F}}|\psi_{\leftrightarrow}\rangle + \sqrt{\mathcal{F}}\langle\psi_{\leftrightarrow}|\sqrt{\mathcal{D}}|\phi_{\leftrightarrow}\rangle \\ &+ \sqrt{\mathcal{D}}\langle\phi_{\leftrightarrow}|\sqrt{\mathcal{F}}|\psi_{\uparrow}\rangle + \sqrt{\mathcal{D}}\langle\phi_{\leftrightarrow}|\sqrt{\mathcal{D}}|\phi_{\uparrow}\rangle + \sqrt{\mathcal{D}}\langle\phi_{\leftrightarrow}|\sqrt{\mathcal{F}}|\psi_{\leftrightarrow}\rangle + \sqrt{\mathcal{D}}\langle\phi_{\leftrightarrow}|\sqrt{\mathcal{D}}|\phi_{\leftrightarrow}\rangle \end{aligned} \quad (\text{H.12})$$

$$4\mathcal{F} = \mathcal{F} + \mathcal{F}\langle\psi_{\uparrow}|\psi_{\leftrightarrow}\rangle + \mathcal{D} + \mathcal{D}\langle\phi_{\uparrow}|\phi_{\leftrightarrow}\rangle + \mathcal{F}\langle\psi_{\leftrightarrow}|\psi_{\uparrow}\rangle + \mathcal{F} + \mathcal{D}\langle\phi_{\leftrightarrow}|\phi_{\uparrow}\rangle + \mathcal{D} \quad (\text{H.13})$$

Gleichung (H.13) lässt sich mit Hilfe der Beziehung $\mathcal{F} + \mathcal{D} = 1$ und der Kommutativität der Skalarprodukte wie folgt zusammen fassen:

$$4\mathcal{F} = \underbrace{2\mathcal{F} + 2\mathcal{D}}_2 + 2\mathcal{F} \langle \psi_{\uparrow} | \psi_{\leftrightarrow} \rangle + 2\mathcal{D} \langle \phi_{\uparrow} | \phi_{\leftrightarrow} \rangle \quad (\text{H.14})$$

$$= 2 + 2\mathcal{F} \langle \psi_{\uparrow} | \psi_{\leftrightarrow} \rangle + 2(1 - \mathcal{F}) \langle \phi_{\uparrow} | \phi_{\leftrightarrow} \rangle \quad (\text{H.15})$$

$$\mathcal{F} = \frac{1 + \langle \phi_{\uparrow} | \phi_{\leftrightarrow} \rangle}{2 - \langle \psi_{\uparrow} | \psi_{\leftrightarrow} \rangle + \langle \phi_{\uparrow} | \phi_{\leftrightarrow} \rangle} \quad (\text{H.16})$$

Die Wahrscheinlichkeit für einen ungestörten Zustand bei Bob lässt sich also leicht aus dem Überlapp der beiden Zustände in den verschiedenen Basen bei Eve beschreiben.

Literaturverzeichnis

- [1] DEUTSCHER BUNDESTAG, PuK 2 – PARLAMENTSNACHRICHTEN. NSA-Ausschuss nimmt Arbeit auf. Verfügbar unter bundestag.de, abgerufen am 09.07.2017 (2014) (siehe S. 1).
- [2] U.S. DEPARTMENT OF HOMELAND SECURITY IN KOOPERATION MIT DEM FEDERAL BUREAU OF INVESTIGATION. GRIZZLY STEPPE – Russian Malicious Cyber Activity. Verfügbar unter assets.documentcloud.org, abgerufen am 09.07.2017 (2016) (siehe S. 1).
- [3] Pressemeldung der Deutschen Telekom vom 30.11.2016. Verfügbar unter telekom.com, abgerufen am 10.07.2017 (2016) (siehe S. 1).
- [4] Ransomware WannaCry befällt Rechner der Deutschen Bahn. Verfügbar unter www.heise.de, abgerufen am 10.07.2017 (2017) (siehe S. 1).
- [5] VOLKSWAGEN KOMMUNIKATION. Volkswagen startet Kooperation mit Top-Experten aus Israel zur Gründung eines Unternehmens für Cybersicherheit im Automobilbereich. Verfügbar unter volkswagen-media-services.com, abgerufen am 09.07.2017 (2016) (siehe S. 1).
- [6] J. H. MÜLLER. Elektronische Patientenakte: Schlüsselrolle für den Datenschutz. Deutsches Ärzteblatt **105(11): A 571-3** (2008) (siehe S. 1).
- [7] BUNDESAMT FÜR SICHERHEIT IN DER INFORMATIONSTECHNIK. Die Lage der IT-Sicherheit in Deutschland 2016. Verfügbar unter www.bsi.bund.de, abgerufen am 09.07.2017 (2016) (siehe S. 1).
- [8] K. KIMBALL. Announcing Request for Nominations for Public-Key Post-Quantum Cryptographic Algorithms. Verfügbar unter federalregister.gov, abgerufen am 06.07.2017 (2017) (siehe S. 1).
- [9] P. W. SHOR. Algorithms for quantum computation: discrete logarithms and factoring. In: Proceedings of the 35th Annual Symposium on Foundations of Computer Science. 1994 (siehe S. 1, 152).
- [10] R. L. RIVEST, A. SHAMIR und L. ADLEMAN. A Method for Obtaining Digital Signatures and Public-key Cryptosystems. Communications of the ACM **21** (1978), 120–126 (siehe S. 1, 151).
- [11] N. Gisin, G. Ribordy, W. Tittel und H. Zbinden. Quantum cryptography. Reviews of Modern Physics **74** (2002), 145–195 (siehe S. 1, 153, 156, 161, 163, 165, 229).
- [12] B. Lounis und M. Orrit. Single-photon sources. Reports on Progress in Physics **68** (2005), 1129–1179 (siehe S. 2, 8).

- [13] P. GRANGIER, G. ROGER und A. ASPECT. Experimental Evidence for a Photon Anti-correlation Effect on a Beam Splitter: A New Light on Single-Photon Interferences. *Europhysics Letters* **1** (1986), 173–179 (siehe S. 2, 7).
- [14] L. K. SHALM *et al.* Strong Loophole-Free Test of Local Realism. *Physical Review Letters* **115** (2015), 250402 (siehe S. 2, 107).
- [15] M. GIUSTINA, M. A. M. VERSTEEGH, S. WENGEROWSKY, J. HANDSTEINER, A. HOCHRAINER, K. PHELAN, F. STEINLECHNER, J. KOFLER, J.-A. LARSSON, C. ABELLÁN, W. AMAYA, V. PRUNERI, M. W. MITCHELL, J. BEYER, T. GERRITS, A. E. LITA, L. K. SHALM, S. W. NAM, T. SCHEIDL, R. URSIN, B. WITTMANN und A. ZEILINGER. Significant-Loophole-Free Test of Bell’s Theorem with Entangled Photons. *Physical Review Letters* **115** (2015), 250401 (siehe S. 2, 107).
- [16] Z.-Y. J. OU. *Multi-Photon Quantum Interference*. Springer Science+Business Media 2007 (siehe S. 2, 20, 22, 54, 57, 58, 77).
- [17] T. YOUNG. The Bakerian Lecture: Experiments and Calculations Relative to Physical Optics. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London* **94** (1804), 1–16 (siehe S. 7).
- [18] S. HAWKING. *Die Klassiker der Physik*. 1. Aufl. Hoffmann und Campe Verlag 2004 (siehe S. 7).
- [19] J. C. MAXWELL. A Dynamical Theory of the Electromagnetic Field. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London* **155** (1865), 459–512 (siehe S. 7).
- [20] H. HERTZ. Ueber electrodynamische Wellen im Luftraume und deren Reflexion. *Annalen der Physik* **270** (1888), 609–623 (siehe S. 7).
- [21] M. K. E. L. PLANCK. Ueber das Gesetz der Energieverteilung im Normalspectrum. *Annalen der Physik* **309** (1901), 553–563 (siehe S. 7).
- [22] A. EINSTEIN. Über einen die Erzeugung und Verwandlung des Lichtes betreffenden heuristischen Gesichtspunkt. *Annalen der Physik* **322** (1905), 132–148 (siehe S. 7).
- [23] E. HECHT. *Optik*. 4. Aufl. Oldenbourg Wissenschaftsverlag GmbH 2005 (siehe S. 7, 108, 223).
- [24] G. N. LEWIS. The Conservation of Photons. *Nature* **118** (1926), 875–875 (siehe S. 7).
- [25] G. WENTZEL. Zur Theorie des photoelektrischen Effekts. *Zeitschrift für Physik* **40** (1926), 574–589 (siehe S. 7).
- [26] H. J. KIMBLE, M. DAGENAIS und L. MANDEL. Photon Antibunching in Resonance Fluorescence. *Physical Review Letters* **39** (1977), 691–695 (siehe S. 7).
- [27] R. J. GLAUBER. The Quantum Theory of Optical Coherence. *Physical Review* **130** (1963), 2529–2539 (siehe S. 7).
- [28] J. F. CLAUSER und A. SHIMONY. Bell’s theorem: experimental tests and implications. *Reports on Progress in Physics* **41** (1978), 1881–1927 (siehe S. 7, 8).

-
- [29] D. BOUWMEESTER, A. EKERT und A. ZEILINGER. The Physics of Quantum Information. 3. Aufl. Springer-Verlag Berlin Heidelberg 2001 (siehe S. 7).
- [30] J. F. CLAUSER. Experimental distinction between the quantum and classical field-theoretic predictions for the photoelectric effect. *Physical Review D* **9** (1974), 853–860 (siehe S. 8).
- [31] F. DIEDRICH und H. WALTHER. Nonclassical radiation of a single stored ion. *Physical Review Letters* **58** (1987), 203–206 (siehe S. 8).
- [32] P. MICHLER, A. IMAMOGLU, M. D. MASON, P. J. CARSON, G. F. STROUSE und S. K. BURATTO. Quantum correlation among photons from a single quantum dot at room temperature. *Nature* **406** (2000), 968–970 (siehe S. 8).
- [33] S. KIRAVITTAYA, A. RASTELLI und O. G. SCHMIDT. Advanced quantum dot configurations. *Reports on Progress in Physics* **72** (2009), 046502 (siehe S. 8).
- [34] C. KURTSIEFER, S. MAYER, P. ZARDA und H. WEINFURTER. Stable Solid-State Source of Single Photons. *Physical Review Letters* **85** (2000), 290–293 (siehe S. 8).
- [35] R. BROURI, A. BEVERATOS, J.-P. POIZAT und P. GRANGIER. Photon antibunching in the fluorescence of individual color centers in diamond. *Optics Letters* **25** (2000), 1294–1296 (siehe S. 8).
- [36] I. AHARONOVICH, S. CASTELLETTO, D. A. SIMPSON, C.-H. SU, A. D. GREENTREE und S. PRAWER. Diamond-based single-photon emitters. *Reports on Progress in Physics* **74** (2011), 076501 (siehe S. 8).
- [37] R. SAUERBREY. Nichtlineare Optik. Vorlesungsnotizen TU Dresden (2007) (siehe S. 8).
- [38] R. PASCHOTTA. Four-wave Mixing. Verfügbar unter www.rp-photonics.com, abgerufen am 09.07.2017 (2004–2015) (siehe S. 8).
- [39] M. FIORENTINO, P. VOSS, J. SHARPING und P. KUMAR. All-fiber photon-pair source for quantum communications. *Photonics Technology Letters, IEEE* **14** (2002), 983–985 (siehe S. 9).
- [40] T. H. MAIMAN. Stimulated Optical Radiation in Ruby. *Nature* **187** (1960), 493–494 (siehe S. 9).
- [41] P. A. FRANKEN, A. E. HILL, C. W. PETERS und G. WEINREICH. Generation of Optical Harmonics. *Physical Review Letters* **7** (1961), 118–119 (siehe S. 9).
- [42] I. SHOJI, T. KONDO, A. KITAMOTO, M. SHIRANE und R. ITO. Absolute scale of second-order nonlinear-optical coefficients. *Journal of the Optical Society of America B* **14** (1997), 2268–2294 (siehe S. 11).
- [43] R. W. BOYD. *Nonlinear Optics*. Elsevier Science (USA) 1992 (siehe S. 15).
- [44] A. YARIV. *Quantum Electronics*. 3. Aufl. John Wiley & Sons 1989 (siehe S. 16).

- [45] J. A. ARMSTRONG, N. BLOEMBERGEN, J. DUCUING und P. S. PERSHAN. Interactions between Light Waves in a Nonlinear Dielectric. *Physical Review* **127** (1962), 1918–1939 (siehe S. 16).
- [46] M. FEJER, G. MAGEL, D. H. JUNDT und R. BYER. Quasi-phase-matched second harmonic generation: tuning and tolerances. *Quantum Electronics, IEEE Journal of* **28** (1992), 2631–2654 (siehe S. 17).
- [47] M. YAMADA, N. NADA, M. SAITOH und K. WATANABE. First-order quasi-phase matched LiNbO₃ waveguide periodically poled by applying an external field for efficient blue second-harmonic generation. *Applied Physics Letters* **62** (1993), 435–436 (siehe S. 17).
- [48] T. SUHARA und M. FUJIMURA. *Waveguide Nonlinear-Optic Devices*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg 2003 (siehe S. 17, 120).
- [49] J. A. GIORDMAINE und R. C. MILLER. Tunable Coherent Parametric Oscillation in LiNbO₃ at Optical Frequencies. *Physical Review Letters* **14** (1965), 973–976 (siehe S. 17).
- [50] B. REIN. *Drei-Photonen Kohärenzeffekte in Quecksilberdampf*. Dissertation. Technische Universität Darmstadt, 2016 (siehe S. 24).
- [51] T. Y. FAN, C. E. HUANG, B. Q. HU, R. C. ECKARDT, Y. X. FAN, R. L. BYER und R. S. FEIGELSON. Second harmonic generation and accurate index of refraction measurements in flux-grown KTiOPO₄. *Applied Optics* **26** (1987), 2390–2394 (siehe S. 25, 211, 212).
- [52] E. TECHNOLOGIES. *Avalanche – Photodiode A User Guide*. Verfügbar unter www.excelitas.com, abgerufen am 10.07.2017 (2011) (siehe S. 27).
- [53] E. TECHNOLOGIES. *SPCM-AQRH – Single Photon Counting Module*. Verfügbar unter www.excelitas.com, abgerufen am 10.07.2017 (2013) (siehe S. 27, 28).
- [54] C. YE und T. K. WEI. *Tunable External Cavity Diode Lasers*. World Scientific Publishing Company 2004 (siehe S. 28).
- [55] A. FEDRIZZI, T. HERBST, A. POPPE, T. JENNEWEIN und A. ZEILINGER. A wavelength-tunable fiber-coupled source of narrowband entangled photons. *Optics Express* **15** (2007), 15377–15386 (siehe S. 50).
- [56] M. FIORENTINO, S. M. SPILLANE, R. G. BEAUSOLEIL, T. D. ROBERTS, P. BATTLE und M. W. MUNRO. Spontaneous parametric down-conversion in periodically poled KTP waveguides and bulk crystals. *Optics Express* **15** (2007), 7479–7488 (siehe S. 50).
- [57] R. FEYNMAN, R. LEIGHTON und M. SANDS. *The Feynman Lectures on Physics Volume III: Quantum Mechanics*. 3. Aufl. Basic Books 2010 (siehe S. 53).
- [58] J. A. WHEELER und W. H. ZUREK. *Quantum Theory and Measurement*. Princeton University Press 1983 (siehe S. 53).

-
- [59] V. JACQUES, E. WU, F. GROSSHANS, F. TREUSSART, P. GRANGIER, A. ASPECT und J.-F. ROCH. Experimental Realization of Wheeler's Delayed-Choice Gedanken Experiment. *Science* **315** (2007), 966–968 (siehe S. 53).
- [60] P. A. M. DIRAC. *The Principles of Quantum Mechanics*. 4. Aufl. Oxford University Press 1958 (siehe S. 53).
- [61] R. L. PFLEEGOR und L. MANDEL. Interference of Independent Photon Beams. *Physical Review* **159** (1967), 1084–1087 (siehe S. 53).
- [62] R. L. PFLEEGOR und L. MANDEL. Interference Effects at the Single Photon Level. *Physics Letters* **24a** (1967), 766–767 (siehe S. 53).
- [63] C. K. HONG, Z. Y. OU und L. MANDEL. Measurement of Subpicosecond Time Intervals between Two Photons by Interference. *Physical Review Letters* **59** (1987), 2044–2046 (siehe S. 54, 58).
- [64] R. LOUDON. *The Quantum Theory of Light*. 3. Aufl. Oxford Science Publications 2000 (siehe S. 54).
- [65] Y.-H. KIM. Measurement of one-photon and two-photon wave packets in spontaneous parametric downconversion. *Journal of the Optical Society of America B* **20** (2003), 1959–1966 (siehe S. 58, 99, 101).
- [66] Y. H. SHIH und C. O. ALLEY. New Type of Einstein-Podolsky-Rosen-Bohm Experiment Using Pairs of Light Quanta Produced by Optical Parametric Down Conversion. *Physical Review Letters* **61** (1988), 2921–2924 (siehe S. 59, 60).
- [67] A. V. SERGIENKO, Y. H. SHIH und M. H. RUBIN. Experimental evaluation of a two-photon wave packet in type-II parametric downconversion. *Journal of the Optical Society of America B* **12** (1995), 859–862 (siehe S. 64).
- [68] O. KUZUCU, M. FIORENTINO, M. A. ALBOTA, F. N. C. WONG und F. X. KÄRTNER. Two-Photon Coincident-Frequency Entanglement via Extended Phase Matching. *Physical Review Letters* **94** (2005), 083601 (siehe S. 64).
- [69] M. ATATÜRE, A. V. SERGIENKO, B. M. JOST, B. E. A. SALEH und M. C. TEICH. Partial Distinguishability in Femtosecond Optical Spontaneous Parametric Down-Conversion. *Physical Review Letters* **83** (1999), 1323–1326 (siehe S. 95, 96).
- [70] K. EDAMATSU, R. SHIMIZU und T. ITOH. Measurement of the Photonic de Broglie Wavelength of Entangled Photon Pairs Generated by Spontaneous Parametric Down-Conversion. *Physical Review Letters* **89** (2002), 213601 (siehe S. 106, 113).
- [71] X.-M. JIN, C.-Z. PENG, Y. DENG, M. BARBIERI, J. NUNN und I. A. WALMSLEY. Sequential Path Entanglement for Quantum Metrology. *Scientific Reports* **3** (2013), 1779 (siehe S. 106).
- [72] A. EINSTEIN, B. PODOLSKY und N. ROSEN. Can Quantum-Mechanical Description of Physical Reality Be Considered Complete? *Physical Review* **47** (1935), 777–780 (siehe S. 107).

- [73] M. KUMAR. Quantum: Einstein, Bohr, and the Great Debate About the Nature of Reality. Icon Books London 2014 (siehe S. 107).
- [74] A. EINSTEIN und M. BORN. Briefwechsel 1916–1955. Nymphenburger Verlagshandlung GmbH., München 1991 (siehe S. 107).
- [75] D. BOHM. A Suggested Interpretation of the Quantum Theory in Terms of “Hidden” Variables. I. Physical. Review **85** (1952), 166–179 (siehe S. 107).
- [76] D. BOHM. A Suggested Interpretation of the Quantum Theory in Terms of “Hidden” Variables. II. Physical Review **85** (1952), 180–193 (siehe S. 107).
- [77] J. S. BELL. On the Einstein Podolsky Rosen Paradox. Physics **1** (1964), 195–200 (siehe S. 107).
- [78] S. J. FREEDMAN und J. F. CLAUSER. Experimental Test of Local Hidden-Variable Theories. Physical Review Letters **28** (1972), 938–941 (siehe S. 107).
- [79] B. HENSEN, H. BERNIEN, A. E. DRÉAU, A. REISERER, N. KALB, M. S. BLOK, J. RUITENBERG, R. F. L. VERMEULEN, R. N. SCHOUTEN, C. ABELLÁN, W. AMAYA, V. PRUNERI, M. W. MITCHELL, M. MARKHAM, D. J. TWITCHEN, D. ELKOUSS, S. WEHNER, T. H. TAMINIAU und R. HANSON. Loophole-free Bell inequality violation using electron spins separated by 1.3 kilometres. Nature **526** (2015), 682–686 (siehe S. 107).
- [80] N. BRUNNER, D. CAVALCANTI, S. PIRONIO, V. SCARANI und S. WEHNER. Bell nonlocality. Review of Modern Physics **86** (2014), 419–478 (siehe S. 107).
- [81] J.-A. LARSSON. Loopholes in Bell inequality tests of local realism. Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical **47** (2014), 424003 (siehe S. 107).
- [82] J. F. CLAUSER, M. A. HORNE, A. SHIMONY und R. A. HOLT. Proposed Experiment to Test Local Hidden-Variable Theories. Physical Review Letters **23** (1969), 880–884 (siehe S. 107).
- [83] S. L. BRAUNSTEIN, A. MANN und M. REVZEN. Maximal violation of Bell inequalities for mixed states. Physical Review Letters **68** (1992), 3259–3261 (siehe S. 108, 156).
- [84] D. DEHLINGER und M. W. MITCHELL. Entangled photons, nonlocality, and Bell inequalities in the undergraduate laboratory. American Journal of Physics **70** (2002), 903–910 (siehe S. 110).
- [85] S. WALK. Photonenkorrelation bei der spontanen parametrischen Konversion. Diplomarbeit. TU Darmstadt, 2007 (siehe S. 113).
- [86] S. ZASKE, A. LENHARD und C. BECHER. Efficient frequency downconversion at the single photon level from the red spectral range to the telecommunications C-band. Optics Express **19** (2011), 12825–12836 (siehe S. 113).
- [87] S. EULER. Arbeit an einer Zweiphotonenquelle. Wissenschaftliche Hausarbeit. TU Darmstadt, 2009 (siehe S. 130).
- [88] A. KERCKHOFF. La cryptographie militaire. Journal des Sciences Militaires **IX** (1883), 5–38, 161–191 (siehe S. 149).

-
- [89] S. SINGH. The Code Book: The Secret History of Codes and Code-breaking. Harper-Collins Publishers 2000 (siehe S. 149).
 - [90] G. S. VERNAM. Cipher Printing Telegraph Systems For Secret Wire and Radio Telegraphic Communications. *Journal of the American Institute of Electrical Engineers* **55** (1925), 109–115 (siehe S. 149).
 - [91] C. E. SHANNON. A Mathematical Theory of Communication. *SIGMOBILE Mobile Computing and Communications Review* **5** (2001), 3–55 (siehe S. 150, 159).
 - [92] W. DIFFIE und M. E. HELLMAN. New directions in cryptography. *IEEE Transactions on Information Theory* **22** (1976), 644–654 (siehe S. 150).
 - [93] A. BEUTELSPACHER, J. SCHWENK und K.-D. WOLFENSTETTER. *Moderne Verfahren der Kryptographie*. 6. Aufl. Vieweg Verlag 2006 (siehe S. 151).
 - [94] BUNDESNETZAGENTUR FÜR ELEKTRIZITÄT, GAS, TELEKOMMUNIKATION, POST UND EISENBAHNEN. Bekanntmachung zur elektronischen Signatur nach dem Signaturgesetz und der Signaturverordnung. Verfügbar unter www.bundesnetzagentur.de, abgerufen am 09.07.2017 (2014) (siehe S. 152).
 - [95] S. WIESNER. Conjugate Coding. *SIGACT News* **15** (1983), 78–88 (siehe S. 152).
 - [96] C. H. BENNETT und G. BRASSARD. Quantum Cryprography: Public Key Distribution and Coin Tossing. In: *International Conference on Computers, Systems & Signal Processing*. 1984 (siehe S. 152).
 - [97] C. H. BENNETT, F. BESSETTE, G. BRASSARD, L. SALVAIL und J. SMOLIN. Experimental Quantum Cryptography. *Journal of Cryptology* **5** (1992), 3–28 (siehe S. 152, 175).
 - [98] A. K. EKERT. Quantum cryptography based on Bell’s theorem. *Physical Review Letters* **67** (1991), 661–663 (siehe S. 152).
 - [99] W. K. WOOTTERS und W. H. ZUREK. A single quantum cannot be cloned. *Letters to Nature* **299** (1982), 802–803 (siehe S. 153).
 - [100] M. FALK, R. BECKER und F. MAROHN. *Angewandte Statistik*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg 2004 (siehe S. 157).
 - [101] C. A. FUCHS, N. GISIN, R. B. GRIFFITHS, C.-S. NIU und A. PERES. Optimal eavesdropping in quantum cryptography. I. Information bound and optimal strategy. *Physical Review A* **56** (1997), 1163–1172 (siehe S. 161, 163).
 - [102] N. GISIN und S. WOLF. Quantum Cryptography on Noisy Channels: Quantum versus Classical Key-Agreement Protocols. *Physical Review Letters* **83** (1999), 4200–4203 (siehe S. 161, 165).
 - [103] S. FÉLIX, N. GISIN, A. STEFANOV und H. ZBINDEN. Faint laser quantum key distribution: Eavesdropping exploiting multiphoton pulses. *Journal of Modern Optics* **48** (2001), 2009–2021 (siehe S. 164).
 - [104] L. LYDERSEN, C. WIECHERS, C. WITTMANN, D. ELSER, J. SKAAR und V. MAKAROV. Hacking commercial quantum cryptography systems by tailored bright illumination. *Nature Photonics* **4** (2010), 686–689 (siehe S. 165).

- [105] V. MAKAROV. Quantum Hacking Lab. Verfügbar unter www.vadl.com/lab, abgerufen am 10.07.2017 (2008-2015) (siehe S. 165).
- [106] N. Gisin und S. Wolf. Linking Classical and Quantum Key Agreement: Is There “Bound Information”? In: *Advances in Cryptology: Proceedings of CRYPTO 2000*. Hrsg. von M. Bellare. Bd. 1880. Lecture Notes in Computer Science. Springer-Verlag Berlin Heidelberg 2000, 482–500 (siehe S. 165).
- [107] G. Brassard und L. Salvail. Secret-Key Reconciliation by Public Discussion. In: *Advances in Cryptology: Proceedings of EUROCRYPT '93*. Hrsg. von T. Helleseht. Bd. 765. Lecture Notes in Computer Science. Springer-Verlag Berlin Heidelberg 1994, 410–423 (siehe S. 166).
- [108] C. Gobby, Z. L. Yuan und A. J. Shields. Quantum key distribution over 122 km of standard telecom fiber. *Applied Physics Letters* **84** (2004), 3762–3764 (siehe S. 167).
- [109] T. Schmitt-Manderbach, H. Weier, M. Fürst, R. Ursin, F. Tiefenbacher, T. Scheidl, J. Perdigues, Z. Sodnik, C. Kurtsiefer, J. G. Rarity, A. Zeilinger und H. Weinfurter. Experimental Demonstration of Free-Space Decoy-State Quantum Key Distribution over 144 km. *Physical Review Letters* **98** (2007), 010504 (siehe S. 167, 175, 182).
- [110] D. Elkouss, A. Leverrier, R. Alleaume und J. Boutros. Efficient reconciliation protocol for discrete-variable quantum key distribution. In: *IEEE International Symposium on Information Theory*. 2009, 1879–1883 (siehe S. 167).
- [111] R. Gallager. Low-density parity-check codes. *IRE Transactions on Information Theory* **8** (1962), 21–28 (siehe S. 167).
- [112] York University, Toronto, Kanada. Coding and Information Theory. Verfügbar unter www.youtube.com, abgerufen am 10.07.2017 (2010) (siehe S. 168).
- [113] C. H. Bennett, G. Brassard, C. Crépeau und U. M. Maurer. Generalized Privacy Amplification. *IEEE Transactions on Information Theory* **41** (1995), 1915–1923 (siehe S. 170).
- [114] J. L. Carter und M. N. Wegman. Universal Classes of Hash Functions (Extended Abstract). In: *Proceedings of the Ninth Annual ACM Symposium on Theory of Computing*. STOC '77. ACM 1977, 106–112 (siehe S. 171).
- [115] R. Renner. Security of Quantum Key Distribution. Dissertation. Swiss Federal Institute of Technology Zurich, 2005 (siehe S. 171).
- [116] O. Toeplitz. Zur Theorie der quadratischen und bilinearen Formen von unendlich vielen Veränderlichen. *Mathematische Annalen* **70** (1911), 351–376 (siehe S. 171).
- [117] C.-H. F. Fung, X. Ma und H. F. Chau. Practical issues in quantum-key-distribution postprocessing. *Physical Review A* **81** (2010), 012318 (siehe S. 171).

-
- [118] H. KRAWCZYK. LFSR-based Hashing and Authentication. In: *Advances in Cryptology: Proceedings of CRYPTO '94*. Hrsg. von Y. G. DESMEDT. Bd. 839. *Lecture Notes in Computer Science*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg 1994, 129–139 (siehe S. 173).
- [119] C. CRÉPEAU und L. SALVAIL. Quantum Oblivious Mutual Identification. In: *Advances in Cryptology: Proceedings of EUROCRYPT '95*. Hrsg. von L. C. GUILLOU und J.-J. QUISQUATER. Bd. 921. *Lecture Notes in Computer Science*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg 1995, 133–146 (siehe S. 173).
- [120] D. LJUNGGREN, M. BOURENNANE und A. KARLSSON. Authority-based user authentication in quantum key distribution. *Physical Review A* **62** (2000), 022305 (siehe S. 173).
- [121] T. JENNEWEIN, J. P. BOURGOIN, B. HIGGINS, C. HOLLOWAY, E. MEYER-SCOTT, C. ERVEN, B. HEIM, Z. YAN, H. HÜBEL, G. WEIHS, E. CHOI, I. D'SOUZA, D. HUDSON und R. LAFLAMME. QEYSSAT: a mission proposal for a quantum receiver in space (2014) (siehe S. 175).
- [122] MEDIENPORTAL DER UNIVERSITÄT WIEN. Quantenkommunikation im Weltall. Verfügbar unter medienportal.univie.ac.at, abgerufen am 10.07.2017 (2016) (siehe S. 175).
- [123] P. VILLORESI, T. JENNEWEIN, F. TAMBURINI, M. ASPELMEYER, C. BONATO, R. URSIN, C. PERNECHELE, V. LUCERI, G. BIANCO, A. ZEILINGER und C. BARBIERI. Experimental verification of the feasibility of a quantum channel between space and Earth. *New Journal of Physics* **10** (2008), 033038 (siehe S. 175).
- [124] S. NAUERTH, F. MOLL, M. RAU, C. FUCHS, J. HORWATH, S. FRICK und H. WEINFURTER. Air-to-ground quantum communication. *Nature Photonics* **7** (2013), 382–386 (siehe S. 175, 182).
- [125] M. PEEV *et al.* The SECOQC quantum key distribution network in Vienna. *New Journal of Physics* **11** (2009), 075001 (siehe S. 175).
- [126] ID QUANTIQUE SA, Schweiz. www.idquantique.com (2016) (siehe S. 175).
- [127] SeQureNet SARL, Frankreich. www.securenet.com (2016) (siehe S. 175).
- [128] MagiQ Technologies, Massachusetts, USA. www.magiqtech.com (2016) (siehe S. 175).
- [129] M. PEEV *et al.* The SECOQC quantum key distribution network in Vienna. *New Journal of Physics* **11** (2009), 075001 (siehe S. 176).
- [130] C. SÖLLER. Einzelphotonendetektion und Korrelationen bei der Spontaneous Parametric Down Conversion. Diplomarbeit. Technische Universität Darmstadt, 2006 (siehe S. 179).
- [131] J. G. RARITY und P. R. TAPSTER. Cryptographic Receiver. Schutzrecht EP 0 722 640 B1 WO 95/10907. 1998 (siehe S. 179).
- [132] T. DIEHL. Quantenkryptografie – Datenerfassung des Bob-Moduls. Bachelorarbeit. Technische Universität Darmstadt, 2009 (siehe S. 181).

- [133] T. DIEHL. Quantenkryptografie – Aufbau einer Quantenkryptografischen Übertragungsstrecke. Masterarbeit. Technische Universität Darmstadt, 2011 (siehe S. 181).
- [134] M. OBER. Fehlerkorrigierende Codes mit dünnbesetzten Matrizen für die Quantenkryptographie. Bachelorarbeit. Technische Universität Darmstadt, 2011 (siehe S. 181).
- [135] P. NOTZ. Implementierung eines Schlüssel- Nachbereitungsverfahrens für die Quantenkryptographie. Bachelorarbeit. Technische Universität Darmstadt, 2012 (siehe S. 181).
- [136] S. LEHMANN. Test einer Übertragungsstrecke für den Quantenschlüsselaustausch. Masterarbeit. Technische Universität Darmstadt, 2014 (siehe S. 181).
- [137] M. BASS, E. W. VAN STRYLAND, W. D. R. und W. L. WOLFE. Handbook of Optics, Second Edition Volume II: Devices, Measurements, & Properties. 3. Aufl. McGraw-Hill, Inc. 1995 (siehe S. 222).

Veröffentlichungen und Tagungsbeiträge

Beiträge zu internationalen Tagungen

- S. EULER, M. BEIER, K. SIEGENTHALER, H. HEGGEN, M. SINTHER und TH. WALTHER. A QKD setup without active polarization controller, 453. WE-Heraeus-Seminar on Quantum communication based on integrated optics. Bad Honnef - Deutschland, 2010 (Poster).
- S. EULER, M. BEIER, K. SIEGENTHALER, H. HEGGEN, M. SINTHER und TH. WALTHER. A QKD setup without active polarization controller. Theory and Realization of Practical Quantum Key Distribution (Tropical QKD) Workshop, Waterloo - Kanada, 2010 (Poster).
- S. EULER, M. BEIER, K. SIEGENTHALER, H. HEGGEN, M. SINTHER und TH. WALTHER. A QKD setup without active polarization controller. Tenth International Conference on Quantum Communication, Measurement and Computation (QCMC), Brisbane - Australien, 2010 (Poster und Konferenzpaper).
- S. EULER, T. DIEHL, M. SINTHER und TH. WALTHER. Spontaneous Parametric Down-Conversion Photon Sources for Applications in Quantum Information. Quantum Information Processing and Communication (QIPC) Conference, Zürich - Schweiz, 2011 (Poster).

Beiträge zu nationalen Tagungen

- S. EULER, M. BEIER, K. SIEGENTHALER, H. HEGGEN, M. SINTHER und TH. WALTHER. A QKD setup without active polarization controller. Verhandl. DPG (VI) 45, 1/Q55.49, Hannover, 2010 (Poster).
- T. DIEHL, S. EULER, J. H. ABEL, M. SINTHER und TH. WALTHER. Aufbau eines QKD-Setups mit passiver Zustandspräparation. Verhandl. DPG (VI) 46, 1/Q23.14, Dresden, 2011 (Poster).
- S. EULER, M. SINTHER und TH. WALTHER. Aufbau einer Zwei-Photonen-Quelle, Verhandl. DPG (VI) 46, 1/Q23.17, Dresden, 2011 (Poster)
- S. EULER, T. DIEHL, M. SINTHER und TH. WALTHER. Spontaneous Parametric Down-Conversion Photon Sources for Applications in Quantum Information. 15. Deutsche Physikerinnentagung, Saarbrücken, 2011 (Poster).

- S. EULER, T. DIEHL und TH. WALTHER. Spontaneous Parametric Down-Conversion Photon Sources for Applications in Quantum Information. Verhandl. DPG (VI) 47, 2/Q54.11, Stuttgart, 2012 (Poster).
- S. EULER, P. NOTZ und TH. WALTHER. SPDC-basierte Einzelphotonenquellen für Anwendungen in der Quanteninformation. DPG (VI) 48, 4/Q43.83, Hannover, 2013 (Poster).
- S. LEHMANN, S. WENZEL, S. EULER und TH. WALTHER. Aufbau eines QKD-Setups mit passiver Zustandspräparation. Verhandl. DPG (VI) 49, 2/Q16.20, Berlin, 2014 (Poster).
- S. EULER und TH. WALTHER. Parametric down-conversion sources for applications in quantum information. Verhandl. DPG (VI) 49, 2/Q16.21, Berlin, 2014 (Poster).

Betreute Bachelor- und Masterarbeiten

Bachelorarbeiten

- K. SIEGENTHALER. Experimente zu einer Zwei-Photonenquelle. TU Darmstadt, 2010.
- H. HEGGEN. Entwicklung eines Strahlverfolgungssystems und einer Laserquelle für die Quanten-Schlüsselverteilung. TU Darmstadt, 2010.
- (J. H. ABEL. Quantenkryptographie – Aufbau eines Alice-Moduls. TU Darmstadt, 2011.)
- (P. NOTZ. Implementierung eines Schlüssel- Nachbereitungsverfahrens für die Quantenkryptographie. TU Darmstadt, 2012.)
- S. WENZEL. Arbeiten am Alice-Modul der Darmstädter QKD-Strecke. TU Darmstadt, 2013.

Masterarbeiten

- T. DIEHL. Quantenkryptografie – Aufbau einer Quantenkryptografischen Übertragungsstrecke. TU Darmstadt, 2011.
- S. LEHMANN. Test einer Übertragungsstrecke für den Quantenschlüsselaustausch. TU Darmstadt, 2014.

Lebenslauf

Persönliche Daten

Sabine Euler

geboren am 22. Mai 1984 in Dieburg

Ausbildung

1990 - 1994	Stephan-Gruber-Schule Eppertshausen
1994 - 2000	Goetheschule Dieburg
2000 - 2003	Alfred-Delp-Schule Dieburg
Juni 2003	allgemeine Hochschulreife

Hochschulausbildung

2003 - 2009	Studium der Mathematik und der Physik für das Lehramt an Gymnasien an der Technischen Universität Darmstadt
Oktober 2009	1. Staatsexamen
2009-2016	Promotionsstudium in der Arbeitsgruppe von Professor Dr. Thomas Walther an der Technischen Universität Darmstadt
seit 2016	Vorbereitungsdienst für das Lehramt am Goethe-Gymnasium Bensheim
Dezember 2017	2. Staatsexamen

Danksagung

Zum Abschluss bedanke ich mich herzlich bei allen Menschen, die die letzten Jahre zu der besonderen Zeit gemacht haben, die sie war.

Bei Herrn Professor Dr. Thomas Walther dafür, dass ich diese Arbeit in Ihrer Gruppe anfertigen durfte. Dafür, dass Sie manchmal vielleicht größeres Vertrauen in mich hatten als ich selbst und dass Sie mir so viele Freiräume gelassen haben. Dafür, dass Sie mich immer unterstützt haben, sich durch meine unzähligen Seiten Laborbuch gekämpft haben und mir in vielen fruchtbaren Diskussionen Perspektiven aufgezeigt haben, wenn ich nicht mehr weiter wusste. Dafür, dass Sie mir in den letzten Jahren eine Beschäftigung geboten haben, die viel mehr ein Zuhause war als eine Arbeit.

Bei Herrn Professor Dr. Birkel bedanke ich mich für die Übernahme des Zweitgutachtens und für Ihre Geduld bei der Terminfindung!

Bei der gesamten Arbeitsgruppe Walther bedanke ich mich für den Zusammenhalt und die gegenseitige Unterstützung. Für kurzweilige Abende auf der DPG-Tagung ebenso wie die unermüdliche Hilfe bei allen physikalischen und technischen Problemen oder anderen Durchhängern. Für wiederholtes Testen von Iqodesign und Eure Unterstützung bei Schülerexkursionen.

Ich danke Benjamin, Daniel, David, Oleg und Tobi für die vielen Stunden in der Boulderhalle und Eure Ruhe, wenn ich mal wieder der Meinung war, dass das zu hoch und zu gefährlich ist.

Thorsten, Du bist immer der Retter in der Not, wenn es Computerprobleme gibt, und ich habe eine ganze Menge von Dir gelernt, sodass ich jetzt nicht mehr völlig hilflos bin, sondern mir in den meisten Fällen selbst helfen kann. Danke dafür!

Daniel, David, Oleg und Peter, ich wünsche Euch viel Erfolg für Eure Arbeiten, und dass Ihr die gute Atmosphäre in der Gruppe weitergeben könnt!

Karen, Mathias und Frau Walther danke ich für die Unterstützung in allen organisatorischen Wirrnissen und so Vieles mehr. Für Backrezepte und Bücher und immer ein offenes Ohr. Ihr seid die guten Seelen, auf die man immer zählen kann!

Ich danke Herrn Kalbfleisch und Herrn Weick und allen Mitarbeitern der feinmechanischen Werkstatt für die kompetente und zuverlässige Umsetzung aller Wünsche, für unzählige Kupferblöcke für genau so viele Kristalle.

Danksagung

Andy, Christoph, Erdmute, Helmut, Jochen und Vera, Ihr habt die Zeit an der ADS zum schönsten Nebenjob der Welt gemacht. Danke! Danke auch an Herrn Walther, Frau Stiebing und Frau Krell, die das überhaupt möglich gemacht haben.

Ich danke Franziska, Susi und Vera für viele Gespräche, stoisches Ertragen von Gejammer, Buchtipps, Boulderabende und einfach dafür, dass es Euch gibt.

Mama, Du hast mich in regelmäßigen Abständen mit einer gesunden Mahlzeit versorgt, Dich immer um meine Tiere gekümmert, wenn ich auf Konferenzen war und wenn sich alles mal wieder zu schnell gedreht hat, war bei Dir im Garten oder beim Plätzchen backen auch die Welt eine ruhige, andere. Danke dafür!